

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXV.

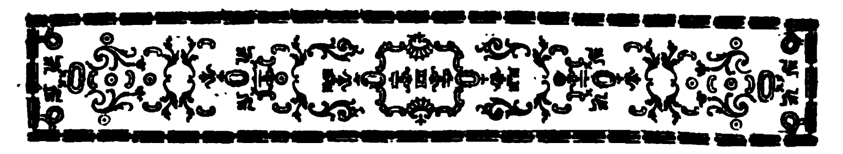


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.

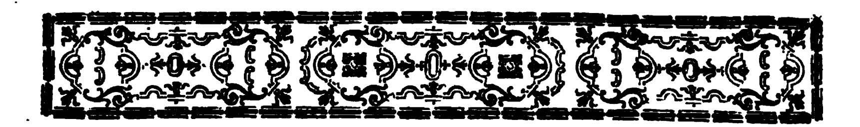


TABLE
POUR
LES MÉMOIRES.

TABLE.

HISTOIRE

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXIII.

PHISIQUE GENERALE.

SUR LES HAUTEURS DU BAROMETRE observées sur différentes Montagnes.

NOUS supposons tout ce qui a été dit sur ce sujet en 1703 * & 1705 *. Le Barometre porté sur une Montagne y baisse, & baisse d'autant plus que la Montagne est plus haute. Si l'on imagine que la Colonne d'Air qui soutient 28 pouces de Mercure quand le Barometre est au niveau de la Mer, soit divisée dans toute son étenduë en toutes ses

V. les M. p. 40.
* p. 11. & suiv.
* p. 10. & suiv.

parties, telles que chacune ſoûtienne une ligne de Mercure, il eſt certain que toutes ces parties ſeront inégales & croiſſantes en longueur, depuis la premiére qui ſera au niveau de la Mer, & la moins longue de toutes, parce qu'elle ſera chargée de tout leur poids, & par conſéquent plus condenſée qu'aucune autre. Il étoit fort naturel de penſer, comme a fait M. Mariotte, que les différentes condenſations, ou, ce qui eſt la même choſe renverſée, les longueurs de ces parties étoient proportionnelles aux poids qui les chargeoient, & nous avons vû en 1705 que cela s'eſt toûjours trouvé vrai tant qu'on a fait les expériences ſur de l'Air enfermé dans des Tubes, mais non pas ſur l'Air libre, tel que celui qui peſe ſur le Barometre, & qui compoſe notre Atmoſphere. C'eſt lui dont on voudroit la hauteur par la progreſſion de M. Mariotte, qui la donneroit bien vîte, mais c'eſt juſtement lui qui ſe dérobe à cette Regle.

Quand l'Académie travailla en 1700 à la prolongation de la Méridienne de Paris vers le Midi, on ne manqua pas d'obſerver les hauteurs, ou plûtôt les deſcentes du Barometre ſur des Montagnes dont on connoiſſoit par des opérations géométriques l'élévation au deſſus du niveau de la Mer. Par-là on voyoit quelle étoit la deſcente du Mercure pour une certaine hauteur connuë de la Montagne, hauteur qui étoit la même que la longueur dont la Colonne totale d'Air étoit diminuée. Autant d'expériences de cette eſpece, c'étoient autant de points de diviſion déterminés dans cette Colonne totale d'Air, autant de points dont la rarefaction par rapport à celle de la partie la plus baſſe étoit connuë. Mais on n'avoit pas encore un aſſés grand nombre de ces expériences, & il eſt viſible qu'on n'en peut avoir trop.

Maintenant on en a davantage, graces à M. de Plantade, de la Société Royale de Montpellier, Avocat général de la Cour des Aides de cette Ville, qui en travaillant à une Carte du Languedoc, a meſuré actuellement un grand nombre de Montagnes, tant de celles qui l'avoient déja été dans le travail de la Méridienne, & qu'il a vérifiées, que de pluſieurs

autres qui n'étoient pas comprises dans ce travail; ensuite il a eu la curiosité de porter des Barometres sur leurs sommets, malgré la difficulté de ce transport souvent répété, & malgré le froid extrême qu'il avoit à essuyer dans ces lieux-là au mois d'Août.

Il a communiqué ses observations à M. Cassini, qui en a tiré que la progression des rarefactions des différentes parties d'une Colonne d'Air suivoit certainement un plus grand rapport que celui des différents poids. Cependant comme on ne peut guere imaginer d'autre principe de l'inégale rarefaction ou densité que ces poids, il a voulu voir si le rapport de leurs quarrés ne réussiroit point mieux à représenter les observations de M. de Plantade; il y réussit mieux en effet, mais non pas parfaitement, il est encore au dessous, c'est-à-dire, que les rarefactions de l'Air sont plus grandes que selon les quarrés des poids. La hauteur de l'Atmosphere seroit par-là de plus de 500 Lieuës, & il faut qu'elle aille bien au de-là, puisque la raison des quarrés n'est pas assés grande. M. de Mairan ne pouvoit guere espérer une plus heureuse confirmation de son Sistême de l'Aurore Boréale rapporté en 1732*.

* p. 1. & suiv.

Dans le nombre des Montagnes qui ont été mesurées, & où le Barometre a été observé, M. Cassini y fait entrer le Pic de Ténériffe, la plus haute de toutes, & dont on doit la mesure & les observations au P. Feuillée. Elle est de 2213 Toises de hauteur sur le niveau de la Mer, c'est-à-dire, d'une Lieuë à peu-près, & le Mercure y baissa de 10 pouc. 7 lignes. Pour le sujet dont il s'agit, on ne peut avoir de trop hautes Montagnes. M. Scheuchzer qui a observé le Barometre sur le Mont St Gothard, où il a baissé de 7 pouces, a cru qu'il étoit plus haut que le reste des Alpes, ce qui peut bien être vrai, mais il n'est pas la plus haute Montagne de l'Europe, puisque dans les Pirénées le Mercure baisse de 7 pouc. 8 lign. sur le Canigou. Il a 1441 Toises de hauteur.

En prenant les élévations ou abaissements du Mercure par rapport au niveau de la Mer, ce qui suppose que le Barometre ait été observé dans quelque lieu bas dont l'élévation au dessus

de la Mer ſoit connuë, M. Caſſini a eu attention dans les expériences faites en Languedoc ou en Rouſſillon, que cette Mer, dont le niveau étoit la baſe de tout, fût la Mer la plus proche, la Méditerranée, & non pas l'Océan, auquel on eût pû auſſi rapporter tout. Il ſe peut faire abſolument que l'Océan & la Méditerranée ne ſoient pas de la même hauteur par rapport au centre de la Terre, parce que les Eaux de ces deux Mers ne ſeront pas exactement de la même peſanteur ſpécifique.

Il eſt à remarquer que M. de Plantade, qui avoit porté pour ſes expériences des Tuyaux de différents diametres, a vû que quand il étoit à une hauteur qui n'excedoit pas 1000 Toiſes, le Mercure ſe tenoit plus bas dans les Tuyaux étroits, & qu'à une plus grande hauteur il étoit de niveau dans tous. Cette obſervation a été invariable ſur 16 Montagnes. Cela auroit-il quelque liaiſon avec la propriété connuë du Mercure, de ſe tenir, au contraire de l'Eau, toûjours plus bas que le niveau dans les Tuyaux capillaires?

SUR L'ELECTRICITE'.

V. les M. p. 23. 73. 233. & 457.

UN petit phénomene de Phiſique, qui ſe préſente rarement, & qu'on ne daigne preſque pas obſerver, parce qu'il ne paroît conduire à rien, a commencé depuis un temps à devenir plus conſidérable, grace aux yeux ſçavants qui l'ont regardé de plus près, & aujourd'hui il eſt ſi étendu & ſi important qu'on ne ſçait plus où cela s'arrêtera. On a ſçû de temps immémorial que l'Ambre jaune, après avoir été frotté dans ſa ſurface, attiroit des brins de Paille & quelques autres corps légers poſés à une petite diſtance, & cette vertu a été nommée *Electricité*, du nom Latin ou Grec de l'Ambre. Gilbert, Philoſophe Anglois, qui a ſi bien traité de l'Aiman, a été le premier, que l'on ſçache, qui a plus curieuſement obſervé l'Electricité, à cauſe du rapport qu'elle ſembloit avoir à ſon ſujet principal. Enſuite Guericke de Magdebourg, Boyle,

l'Académie de Florence, Haukſbée & M. Gray de la Société Royale de Londres, ont les uns après les autres, & dans l'ordre qu'on les nomme ici, étudié cette matiére, en y adjoûtant toûjours de nouvelles connoiſſances, & l'on voit combien les Anglois dominent dans cette petite Troupe. Enfin M. du Fay eſt venu le dernier, qui a profité des travaux de ſes prédéceſſeurs, les a ou vérifiés en les répétant, ou rendus plus faciles à imiter, en a fait des combinaiſons qu'ils n'avoient pas faites, & a pénétré encore plus avant dans la nature de l'Electricité, ainſi qu'il y étoit obligé par n'être venu qu'après eux.

Il donne lui-même l'hiſtoire, & de tout ce qui l'a précédé, & de tout ce qu'il a fait; le détail d'un fort grand nombre d'expériences, finement imaginées, leur ſucceſſion même, ou la maniére dont elles ſe produiſent les unes les autres, & dont des vûës bien priſes ouvrent d'autres vûës; tout cela eſt curieux, agréable, inſtructif, mais fort aiſé à entendre, & il ſeroit abſolument inutile d'en rien répéter ici. Il ſuffira donc que nous en détachions tous les réſultats de connoiſſances, afin que l'on voye raſſemblé ſous un coup d'œil tout ce que l'on a appris juſqu'à préſent ſur l'Electricité par les différents moyens dont on s'eſt ſervi.

L'Ambre, le Jayet, la Cire d'Eſpagne, peut-être encore quelques autres corps pareils, étoient les ſeuls que l'on connût pour électriques, aujourd'hui ils le ſont tous, pourvû qu'ils puiſſent être frottés avec aſſés de force. Il n'y a d'exception que pour les Métaux, & peut-être cette exception ceſſera. Nous avons vû en 1729 * que par les obſervations de M. du Fay preſque tout étoit devenu Phoſphore, & c'eſt lui auſſi qui a ſi prodigieuſement augmenté le nombre des corps électriques. Il eſt clair que les liqueurs, puiſqu'elles ne peuvent pas être frottées, ne ſont pas ſuſceptibles de l'électricité. La flamme ne l'eſt pas non plus.

* p. 48. & ſuiv.

Les corps chauffés avant le frottement en ſont plus électriques, & quelques corps qui par le frottement ſeul n'acquerroient pas une électricité ſenſible, l'acquerront s'ils ont été

auparavant échauffés. On voit assés par-là qu'autour du corps devenu électrique il se forme un Tourbillon de matiére très-déliée & agitée qui a la force de pousser vers ce corps des corps légers peu éloignés, & compris dans sa Sphere d'activité.

Il y a plus que de la conjecture pour ce Tourbillon. Si l'on s'approche du visage un corps rendu bien électrique, on sent un petit frémissement, comme si on étoit frappé d'une toile d'Araignée.

La vertu électrique se perd en peu de temps. Le Tourbillon se dissipe.

Les corps devenus électriques, tels que le Verre, qui est un de ceux qui le deviennent le mieux, jettent de la lumiére dans l'obscurité.

Tout corps devenu électrique communique sa vertu à un autre corps qu'il touche, ou seulement qu'on en approche suffisamment, même aux Métaux qui ne peuvent pas devenir électriques *par eux-mêmes,* c'est-à-dire, étant chauffés & frottés. Il n'y a que le Fer qui s'aimante, mais tout *s'électrise;* & même les liqueurs. De l'eau, dont on a suffisamment approché un Tube de verre rendu électrique, attire des brins de fil, des cheveux. La main de celui qui fait ces expériences s'électrise. Il faut que le Tourbillon du corps électrique par lui-même aille s'attacher à celui qui le devient *par communication,* ou plûtôt se partage entre les deux.

Les corps les moins électriques par eux-mêmes, sont ceux qui le deviennent le mieux par communication.

Les corps électriques par eux-mêmes peuvent l'être aussi par communication, & ne le sont alors que par-là, puisqu'ils n'ont été ni frottés, ni chauffés & frottés.

Les corps électriques, soit par eux-mêmes, soit par communication, ont cette vertu à différents degrés selon leur différente nature. Il est visible qu'un plus grand degré de cette vertu consiste à attirer un corps moins léger, ou à l'attirer de plus loin, ou plus vîte.

Un corps qui seroit par lui-même des plus électriques, mais que l'on ne veut rendre électrique que par communication,

ne le devient pas ſi bien à beaucoup près, quand pour en approcher, ou pour lui faire toucher le corps qui l'électriſera, on l'a poſé ſur un ſoûtien dont la matiére eſt très-électrique par elle-même comme du Verre, que ſi on l'avoit mis ſur un autre ſoûtien d'une matiére peu électrique comme du bois. Que l'on approche un Tube de verre bien frotté d'un morceau d'Ambre poſé ſur un ſoûtien de verre, le Tourbillon électrique du Tube ſe partage trop entre le morceau d'Ambre & le ſoûtien de verre, qui ont une égale facilité à le recevoir, & par conſéquent l'Ambre en prend moins de vertu que s'il avoit été ſur du bois, ou du métal.

Les différentes couleurs naturelles ou artificielles des corps ne font rien par elles-mêmes à l'électricité, quoiqu'un habile Obſervateur l'ait crû ſur des apparences aſſés fortes. Ce qui peut y apporter quelque variété, ce ſont les différents ingrédients dont les couleurs artificielles ſont compoſées.

Si entre un corps électrique & celui qui en doit être attiré, on interpoſe un autre corps, il empêchera ou n'empêchera pas l'attraction, ſelon la nature dont il ſera. Il l'empêchera s'il n'eſt pas d'une nature fort électrique par lui-même, s'il eſt de bois ou de métal; il prendra la vertu pour lui, & ne lui permettra pas de paſſer outre. Au contraire, s'il eſt fort électrique, & à proportion qu'il le ſera, il abſorbera moins de la vertu électrique, & la laiſſera mieux paſſer.

Les corps qui étant ainſi interpoſés prennent ou abſorbent le plus de la vertu électrique, ou, comme on vient de le voir, ceux qui ſont les moins électriques par eux-mêmes, ſont les plus propres à être fortement attirés. De petites parcelles de bois le ſeront plus que des parcelles de verre d'un poids égal.

Un corps rendu électrique, comme un Tube de verre, qui communique ſa vertu à un corps peu éloigné, la lui communiquera encore malgré un plus grand éloignement, ſi l'intervalle qui ſera entre eux eſt rempli par quelque corps continu, comme une baguette, une corde. On attachera, par exemple, une corde à l'extrémité du Tube de verre, & à l'autre extrémité on ſuſpendra un corps, & on verra qu'il ſera

devenu très-ſenſiblement électrique. La vertu ſe diſſipe bien vîte, quand pour aller du corps électrique à celui qui doit s'électriſer, il faut qu'elle traverſe un vuide, c'eſt-à-dire, un eſpace qui n'eſt rempli que d'air, elle a beſoin pour un grand trajet d'être conduite le long d'un corps continu auquel il ſemble qu'elle s'accroche de peur de ſe diſperſer.

La diſtance, à laquelle ſe peut tranſmettre cette vertu ainſi conduite, eſt preſque incroyable. Qu'elle aille juſqu'au bout d'une allée de Jardin longue de 300 pieds, ce n'eſt rien; on n'a qu'à replier la corde, & la faire paſſer dans une autre allée de même longueur, la vertu ſe tranſmet encore, & enfin, en repliant de nouveau la corde, on l'a vûë aller juſqu'à 1256 pieds, où M. du Fay l'a abandonnée par laſſitude, quoiqu'elle fût encore aſſés ſenſible pour devoir aller plus loin. Le plus grand Vent ne détourne point ce prodigieux écoulement, mais l'air humide nuit beaucoup à l'électricité.

Les corps qui ſont le plus facilement attirés, ou les moins électriques par eux-mêmes, ſont les plus propres à tranſmettre au loin la vertu électrique. Par cette raiſon, dans les expériences dont on vient de parler, une corde ordinaire vaut beaucoup mieux qu'une de ſoye, & même il eſt bon de la mouiller, parce que l'eau n'eſt que très-peu électrique.

Une expérience inventée par M. Gray a dû être un ſpectacle nouveau, & frappant. Un Enfant étant ſuſpendu horiſontalement par des Cordes attachées au Plancher, ſi on approche de ſes pieds le Tube de verre bien frotté, ſa tête s'électriſe, & ce ſont ſes pieds, ſi on a approché le Tube de la tête. M. du Fay a répété l'expérience, mais elle ne lui a réuſſi qu'en ſuſpendant l'Enfant avec des Cordes de ſoye, ce qui vient manifeſtement de ce que la Corde peu électrique par elle-même, comme on l'a dit, portoit la vertu trop loin, & juſqu'au Plancher, au lieu que la Soye peu électrique, la tenoit plus ramaſſée autour de l'Enfant.

Une Botte de paille, un Fagot, mis à la place de l'Enfant, s'électriſent de même. Il faut que la matiére du Tourbillon ſoit abondante pour embraſſer de ſi gros volumes, & non ſeulement

ſeulement elle embraſſe les ſurfaces, mais elle pénetre, du moins juſqu'à un certain point, dans l'intérieur, puiſque tous les petits brins ou de paille ou de bois ſe trouvent électriſés.

Mais voici le plus ſurprenant, dont nous avons pourtant donné déja quelque léger commencement. M. du Fay, ſuſpendu horiſontalement, ayant été électriſé, ſi quelque autre approchoit ſa main ou de ſon viſage, ou de ſa main, ils ſentoient tous les deux une petite douleur, un petit frémiſſement ſur la peau, comme ſi un trait qui ſe feroit détaché de la peau de l'un, en la ſecouant un peu, étoit allé piquer l'autre. Il y a plus; ſi l'on paſſoit la main ſur un endroit habillé, l'effet étoit le même pour les deux Acteurs de l'expérience, la vertu électrique n'agiſſoit pas moins au travers des habits.

Juſqu'ici pour démêler davantage les idées, nous n'avons parlé que de l'attraction des corps rendus électriques par le frottement, mais ils ont auſſi une vertu de répulſion qu'ils exercent ſur les mêmes corps qu'on leur a fait toucher, ou qu'on en a approchés d'aſſés près. Ils les attirent d'abord & ſe les attachent, & puis les repouſſent loin d'eux avec la même force dont ils les avoient attirés. Une petite feuille d'or trèslégere qu'on laiſſe tomber ſur un Tube de verre bien frotté & poſé horiſontalement, & qui le touche d'ordinaire par ſa tranche, parce que c'eſt ainſi qu'elle a fendu l'air plus facilement en tombant, ſe colle pour un moment au Tube ſur lequel elle ſe tient dans une poſition verticale ou à peu-près, mais dans le moment ſuivant elle s'élance en l'air d'un mouvement très-vif, & s'éleve à la hauteur de 8 ou 10 pouces, où elle ſe tient preſque immobile. Si on éleve le Tube vers elle, elle le fuit, & s'éleve de la même quantité, elle deſcend de même ſi on abbaiſſe le Tube, & cela dure tant que le Tube conſerve ſa vertu, à moins que l'on ne s'aviſe de toucher à la feuille ſuſpenduë en l'air, car auſſi-tôt elle retombe ſur le Tube, qui le moment d'après la renvoye à la même hauteur, s'il n'a encore rien perdu de ſa force. Ici le Tourbillon ſe rend plus ſenſible que dans tout ce qui avoit encore été dit. Le Tube en avoit un qui a enveloppé la feuille, & l'a attirée,

mais d'une partie de la matiére de celui-là, il s'en est formé un nouveau autour de la feuille, puisqu'elle a certainement pris la vertu électrique, & ces deux Tourbillons une fois formés, il est aisé de concevoir que tendant tous deux à s'étendre en sens contraires, ils se sont arc-boutés l'un contre l'autre, ayant pour point d'appui commun le Tube de verre beaucoup moins mobile que la feuille d'or, & le Tourbillon du Tube plus puissant, comme il doit l'être, a repoussé celui de la feuille, & a fait remonter la feuille à une hauteur proportionnée à sa supériorité de force. Si l'on touche à la feuille suspenduë en l'air, le doigt ou tout autre corps qui la touche s'électrise, & lui enleve ou du moins affoiblit & dérange beaucoup son petit Tourbillon. Des effets si délicats sont aisément troublés. Cette hipothese se trouvera conforme à toutes les expériences de M. du Fay, qui le premier a observé attentivement les phénomenes de la répulsion, & en a découvert les plus singuliers.

Nous avons toûjours supposé qu'à un corps rendu électrique, à un Tube de verre bien frotté, on présentoit un corps d'un poids & d'un volume convenable, mais non pas rendu électrique, comme le premier; alors il y a attraction, ensuite répulsion. Mais si le second corps a été aussi rendu électrique, le cas est très-différent, il n'y a plus qu'attraction, ou que répulsion; le Tube de verre attirera toûjours certains corps, & en repoussera toûjours d'autres, & cela, comme on peut bien juger, dans les mêmes circonstances. Cette bisarrerie apparente, & tout-à-fait imprévûë, parce qu'aucun des autres Observateurs n'en avoit rien apperçû, ni soupçonné, embarrassa beaucoup & assés long-temps M. du Fay, qui enfin à force d'expériences & de réfléxions démêla une Regle cachée, & cette Regle est elle-même surprenante & un paradoxe nouveau. Il y a deux sortes d'électricités qui appartiennent à deux especes de matiéres différentes, & qui ne se peuvent encore déterminer que par-là. L'une est celle du Verre, du Cristal, des Pierres précieuses, &c. l'autre celle de l'Ambre, du Jayet, de la Gomme Copal, &c. Si au Tube de verre

rendu électrique, on présente un corps qui le soit devenu par le contact ou par l'approche de l'Ambre, ou tout autre corps qui aura contracté cette 2de électricité, ce corps sera sûrement attiré par le Tube, & au contraire un corps qui aura contracté par le Verre la 1re électricité sera repoussé par ce même Tube de verre. Il en ira de même si un morceau d'Ambre ou de Gomme Copal rendus électriques sont les corps auxquels on présente des corps qui auront contracté l'une ou l'autre électricité, ceux qui auront pris celle du Verre seront attirés, & ceux qui auront pris celle de l'Ambre repoussés. Les électricités de même espece paroissent ennemies, & celles de différente espece amies. M. du Fay appelle la 1re *vitrée*, & la 2de *résineuse*.

Ce n'est pas que tous les corps, car tous sans exception peuvent devenir électriques ou par eux-mêmes ou par communication, soient de la nature ou du Verre ou de la Résine, il s'en faut infiniment, mais comme il n'y a rien de plus opposé à l'attraction que la répulsion, & à la répulsion que l'attraction, il faut nécessairement que tout corps, quelque différent qu'il puisse être ou du Verre ou de la Résine, ait pris dans les circonstances requises l'électricité ou vitrée ou résineuse.

Puisque toute électricité se perd en peu de temps, un corps qui par le contact ou l'approche d'un autre corps aura pris l'une des deux électricités, & l'aura perduë, n'en sera pas moins propre à prendre ensuite l'autre. Mais un corps électrique par lui-même, c'est-à-dire, par le frottement, & non par communication, n'a déterminément que l'une ou l'autre électricité, & c'est-là son électricité naturelle.

Pour juger de quelle espece elle est, il ne faut que présenter à ce corps quelconque un autre corps rendu électrique par le Verre; si ce 2^{d} corps est attiré, le 1er a l'électricité résineuse par lui-même, & il a au contraire la vitrée, si le 2^{d} corps est repoussé. Ce seroit la même chose renversée, si le 2^{d} corps avoit été rendu électrique par l'Ambre.

Les deux électricités opposées doivent avoir deux Tour-

billons de différente nature, on le juge aisément & sûrement par les effets. Qu'un corps rendu électrique par le frottement seul, & qui a par conséquent son électricité naturelle déterminée, la communique à un autre corps qui n'en a aucune, & l'attire, on voit assés évidemment qu'il lui fait un Tourbillon d'une partie de celui qu'il avoit, & que les deux Tourbillons, le grand & le petit, s'accordent à un même mouvement, ce qui fait l'attraction. Mais que dans le cas où le 2^{d} corps se présente déja pourvû d'un Tourbillon de la même nature que celui du 1er, semblable à celui qu'il auroit pris du 1er s'il n'en avoit pas eu, il se fasse une répulsion, c'est ce qu'on n'auroit pas deviné, & ce qu'il n'est pas si aisé de concevoir. Cependant il est très-possible que deux Tourbillons ne soient pas disposés à s'unir & à se confondre, parce qu'ils seront de même nature, & qu'ils se confondroient s'ils étoient d'une nature différente. De l'eau qui certainement augmentera toûjours le volume d'une autre eau, ne se confond point avec elle, comme fait une autre matiére pulvérisée, qui mêlée avec la même eau n'en augmente point le volume. Cela suffit pour donner quelque idée de la contrariété des Tourbillons causée par l'homogénéïté même.

En appliquant la Regle que M. du Fay a établie pour reconnoître les deux différentes électricités, il se trouve que la Soye, la Toile, le Papier, ont par eux-mêmes l'électricité résineuse, & que la Laine, les Plumes, le dos d'un Chat vivant, ont l'électricité vitrée. On voit par ce petit nombre d'exemples, qu'une même électricité n'appartient pas constamment soit aux matiéres végétales, soit aux animales. Un plus grand nombre d'expériences brouillera encore plus les especes, & peut-être à la longue éclaircira le tout.

L'électricité naturelle d'un corps est toûjours de la même espece, quel que soit le corps dont le frottement l'a rendu électrique. Seulement sa vertu sera augmentée ou diminuée selon le corps dont on se sera servi pour le frottement; augmentée, si ce corps a la même électricité naturelle, diminuée, si c'est le contraire.

L'électricité vitrée paroît jusqu'à présent plus forte que la résineuse, mais il n'est pas encore temps d'entrer dans ces discussions. On voit assés combien il en reste à faire, & combien un sujet, que l'on croyoit si léger, & qu'on étudioit si peu, prépare aux Phisiciens d'embarras ou de plaisir.

SUR L'AIMAN.

SI le consentement unanime des Philosophes suffisoit pour établir quelque chose en Phisique, il seroit bien sûr que la matiére Magnétique traverse l'Aiman, le Fer & l'Acier avec plus de facilité que tous les autres corps, & qu'elle forme autour de l'Aiman un Tourbillon, qui tout au moins est simple, c'est-à-dire, tel que cette matiére n'entre que par un Pole de l'Aiman, & ne sort que par l'opposé. Nous avons expliqué cette derniére hipothese d'après M. du Fay en 1728* & 1730*. Mais les Philosophes eux-mêmes trouvent bon que leur consentement n'établisse rien, & ils sont les premiers à renverser tout ce qui n'est pas inébranlable. M. de Reaumur avoit déja marqué des doutes sur le premier des deux points que nous venons de rapporter, M. le Monnier en avoit eu aussi, il s'y est confirmé par des expériences, & il a vû en même temps que le second point pouvoit être attaqué. Nous ne rapporterons que les principales de ces expériences, ou elles conclurront assés, ou elles mettront assés sur la voye ceux qui voudront aller plus loin.

* p. 1. & suiv.

* p. 1. & suiv.

Tout le monde sçait que quand on a semé au hasard de la limaille de Fer sur une feuille de papier, sur un Carton, sur une Glace, enfin sur un corps assés mince que ce soit; si on approche de ce corps en dessous une Pierre d'Aiman, toute la limaille se met en mouvement, & s'arrange sur le Papier ou le Carton, &c. selon certaines Courbes, qui paroissent les traces visibles des écoulements de la matiére magnétique sortie de l'Aiman. On aide un peu la formation de ces Courbes, en secouant légerement & adroitement le Carton,

qui ſans cela pourroit par le frottement de ſes parties contre celles de la limaille en arrêter ou en détourner un peu le mouvement naturel. C'eſt une précaution qu'il faut ſuppoſer ici que l'on a toûjours priſe.

M. le Monnier ayant fait cette expérience avec ce ſeul changement qu'au lieu du Carton dont on ſe ſert d'ordinaire, il ſe ſervoit d'une feuille de Tole, a toûjours vû que la limaille jettée deſſus demeuroit preſque immobile, & ne prenoit point, ou ne prenoit que difficilement & très-imparfaitement les formes de Courbes qu'elle a coûtume de prendre. Qui pouvoit l'en empêcher que la Tole interpoſée entre elle & l'Aiman, & qui n'étoit pas traverſée par la matiére magnétique émanée de l'Aiman, comme l'auroit été un Carton ou tout autre corps? Or la Tole n'eſt que du Fer. La matiére magnétique le traverſe donc plus difficilement que tout autre corps, & il en ſera de même de l'Açier, & de l'Aiman même, qui ſont des Fers plus parfaits.

Comme on pourroit ſoupçonner au contraire que la Tole n'arrête la matiére magnétique, & ne l'empêche d'aller juſqu'à la limaille que parce qu'elle lui donne dans toute ſa ſubſtance des paſſages plus libres, M. le Monnier répond qu'en ce cas-là elle ſeroit obligée de ſortir en abondance par toutes les extrémités de la Tole, & de ſe porter à la limaille; & pour voir ſi cela étoit, il a mis ſur la Tole une feuille de papier qui la débordoit de tous côtés de 3 ou 4 pouces, & a ſemé la limaille ſur ce papier. Celle qui étoit ſur les endroits qui débordoient auroit donc reçû la matiére magnétique ſortie des extrémités de la Tole, mais cette portion de la limaille ne fut pas plus agitée que le reſte, & par conſéquent ne reçut pas plus de matiére magnétique.

De-là M. le Monnier conjecture que ce qui rend un Aiman armé plus fort que s'il étoit nud, c'eſt que le Fer de l'armure s'oppoſe à la diſſipation de la matiére magnétique qui ſortiroit de l'Aiman, & l'y tient toute réunie.

Il a fait une fente en ligne droite au milieu d'un Carton, & y a fait paſſer un morceau de Tole perpendiculairement au

Carton, & de ſorte qu'une moitié étoit au deſſus, l'autre au deſſous. Ayant ſemé de la limaille ſur le Carton dans les deux angles ſupérieurs qu'il faiſoit avec la Tole, il mit une Pierre d'Aiman dans un des angles inférieurs, & il vit que de toute la limaille ſemée dans les deux angles ſupérieurs, celle qui étoit contenuë dans un angle prenoit l'arrangement ordinaire & attendu, celle de l'autre angle n'en prenoit aucun, ou preſque aucun. La premiére étoit celle où la matiére magnétique pouvoit arriver en ne traverſant que le Carton; la ſeconde, celle où elle n'eût pû arriver qu'en traverſant de plus la Tole, ce qu'il eſt très-facile de ſe repréſenter. Il importoit peu que la Pierre d'Aiman fût poſée par rapport au Carton, de maniére que ſon axe lui fût perpendiculaire, ou qu'il fût parallele à la commune ſection du Carton & de la Tole, ſeulement dans la premiére poſition pouvoit-on ſoupçonner que la limaille prenoit quelque foible arrangement.

Une Pierre d'Aiman qui ſoûtient quatre fois plus peſant de Fer qu'elle, & qui à la diſtance de 20 pouces, agit encore ſenſiblement ſur une Aiguille aimantée, n'y agit plus à la diſtance de 3 pouc. ou environ, ſi l'on interpoſe trois plaques de Fonte miſes les unes contre les autres.

Lorſque la Pierre d'Aiman que l'on met ſous le Carton où l'on a ſemé la limaille, lui fait prendre ſon arrangement, on remarque deux Vuides formés aux endroits qui répondent aux deux Poles de la Pierre. On conçoit communément que ces Vuides viennent de ce que la matiére magnétique ſortie en plus grande abondance par les Poles de l'Aiman a chaſſé d'abord la limaille des endroits qui y répondoient, pour lui faire prendre enſuite le cours qu'elle prend elle-même, ce qui n'empêche pas qu'elle ne la pénétre en même temps. M. le Monnier croit, au contraire, qu'elle la chaſſe, parce qu'elle ne la pénétre pas, & même que les Vuides ou eſpeces de Sillons qui ſont entre les Courbes formées par la limaille, ſont les véritables routes de la matiére magnétique qui ne fait qu'écarter la limaille de part & d'autre. Mais en laiſſant ce point indécis, qui effectivement peut l'être, l'expérience tournée

un peu différemment, prouvera que la matiére magnétique ne pénétre pas l'Aiman avec la facilité que l'on croit.

M. le Monnier a mis ſous le Carton deux Aimans dont les Poles de différent nom étoient voiſins. En ce cas-là, ſelon le Siſteme commun, les deux Tourbillons magnétiques doivent s'être réunis en un ſeul, & par conſéquent il ne ſe formera ſur la limaille du Carton que deux Vuides répondants à deux Poles. Mais le fait eſt qu'il ſe forme toûjours quatre Vuides; marque que les deux Tourbillons ne ſe ſont pas confondus, & que la matiére magnétique n'a pas paſſé d'un Aiman dans l'autre.

Cette expérience ne prouve pas ſeulement que la matiére magnétique n'entre pas dans une Pierre d'Aiman avec facilité, mais encore qu'elle ne ſe meut pas autour de ces Pierres en Tourbillon; car s'il y avoit eu ici deux Tourbillons, tout étoit bien diſpoſé pour les confondre en un : mais voici des expériences encore plus fortes contre ce mouvement, quoique ſi vrai-ſemblable, & ſi reçû.

Certainement s'il y a un Tourbillon, il s'étend bien à 2 ou 3 lignes de la Pierre. Cependant que l'on aimante une Aiguille de Bouſſole, en la faiſant couler à l'ordinaire ſous la Pierre, & en même temps en lui faiſant toucher les deux boutons de l'armure, ou en la tenant éloignée de ces boutons de 2 ou 3 lignes ſeulement, elle prendra dans les deux cas deux directions diamétralement oppoſées, tout le reſte ayant été parfaitement égal; la même extrémité de l'Aiguille qui ſe tournoit au Nord ſe tournera au Sud. M. le Monnier l'a vû avec étonnement, & en a répété l'expérience plus de fois, & avec plus de ſoin.

Dans l'hipotheſe du Tourbillon, on conçoit que la matiére magnétique ſortie par un Pole, & on juge que c'eſt l'Auſtral, rentre par le Boréal, de ſorte qu'à ſa ſortie par le Sud, elle ſe partage à droite & à gauche, vers l'Orient & vers l'Occident, ſi l'on veut, qui ſeront les deux extrémités de l'Equateur de la Pierre, & de-là, tant par ſa branche Orientale que par l'Occidentale, va gagner le Nord de la Pierre où elle rentre

en

en rassemblant ses deux branches. Par conséquent, les mouvements du Tourbillon aux deux Poles sont contraires l'un à l'autre; au Pole Austral les parties de la matiére magnétique s'écartent, au Boréal elles se rassemblent. Puisque quand on fait passer la Pierre sous le Carton, la limaille représente par ses mouvements ceux de la matiére magnétique, il n'est pas possible qu'elle prenne les mêmes mouvements ou les mêmes directions, lequel que ce soit des deux Poles qui passe le premier sous le Carton par rapport à l'autre; si l'Austral est l'antérieur, il doit écarter la limaille, si c'est le Boréal, il doit la rassembler. Mais on voit le contraire, la limaille prend toûjours la même disposition, indépendamment de cette circonstance, & elle n'a qu'un certain mouvement progressif, qui est en sens contraire de celui de la Pierre, comme si la limaille déja mise en mouvement par l'action de l'Aiman étoit réfléchie par celle qui n'y est pas encore. On sousentend toûjours ici que quand les deux Poles sont alternativement antérieurs, la Pierre est toûjours passée sous le Carton selon une même direction.

Si on la passe de gauche à droite, d'un bout du Carton à l'autre, le Pole Austral étant l'antérieur, une molecule de limaille ira de droite à gauche, en sens contraire de la Pierre, & si ensuite on passe la Pierre sous le Carton en même sens, mais le Pole Boréal étant l'antérieur, la même molecule continuëra d'aller selon la même direction. Or ce n'est pas là ce qui devroit arriver si la matiére magnétique sortoit par un Pole de la Pierre, & rentroit par l'autre. Une même molecule ne suivroit la même direction que tandis que le même Pole de la Pierre seroit, pour ainsi dire, la Prouë, & l'autre la Poupe; car si le Vaisseau se meut à contre-sens, il est visible que le Tourbillon, dont on le suppose environné, étant mû aussi à contre-sens de ce qu'il étoit, doit faire rebrousser la molecule de limaille, & cela, soit que ce Tourbillon soit simple ou double. Quel point de Phisique sera constant, si le Tourbillon magnétique ne l'est pas?

SUR LE VOLUME DES LIQUEURS MESLÉES.

V. les M. p. 165.

QUAND on a mêlé deux Liqueurs ensemble, le volume total doit naturellement être égal à la somme des deux volumes des Liqueurs prises séparément, double du volume de chacune, par exemple, si le volume de chacune étoit égal. Cependant M. de Reaumur a trouvé qu'un volume d'Eau & d'Esprit de vin mêlés en égale quantité n'étoit pas double du volume de chacune de ces liqueurs. Il s'en est apperçû en construisant des Thermometres de son invention, & en les remplissant de liqueurs qu'il mesuroit selon cette méthode exacte qu'il a trouvée aussi *, car sans cela le fait dont nous parlons ne se fût pas rendu aisément aussi sensible qu'il le faut. On sçait précisément, par le moyen des nouvelles mesures, qu'on a mis dans un Tube une certaine quantité d'Eau, on sçait où doit monter la même quantité d'Esprit de vin qu'on y adjoûtera, mais elle ne monte pas jusqu'au point prescrit, & il reste au haut ce que M. de Reaumur appelle un *Vuide*, l'espace que l'Esprit de vin auroit rempli si le volume des deux liqueurs étoit double de celui de chacune.

* V. l'Hist. de 1730. p. 9. & suiv.

Il tombe d'abord dans l'esprit que toutes les deux prises séparément avoient dans leur tissu essentiel, pour ainsi dire, beaucoup de vuides, & que quand on les mêle ensemble, elles remplissent, du moins en grande partie, les vuides l'une de l'autre, d'où s'ensuit évidemment la diminution du volume total. Des Boules pourroient être si grosses par rapport à d'autres, qu'après que les unes & les autres à part auroient rempli une certaine mesure égale, elles tiendroient toutes ensuite dans cette même mesure, ou du moins dans une moindre que le double de cette mesure. Cela effectivement a bien quelque part au phénomene dont il s'agit, mais M. de Reaumur va à une bien plus grande précision d'idées.

Quoique ce qu'on a appellé jusqu'à présent *dissolution*, ne

ſoit guére que la diviſion des parties d'un corps ſolide produite par l'action d'un liquide, il ne paroît nullement impoſſible que la diſſolution ait lieu de liquide à liquide, que l'un agiſſe ſur les parties intégrantes de l'autre, qui ſeront de petits ſolides, qu'il les atténuë, ou les ouvre, & enfin s'inſinuë par-là dans un grand nombre de petits eſpaces auparavant vuides.

Ce qui marque bien que de l'Eau à l'Eſprit de vin il ſe fait une vraye diſſolution, c'eſt que dans le premier moment du mêlange les deux liqueurs deviennent louches, troubles, & ce temps de la fermentation & du combat étant paſſé, elles s'éclairciſſent. Ce n'eſt que quand tout eſt calme, quand l'eau s'eſt logée par tout où elle peut pénétrer, que la diminution de volume arrive, auſſi grande qu'elle peut l'être. Si l'on veut bien voir ce phénomene, il faut verſer l'Eſprit de vin ſur l'Eau très-doucement, & avec toute la précaution néceſſaire pour empêcher les deux liqueurs de ſe mêler trop vîte; alors l'Eſprit de vin occupe la place qui convient à ſon volume naturel, & il ne baiſſe qu'après la petite fermentation. Afin qu'il baiſſe autant qu'il peut baiſſer, il faut que le mêlange des deux liqueurs ait été fait le mieux qu'il ſoit poſſible, & pour cela on ſecouë auparavant & on agite quelque temps le Tube.

Après bien des expériences pour découvrir en quelle doſe du mêlange de ces deux liqueurs ſe faiſoit la plus grande diminution de volume total, le plus grand vuide dans le Tuyau, M. de Reaumur a trouvé que c'étoit lorſqu'on avoit mis une partie d'Eſprit de vin ſur deux d'Eau. Plus d'Eau ne feroit rien de plus, beaucoup moins d'Eau ne feroit rien, ou preſque rien. C'eſt bien là ce que l'on voit à chaque moment en Chimie, où des matiéres *ſaoulées* d'une certaine quantité d'un Diſſolvant n'en reçoivent abſolument pas davantage.

L'Eau & l'Eſprit de vin ſont deux liqueurs inégalement peſantes, & quoique la différence en ſoit très-petite, on la reconnoît par l'Aréometre ou Peſe-liqueur. On ſçait donc quel ſera le poids de deux parties égales d'Eau & d'Eſprit de vin priſes enſemble, mais non pas mêlées, ce ſera la peſanteur ſpécifique du Volume qu'elles formeront. Mais quand elles

ſont mêlées enſemble, un pareil volume a une peſanteur ſpécifique plus grande; donc le mêlange a fait qu'un même Volume contînt une plus grande quantité de ces liqueurs, donc leur contexture intime a été changée, ce qui emporte l'idée de diſſolution, ou du moins y convient fort.

Mais laquelle des deux liqueurs eſt le Diſſolvant? apparemment c'eſt l'Eau, diſſolvant aſſés univerſel. L'Eſprit de vin plus léger eſt par conſéquent plus rare, & a plus de vuides où l'eau peut s'inſinuer après avoir détruit les cloiſons. Plus un Eſprit de vin eſt rectifié, c'eſt-à-dire, plus il a de parties propres d'Eſprit de vin, plus étant mêlé avec la même quantité d'Eau, il baiſſe dans le Tube; c'eſt qu'un plus grand nombre de parties propres d'Eſprit de vin contiennent un plus grand nombre de ces vuides que l'Eau peut remplir. Cela même dans une matiére qui ne paroît guére juſqu'à préſent que curieuſe, pourra fournir une méthode utile pour juger de la bonté d'un Eſprit de vin.

C'eſt donc cette liqueur qui eſt diſſoute, c'eſt elle qui a abſorbé dans ſes vuides une quantité d'Eau, & qui par-là a fait diminuer le volume total. Il réſulte de toutes les expériences de M. de Reaumur, que cette diminution va à $\frac{1}{20}$ du volume de l'Eſprit de vin.

Il ne faut pas conclurre de-là qu'en mêlant 20 parties d'Eſprit de vin & une d'Eau, on donneroit à l'Eſprit de vin tout ce qui lui eſt néceſſaire pour remplir ſes vuides, & que la diſſolution ſeroit faite. Afin que l'Eau agiſſe ſur l'Eſprit de vin comme Diſſolvant, & le diviſe juſqu'au point requis, il eſt beſoin qu'il ait été auparavant diviſé moins finement, que ſes molecules groſſiéres ayent été plus écartées les unes des autres. En un mot, l'Eau doit agir comme Intermede, auſſi-bien que comme Diſſolvant, & il faut pour la premiére fonction une plus grande maſſe.

Il ſort toûjours de l'Air de deux matiéres qui fermentent enſemble, & on pourroit croire que la quantité qui en ſort de l'Eau & de l'Eſprit de vin dans les Expériences préſentes, eſt ce qui cauſe la diminution de volume. Si cela eſt, cet

l'Air remplira tout le vuide que la diminution du volume total des deux liqueurs laiſſe au haut du tuyau ; s'il le remplit, il ſera équilibre avec l'air extérieur, condenſé au point qu'il l'eſt par le poids de l'Atmoſphere ; s'il fait cet équilibre, un Parchemin, tendu un peu lâchement ſur l'orifice du Tuyau qu'il bouchera, demeurera horiſontal parce qu'il ſera également pouſſé de haut en bas par l'air extérieur, & de bas en haut par cet air intérieur ſorti des deux Liqueurs. Mais le Parchemin s'abbaiſſe par ſon milieu, & devient convexe du côté du Tuyau ; preuve ſûre que l'air extérieur eſt le plus fort, & que l'intérieur ne remplit pas entiérement le vuide, & que s'il contribuë à la diminution de volume, il n'en eſt pas la ſeule cauſe.

Lorſque dans ces expériences, on a mis du Vin de Bourgogne, au lieu d'Eſprit de vin, nul effet ne s'en eſt enſuivi, nulle diminution de volume, nul vuide dans le Tube. Il n'y a pas lieu de s'en étonner, nous avons vû que dès qu'on avoit mis plus de deux parties d'Eau ſur une d'Eſprit de vin, il n'y avoit plus d'effet à attendre, parce que l'Eau étoit *ſaoulée* d'Eſprit de vin ; or du Vin de Bourgogne, & tout autre eſt un Eſprit de vin où il y a plus de deux parties d'Eau. Pluſieurs autres liqueurs mêlées ou avec l'eau pure, ou entre elles, ne donnent point non plus de diminution de volume.

Le principe général eſt donc qu'il faut pour cela que des vuides qui ſe trouvoient dans une des liqueurs, ou dans les deux ſéparées, ſoient remplis parce qu'on les a mêlées, & que ce mêlange a donné occaſion à l'une d'atténuer les parties de l'autre, d'en ouvrir des cellules vuides, & de s'y inſinuer, &c. Si la liqueur qui devroit recevoir l'action de l'autre, car il ſuffit d'en conſidérer une ſeule comme agiſſante, n'eſt plus en état de recevoir cette action, ſi tous ſes vuides ſont déja ouverts, & remplis, certainement il n'y a point d'effet à attendre, ſi ce n'eſt qu'il ſe trouve une autre liqueur capable de faire ce que celle-ci n'aura pas pû.

Une Boule formée de grains de Sable liés enſemble par une Colle diſſoluble à l'Eau, & c'eſt l'exemple de M. de

Reaumur, étant miſe dans l'Eau, ces grains qui ne ſe touchoient qu'imparfaitement, & laiſſoient entre eux des vuides, ſe ſépareront, & l'Eau remplira des eſpaces auparavant vuides. S'il n'y a d'Eau que ce qu'il en faut pour diſſoudre toute la Colle qui lioit les grains de Sable, voilà tout l'effet poſſible arrivé. S'il n'y avoit pas aſſés d'Eau, il en faudra de nouvelle, & quand il y en aura aſſés, en vain en mettra-t-on davantage. Mais ſi toute la Colle étant fonduë, & tous les grains de Sable ſéparés, ces grains ſont formés eux-mêmes de grains plus petits, liés par la même Colle, mais qui, parce qu'ils ſeront plus petits, n'auront pas admis l'eau dans leurs interſtices auſſi aiſément que les premiers, alors avec de nouvelle eau, on aura encore un nouvel effet, apparemment moindre, ou plus lent, & on ne peut ſçavoir que par l'expérience où cela s'arrêtera. Si les parties des ſeconds grains étoient liées par une autre Colle que celle des premiers, ce qui eſt poſſible, il faudroit après l'Eau un autre Diſſolvant. Il eſt aiſé d'appliquer les différents cas de cet exemple, & d'autres peut-être qu'on pourroit encore imaginer, à ceux qui ſe trouveront quand on opérera ſur cette matiére.

M. de Reaumur n'a parlé que des Liqueurs mêlées dont le volume total diminuë par le mélange, mais pourquoi n'augmenteroit-il pas auſſi avec d'autres liqueurs, & en d'autres circonſtances? je dis même après le mélange, car il n'y a rien d'extraordinaire que pendant qu'il ſe fait, c'eſt-à-dire, pendant la fermentation, le volume augmente. Il ne ſeroit pas impoſſible que les deux liqueurs, ou l'une ſeulement, priſſent un état de rarefaction durable, il ſe formeroit des cellules, de petites cavernes, qui ne ſe rempliroient que d'air; mais il ne faut point ſe hâter de deviner, ni prévenir les phénomenes, il y en a aſſés de bien réels & de bien conſtants.

SUR LE SOLEIL VU ELLIPTIQUE *à environ 10 degrés de hauteur ſur l'Horiſon.*

IL n'eſt rien de plus ordinaire que de voir le Soleil elliptique, lorſqu'il eſt prêt à ſe cacher ſous l'Horiſon. Les refractions horiſontales qui ſont les plus grandes de toutes, venant alors à élever ſon bord inférieur beaucoup plus que le ſupérieur, diminuënt d'autant ſon diametre vertical, par rapport à l'horiſontal qui n'éprouve rien de pareil; d'où reſulte l'apparence d'ellipticité dont il s'agit. Mais il eſt infiniment rare que le diſque du Soleil ſoit vû ſous cette forme, à quelques degrés au-deſſus de l'horiſon, ou plûtôt on ne ſçait pas qu'il y en ait d'exemple. C'eſt que les refractions décroiſſent très-rapidement un peu au-deſſus de l'Horiſon, & en montant vers le Zénit; cependant le 28me Juin de cette année, le Soleil fut obſervé ſenſiblement Elliptique, à la hauteur d'environ 10 degrés. M. de Mairan qui le regarda par haſard, le trouva tel, non ſans ſurpriſe, & quelques autres perſonnes le virent comme lui. Il y avoit donc alors dans l'Atmoſphere, à la hauteur de 10 degrés, une matiére refractive auſſi forte, ou auſſi abondante qu'elle l'eſt d'ordinaire, tout proche de l'Horiſon. Et c'eſt un fait d'autant plus remarquable, qu'il peut tenir les Obſervateurs en garde contre les effets & l'illuſion des refractions dans des cas où ils n'ont pas accoûtumé de la ſoupçonner.

V. les M. p. 329.

SUR L'AURORE BORÉALE.

L'HIPOTHESE de M. de Mairan ſur la cauſe phiſique de l'Aurore Boréale eſt preſque entiérement fondée ſur l'expérience, & ſur les Obſervations que l'on a de ce Phénomene, ſur la correſpondance de ſes apparitions avec celles de la Lumiére Zodiacale, & ſur l'accord des temps de ſa plus grande fréquence avec les différentes ſituations de la Terre

V. les M. p. 477.

dans ſon orbite, ainſi que nous l'avons expliqué dans le précis que nous en donnâmes l'année derniére*. Il ne pouvoit donc trop raſſembler d'Obſervations pour juſtifier ſon Siſtême ſur cette matiére, & quelque nombreuſes que fuſſent déja celles qui lui ont ſervi à en établir les fondements, il étoit obligé de les continuer. Il y a grande apparence qu'il ne ſe diſpenſera pas ſi-tôt de ce ſoin & de cette attention, en faveur d'une idée ſi neuve, ſi hardie, & juſqu'à préſent ſi vrai-ſemblable. C'eſt une eſpece d'engagement qu'il a contracté là-deſſus avec le Public, & dont il commence de s'acquitter ici en nous donnant les Obſervations de l'Aurore Boréale, de la Lumiére Zodiacale, & de tout ce qui a quelque rapport à ces Phénomenes vûs à Paris, ou aux environs, pendant le cours des années 1732 & 1733. On y trouvera de nouveaux exemples & de nouvelles preuves de ce qu'il a avancé dans ſon Traité ſur ce ſujet. Rien n'eſt plus conforme à l'eſprit de l'Académie que de ramaſſer ainſi des matériaux, dont le ſeul aſſemblage pourra un jour nous dévoiler le ſecret de la Nature. Depuis la Repriſe des Aurores Boréales, dont on peut placer le commencement en 1716, il n'y a point eu d'année plus féconde en grands Phénomenes que 1731 où finit le Traité de M. de Mairan. 1732 l'eſt moins, & cette diminution paroît encore davantage en 1733. Il y a eu pourtant dans celle-ci, le 10 d'Octobre, une Apparition de l'Aurore Boréale très-remarquable par la netteté avec laquelle le Segment obſcur & l'Arc lumineux ſe trouvoient tranchés. C'eſt par-là, comme nous l'avons expliqué, qu'on peut s'aſſûrer de la hauteur de la matiére du Phénomene dans l'Atmoſphere, pourvû que quelque autre Obſervateur indique en même temps la hauteur apparente de cet Arc, à une latitude de lieu ſenſiblement différente. Du reſte à en juger par les Repriſes qui ont précédé celle que nous éprouvons depuis 1716, & par les intervalles qui les ſéparent, on ne doit pas douter que celle-ci ne finiſſe, & que nous ne retombions un jour dans ces temps où l'Aurore Boréale n'eſt connuë que dans les Livres des Philoſophes.

* V. l'Hiſt. de 1732. p. 1. & ſuiv.

OBSERVATION

OBSERVATION
DE PHISIQUE GENERALE.

IL eſt bien vrai, comme il a été dit en 1728 *, que pour faire perdre à des Agathes ces ramifications d'Arbriſſeaux ou de Buiſſons qui leur ont été données par art, ou, ce qui eſt le même, effacer les couleurs de ces figures, il ne faut que tremper les Pierres dans de l'Eau-forte, & les laiſſer ainſi à l'ombre dans un lieu humide pendant 10 ou 12 heures. Mais il n'eſt pas vrai que ce ſoit là, comme on le croyoit, un moyen ſûr de reconnoître ces *Dendrites* artificielles d'avec les naturelles.

* V. les M. p. 53.

M. de la Condamine fit cette épreuve ſur deux Dendrites, moins pour la faire, que pour s'aſſûrer encore qu'il n'en arriveroit rien, car les deux Agathes étoient hors de tout ſoupçon, ſur-tout par l'extrême fineſſe de leurs rameaux, qui eſt ce que l'art ne peut attraper; effectivement pendant 3 ou 4 jours, il n'y eut aucun changement. Mais par bonheur les Dendrites miſes en expérience ayant été oubliées ſur une fenêtre pendant 15 jours d'un temps humide & pluvieux, M. de la Condamine les retrouva fort changées. Il s'étoit mêlé un peu d'eau de pluye avec ce qui reſtoit d'eau-forte dans le Vaſe. L'Agathe où la couleur des Arbriſſeaux étoit la plus foible, l'avoit entiérement perduë, hors dans un ſeul petit endroit. L'autre étoit partagée en deux parties, celle qui trempoit dans la liqueur étoit effacée, celle qui demeuroit à ſec, avoit conſervé toute la netteté & la force des traits de ſes Arbriſſeaux. Il a fallu pour cette expérience de l'oubli, au lieu de ſoin & d'attention.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 351. L'Ecrit de M. de Juſſieu ſur les Cauſes qui ont altéré l'Eau de la Seine en 1731.

p. 417. Les Obſervations du Thermometre faites dans l'Iſle de Bourbon par M. de Coſſigni, comparées à celles de Paris par M. de Reaumur.

p. 499. Les Obſervations Météorologiques de Béziers communiquées par M. de Mairan.

p. 509. Les Obſervations Météorologiques de M. Maraldi.

ANATOMIE.

SUR LA POITRINE D'UN ENFANT NOUVEAU-NÉ DIFFORME.

UN Enfant mort 3 ou 4 Minutes après sa naissance, s'étant attiré par la difformité extraordinaire de ses Bras la curiosité de M. Petit le Médecin, il se trouva qu'il la méritoit encore davantage par les singularités de sa Poitrine, auxquelles on n'eût pas pensé. Si l'on ouvroit plus de Cadavres, les singularités deviendroient plus communes, & les différentes structures mieux connuës. Nous ne toucherons point à la dissection que fit M. Petit des Bras de cet Enfant; nous ne parlerons que de ses remarques sur la Poitrine, qui contiennent des vûës plus Sistématiques. V. les M. p. 1.

Dans cet Enfant, qui avoit 21 pouces, longueur ordinaire des Enfants nés à terme, la Poitrine mesurée depuis le haut du Sternum jusqu'au bas n'avoit que 2 pouces de hauteur, au lieu de 3, ou à peu-près, qu'elle auroit dû avoir.

Le Poumon droit avoit respiré pendant les 3 ou 4 Minutes de vie après la naissance, & non pas le Poumon gauche, ce qui se reconnoissoit non seulement à leur différence de couleur & de gonflement, mais à l'épreuve plus sûre de l'eau, où un Poumon qui a pris de l'air surnage, & s'il n'en a pas pris s'enfonce.

A cette occasion M. Petit se desabusa d'une erreur où le jettoit une fausse expérience. Il avoit beau presser en tous sens entre ses doigts un morceau coupé d'un Poumon qui avoit respiré, ce morceau nageoit toûjours sur l'eau, & par conséquent tout l'air n'en avoit pas été exprimé, quoique la

coupe eût été faite exprès dans une assés grande surface, qui présentoit à l'air beaucoup d'ouvertures pour sortir. Il paroissoit donc que l'Air une fois entré dans les Poumons n'en sortoit plus entiérement, & qu'il en restoit une partie cantonnée dans des interstices, dans des recoins d'où l'on ne pouvoit la tirer. Mais M. Petit a vû que la Machine du Vuide faisoit très-facilement ce que ne fait pas la plus forte compression des doigts. Le poumon d'un jeune Lapin, qui avoit expiré dans cette Machine, alla au fond de l'eau, tant il avoit été bien purgé d'air. M. Petit se seroit cru l'inventeur de cette expérience assés curieuse, si on ne l'eût averti qu'il avoit été prévenu par un Auteur dont on ne se souvenoit plus. Quand on presse un Poumon entre ses doigts, on ferme nécessairement beaucoup de passages à l'air qui pourroit s'échapper, & peut-être ne fait-on que l'envoyer dans d'autres retraites, mais ce même air soulagé également dans le Vuide du poids de l'air extérieur, se dilate également par tout, & trouve par tout des passages également propres à sa sortie.

La Trachée se divise à droite & à gauche en deux gros Troncs, subdivisés ensuite en une infinité de Bronches ou rameaux toûjours plus petits qui vont porter l'air dans les Poumons. La Trachée, ses troncs & ses rameaux sont naturellement enduits en dedans d'une humeur assés fluide, mais dans l'Enfant dont il s'agit, cette humeur étoit fort visqueuse, & fort épaisse, sur-tout celle du tronc gauche, qui en étoit entiérement rempli. Le tronc droit plus libre avoit laissé à l'air un passage que le gauche ne lui avoit pas permis, & par cette raison le Poumon droit, à l'exclusion de l'autre, avoit respiré.

M. Petit trouve dans cette différence la cause de la prompte mort de l'Enfant. Si les deux Poumons eussent respiré, chacun auroit pris en recevant de l'air, l'extension qui lui convenoit, ils se seroient contrebalancés mutuellement, & toutes les parties qui leur sont liées, & qui tiennent à eux, se seroient maintenuës dans leur position naturelle. Mais le Poumon droit

s'étant ſeul gonflé, il a pû ſans réſiſtance faire des déplacements de parties, des compreſſions ou des allongements de Vaiſſeaux encore très-foibles & très-délicats, & peut-être le peu de capacité qu'on a remarqué dans la Poitrine a-t-il aidé à ces effets. C'eſt ce que M. Petit explique plus en détail. Le moindre Vaiſſeau rompu par ce dérangement aura ſuffi pour cauſer la mort dans l'inſtant.

M. Petit croit que cette humeur, qui après la reſpiration enduit la ſuperficie interne de la Trachée & de ſes branches, & qui apparemment ſert alors à les préſerver de la ſéchereſſe que le paſſage continuel de l'air y cauſeroit, remplit ces cavités avant la reſpiration, & ſert à les tenir en état d'être les canaux de l'air quand il le faudra. Il croit que les autres canaux ou cavités, qui ne ſont pas encore leurs fonctions dans le Fœtus, doivent être en attendant maintenus de même par quelque liqueur. La poſture ordinaire du Fœtus dans la Matrice étant d'avoir la tête panchée ſur ſa poitrine, ſa Trachée en eſt plus courte, ce qui paroît ſenſiblement par l'expérience que chacun en peut faire ſur ſoi-même. Dès que le Fœtus eſt né, il releve la tête, ou bien on la lui releve, ſa Trachée s'allonge, & par-là augmente un peu de capacité, & pour peu que ce ſoit, c'en eſt aſſés pour donner à l'air la premiére entrée. L'air pouſſe devant lui la liqueur dont la Trachée étoit remplie, & comme en même temps, ſoit par ſon paſſage ſeul, ſoit par la rarefaction qui lui ſurvient dans un lieu chaud, il étend les Anneaux cartilagineux & fléxibles de la Trachée auparavant plus étroits & plus ſerrés, cette liqueur qui rempliſſoit un petit eſpace ne ſuffit plus pour en remplir un plus grand, & elle ne peut plus qu'en revêtir la ſuperficie interne à laquelle elle s'attache. Tout ce qu'on pourroit mettre de plus dans le détail de cette explication eſt très-aiſé à ſuppléer.

SUR LA MANIERE D'ARRESTER LES HEMORRAGIES

Qui viennent après des Membres coupés.

ON a vû en 1731 le Mémoire de M. Petit le Chirurgien sur la maniére d'arrêter les Hémorragies des gros Vaisseaux coupés, & quelle fut la nouvelle Machine qu'il inventa avec un succès presque inesperé dans une opération qui avoit attiré les yeux de tout Paris *. Cette Machine n'agissoit que par une compression, mais également douce & forte, & ménagée avec beaucoup d'art. On a vû aussi en 1732 *, que l'Auteur, en suivant cette idée, y a adjoûté de nouvelles preuves, & de nouvelles observations. D'un autre côté, dans la même année *, M. Petit le Médecin a examiné les Astringents & les Caustiques, par rapport à l'usage dont ils peuvent être pour arrêter les Hémorragies. Maintenant M. Petit le Chirurgien reprend encore cette matiére, & c'est d'après lui seul que nous allons parler.

* V. les M. de 1731. p. 85. & suiv.

* V. les M. p. 388.

* V. l'Hist. de 1732. p. 39. & suiv.

Quand un Vaisseau, même un des plus gros, a été coupé, pourvû que pendant un certain temps, on empêche le Sang de sortir, & c'est ce qu'on fera par le moyen du nouveau Bandage compressif, il se formera naturellement à l'extrémité ouverte du Vaisseau, un Caillot de Sang qui la bouchera, & d'autant mieux qu'il sera soûtenu par les chairs qui reviendront à l'entour.

Tout le monde sçait combien le Sang se coagule aisément, on en voit tous les jours l'expérience après une Saignée, mais il est bon de connoître plus précisément la nature de cette coagulation. Le Sang est un composé de trois parties différentes & assés hétérogenes; la Limphatique, qui est blanche; la Globuleuse, qui est rouge; la Séreuse, plus fluide que les deux autres, & qui n'en est que le véhicule commun. La Limphe destinée à nourrir tout le Corps, & à devenir Chair,

Membrane, Nerf, & toute autre partie ſolide, eſt par conſéquent très-diſpoſée à la coagulation, c'eſt même elle-ſeule qui eſt coagulée lorſque tout le Sang paroît l'être, elle a enveloppé dans ſa coagulation, les Globules, & la Séroſité, & ce qui le marque bien, c'eſt que le *Coagulum* ou Caillot eſt en ce cas beaucoup moins ferme, que quand il n'eſt que de Limphe.

La Limphe eſt plus légére que les deux autres parties, elle prend toûjours le deſſus, pourvû que les circonſtances le lui permettent. A l'ouverture des Cadavres, où l'on voit ordinairement le Sang du Cœur & des Vaiſſeaux coagulé, on trouve quelquefois des Caillots formés en même temps de la partie Globuleuſe & de la Limphatique, mais alors M. Petit obſerve que la partie ſupérieure du Caillot eſt blanche, & l'inférieure rouge, parce que la Limphe, par ſa légéreté, domine dans la ſupérieure. Cela ſuppoſe que les Cadavres ſe ſoient refroidis dans la ſituation horiſontale, ainſi qu'il arrive communément.

Si l'on fait l'amputation d'un Membre à quelqu'un qui ait d'ailleurs les Ecrouelles, ou toute autre maladie qui vienne de l'épaiſſiſſement exceſſif du Sang, on en aura plus de facilité à arrêter le Sang après l'opération, parce qu'il eſt très-diſpoſé de lui-même à former à l'ouverture du Vaiſſeau coupé, ce Caillot qu'on y deſire. Il en va de même dans tous les cas d'inflammation, puiſque l'inflammation eſt un épaiſſiſſement du Sang qui l'empêche de circuler librement. Dans la Gangréne, où le Sang eſt coagulé, il n'y a point d'Hémorragie, quand on coupe dans la partie morte, il n'y en a pas même quand on coupe un peu plus loin, & dans le vif, parce que le Sang y commence déja à être trop épais pour s'épancher au dehors.

De tout cela, M. Petit conclut que dans tous les cas on peut compter ſur le Caillot qui bouchera le Vaiſſeau, bien entendu que dans les cas moins favorables, & qui ſont de beaucoup les plus communs, on aura employé la compreſſion. Il tire même une concluſion plus délicate, & qui peut d'abord

ſurprendre; il ne faut point aider la formation du Caillot par des Stiptiques que l'on appliqueroit à l'extrémité du Vaiſſeau pour y épaiſſir le Sang. Ils agiroient ſur ſes trois parties à la fois, & les coaguleroient confuſément, c'eſt-à-dire, qu'ils coaguleroient bruſquement la Limphe, qui enfermeroit dans ſon *Coagulum* les deux autres parties, & le tout ſeroit d'une conſiſtance trop molle, & pourroit ne pas réſiſter ſuffiſamment à l'impulſion du Sang d'un gros Vaiſſeau. Il vaut mieux laiſſer à la Limphe le temps de ſe ſéparer du reſte, après quoi elle formera ſeule un Caillot plus dur. On tiendra le Moignon du Membre coupé dans la ſituation la plus convenable qu'il ſe pourra à cette ſéparation de la Limphe, qui ſe doit faire par ſa légéreté. Les Minuties ceſſent ſouvent de l'être.

SUR UN ANEVRISME DE L'ARTERE SOUCLAVIERE DROITE

Vuidé par la Bouche.

V. les M. p. 108.

ON verra dans le Mémoire de M. Maloet, l'hiſtoire détaillée d'un Soldat des Invalides, qui n'ayant qu'un reſte d'une fluxion de poitrine de ſix ſemaines, & une tumeur ſurvenuë pendant ce temps-là au bas du cou, groſſe comme une Noix, & aſſés ferme, ſe mit tout d'un coup à vomir du Sang pur à grands flots, & en telle abondance qu'il s'en épuiſa entiérement, & mourut en une Minute. La tumeur du cou diſparut.

M. Maloet n'eût pas été fort ſurpris que cette tumeur, qu'il avoit reconnuë d'abord pour un Anevriſme, eût crevé ſubitement, en dedans, & eût cauſé la mort, quoiqu'il ſoit aſſés commun que l'on porte impunément de plus gros Anevriſmes pendant un plus long temps. Mais il ne voyoit point comment cet Anevriſme, qu'il jugeoit devoir être ou dans l'Aorte, ou dans quelqu'une de ſes plus groſſes branches, avoit pû ſe vuider par la bouche, avec laquelle ces Vaiſſeaux-là n'ont

n'ont abſolument aucune communication; le cas étoit tout-à-fait ſingulier.

Il n'y eut d'éclairciſſement que par l'ouverture du Cadavre. L'Anevriſme étoit dans l'Artere Souclaviére droite, à l'endroit où elle part de l'Aorte. La partie poſtérieure du Sac Anevriſmal s'appliquoit contre la Trachée, & y occupoit l'étenduë de ſix de ſes Anneaux Cartilagineux. Entre deux de ces Anneaux, & dans la Membrane ligamenteuſe qui les joignoit, étoit un trou qui perçoit du Sac Anevriſmal dans la cavité de la Trachée, & c'eſt par-là que le Sang de la Souclaviere, & enſuite celui de tout le Corps a dû s'épancher dans la Trachée pour en ſortir par la bouche.

Il a donc fallu que la Membrane ou Tunique de la Souclaviére, déja émincée dans ſon total par la dilatation que l'Anevriſme lui cauſoit, ait été encore plus émincée, & enfin uſée & détruite à l'endroit du trou, ſoit parce qu'elle y étoit naturellement plus foible, ſoit parce que le Sang, en vertu de ſa direction, y a une impulſion plus forte; & en général, le Sang a dû agir avec plus de force ſur toute la partie du Sac appuyée contre les Anneaux de la Trachée qui ſont aſſés ſolides, parce qu'il y trouvoit plus de réſiſtance & plus d'appui que par-tout ailleurs. La Tunique de la Souclaviere étant détruite dans l'endroit marqué, la Membrane extérieure de la Trachée a ſuppléé à ce défaut, & a ſervi de paroi où le Sac Anevriſmal en manquoit, mais le ſang a continué d'agir, & a attaqué l'intervalle des deux Anneaux qui lui répondoient; & c'étoit en effet un endroit plus foible & plus aiſé à creuſer qu'un Anneau. Il a été beſoin d'un temps pour cela, auſſi s'appercevoit-on que le trou n'étoit pas nouvellement fait. Mais quand le ſang, en minant toûjours, eſt enfin arrivé à la Membrane intérieure de la Trachée, le moment, où elle a été forcée, a dû être celui de la mort. Il ne reſte qu'à ſçavoir pourquoi le ſang, au lieu de s'épancher de la Trachée dans les Poumons, a pris la route de la bouche; ſans doute il y trouva plus de facilité qu'à pénétrer les Poumons remplis d'air.

SUR UN VER RENDU PAR LE NE'S.

UN Officier de chés le Roi sentoit depuis trois ans au bas du front, du côté gauche, & près de la racine du Nés, une douleur fort vive, plus violente dans des temps que dans d'autres, qui s'étendoit vers l'Oeil du même côté, & quelquefois au point qu'il craignoit d'en perdre l'Oeil ; il avoit en même temps un bourdonnement considérable dans l'Oreille.

Pour remédier à ce bourdonnement, il se fit verser, étant au lit, quelques gouttes d'Huile d'Amandes douces dans l'Oreille affectée, & se tint pendant quelque temps couché sur l'autre. Deux jours après il sentit dans sa Narine gauche une grande démangeaison, des picotements, des tiraillements, de fréquentes envies d'éternuer, & même, en se mouchant, quelque chose qui remuoit dans son Nés, & qu'il n'en put chasser tout-à-fait, qu'en y portant le bout du doigt pour le tirer. C'étoit un Ver qui courut aussi-tôt sur sa main avec une extrême vîtesse, quoique couvert d'une mucosité parsemée de Tabac, parce que cet Officier en prenoit beaucoup. On mit le Ver dans une Tabatiére, où il y en avoit, & il y vêcut 5 ou 6 jours. Tous les accidents du Malade cesserent aussi-tôt après la sortie de cet Insecte.

M. Maloet l'a eu entre ses mains mort & desséché. Il le trouva du Genre des *Centipedes*, & de l'Espece des Scolopendres terrestres. Il en fit une description exacte & bien détaillée, mais que nous ne rapporterons point, parce qu'en 1708 * nous en avons fait une assés semblable d'un autre Ver rendu pareillement par le Nés. Ils ne différent que par la grandeur, celui d'aujourd'hui n'avoit que 16 lignes de long, & l'autre 6 pouces. Il est vrai que le plus grand avoit 112 pieds ou pattes, & l'autre 100 seulement, mais si le petit eût crû, peut-être en auroit-il eu davantage, & enfin c'est le grand nombre des pieds, & non le nombre précis de 100, qui fait les Centipedes.

* p. 42. & suiv.

Une différence d'une autre espece entre les deux Vers, &

remarquable, c'eſt que celui de 1708 fut, ſelon les apparences, tiré en un mois du lieu où il étoit par l'uſage du Tabac, que l'on avoit cru lui devoir être contraire, au lieu que celui-ci, malgré un uſage continuel du Tabac, avoit vêcu 3 ans, & vêcut même encore aſſés long-temps dans du Tabac, ce qui rend au moins fort douteuſe la bonté de ce Remede.

Les deux Vers étoient dans un Sinus frontal, mais le grand dans le droit, & le petit dans le gauche, différence qui n'en eſt pas une. La route que feu M. Littre faiſoit tenir à ſon Ver pour entrer dans le Sinus, & pour en ſortir, ſera la même pour le Ver de M. Maloet. Nous ſuppoſons qu'on s'en ſouvienne, ou qu'on ſe la rappelle.

Mais voici une différence très-eſſentielle, & qui eſt le point principal de l'obſervation de M. Maloet. Son Ver ne paroît avoir été chaſſé que par l'Huile verſée dans l'Oreille, & il ſeroit fort naturel qu'elle l'eût chaſſé, car tous les Inſectes doivent la fuir, puiſqu'elle leur ôte la reſpiration en bouchant toutes leurs Trachées ; mais la difficulté eſt qu'elle ait pû parvenir juſqu'à ce Ver enfermé dans le Sinus frontal. Elle ne s'eſt répanduë que dans le Conduit extérieur de l'Oreille très-exactement fermé en dedans par la Membrane du Timpan, comment a-t-elle paſſé au travers de cette Membrane ? & quand elle y auroit paſſé, il y a encore loin de là au Sinus frontal, & quel chemin a-t-elle pris pour y arriver ?

C'eſt une pratique reçûë des plus habiles Médecins que d'appliquer ſur le Nombril différentes Huiles pour agir contre les Vers des Inteſtins. Elles n'y agiſſent qu'après avoir pénétré la Peau, la Membrane Adipeuſe, le Péritoine, l'Epiploon, les Membranes des Inteſtins, & à combien plus forte raiſon, dit M. Maloet, une Huile aura-t-elle pû pénétrer le ſeul Timpan, ſi fin & ſi délié ? il n'y a eu que les parties les plus ſubtiles qui ayent pénétré, il n'en falloit pas beaucoup pour ſe faire ſentir à un ſi petit Ver, mais à cauſe de leur lenteur naturelle, il leur a fallu deux jours pour faire leur effet.

S'il y a toûjours à la Membrane du Timpan une petite ouverture échancrée, que Rivinus a découverte, & que M.

Maloet y a effectivement vûë deux fois, ou seulement si elle s'est trouvée par une espece de hasard dans le Timpan du Malade, le passage de l'Huile aura été encore sans comparaison plus aisé.

Quant à sa route, après avoir été reçûë dans la cavité du Timpan, elle se sera portée à la faveur de la Trompe d'Eustache, qu'on appelle communément l'*Aquéduc*, jusqu'aux fosses Nasales, d'où elle aura pû aisément, à cause de sa subtilité, s'élever au Sinus frontal.

Ce fut par une espece de hasard, & uniquement par rapport au bourdonnement, que le Malade, qui avoit le Ver sans le sçavoir, se fit verser de l'Huile dans l'Oreille. S'il eût connu son Ver, & le lieu qu'il occupoit, il auroit bien pû croire qu'il falloit tirer cette Huile par la Narine gauche, afin qu'elle allât attaquer le Ver par cette route aisée & toute ouverte. Mais il auroit très-mal fait en suivant ce raisonnement si plausible. Le Ver attaqué du côté du Nés auroit fui du côté opposé, & se seroit cantonné dans des endroits d'où il n'auroit pû ressortir, ou bien il seroit mort, & la pourriture de son petit cadavre auroit bien pû causer des accidents très-fâcheux. Heureusement l'attaque qu'on faisoit d'un côté le déterminoit à fuir de l'autre où la sortie étoit facile, & il s'aidoit de toutes ses forces pour sortir, ce qui est encore un avantage de tirer les Vers vivants. Il résulte de-là une Regle de pratique pour tous les Vers qu'on jugera être dans les Sinus frontaux.

Conformément à ces idées on suit deux méthodes différentes pour les Vers des Intestins. Ils ne peuvent guére sortir que par l'Anus, & pour les tirer du corps, on les en chasse par des choses qui leur soient contraires, ou bien on les attire au dehors par d'autres qui soient de leur goût. Les premiers de ces Remedes, il faut les prendre par la bouche, les seconds doivent être donnés en lavement. La raison de cette différence est claire après tout ce qui a été dit.

CEtte année M. Ferren, Médecin de la Faculté de Montpellier, a présenté à l'Académie un Mémoire sur la

ſtructure & les Vaiſſeaux du Foye. Il ſuppoſe ce qui eſt connu ſur cela, afin de ne donner que ſes obſervations particuliéres. Par exemple, ſur la ſtructure, il a trouvé dans chaque grain ou Lobule du Foye deux ſubſtances différentes, une qu'il appelle *corticale,* qui eſt extérieure, friable, & d'un rouge tirant ſur le jaune ; l'autre *médullaire* ou intérieure, rouge, molle & pulpeuſe, placée au centre de chaque grain, très-apparente dans pluſieurs Animaux, & ſouvent dans l'Homme. Les Conduits Hépatiques traverſent la ſubſtance corticale pour ſe rendre dans la ſubſtance médullaire que M. Ferren croit formée des extrémités pulpeuſes de ces canaux. Sur les Vaiſſeaux du Foye, il a découvert pluſieurs particularités dans ceux qui portent le Sang, les Limphatiques & les Conduits Biliaires.

A l'égard des premiers, il a obſervé que les diviſions & les ſubdiviſions de la Veine-porte donnent deux ſortes de rameaux, les uns Veineux, & les autres Artériels ; il nomme *rameaux artériels* ceux qui ſont connus par leur fonction de porter le ſang de la Veine-porte dans le Foye ; il a découvert les *veineux,* & ceux-ci reçoivent le ſang de l'Artere Hépatique, & le conduiſent dans les rameaux artériels de la Veine-porte, de ceux-ci dans la ſubſtance médullaire des Lobules, & de-là dans les branches de la Veine-cave.

A l'égard des Vaiſſeaux Biliaires, M. Ferren en a obſervé de nouveaux, dont les uns reviennent du Ligament gauche du Foye, & qu'il a vûs quelquefois répandus ſur la face inférieure du Diaphragme, d'autres reviennent de cette portion des parois de la Veine-cave qui paroît hors de l'échancrure Sigmoïde du Foye quand on le regarde par derriére, d'autres enfin reviennent des Membranes de la Véſicule du Fiel. Tous ces Vaiſſeaux Biliaires pénétrent enſuite le Foye, & aboutiſſent dans les Canaux Hépatiques. Les injections colorées, pouſſées dans le Tronc des Conduits Hépatiques, donnent la facilité de les obſerver.

M. Ferren établit enſuite, 1° Que la Bile eſt fournie par la Veine-porte ; & en partie par l'Artere Hépatique. 2° Qu'elle eſt jaune & amere dans les plus petits conduits. 3° Qu'encore

que la Bile paroiſſe beaucoup plus foncée & plus amere dans le Tronc & les principales branches des Canaux Hépatiques que dans les rameaux plus petits, il n'eſt cependant pas vrai que la Bile Hépatique prenne, comme l'on croit, ce caractere en continuant ſa route. 4° Que la Bile de la Véſicule étant exprimée dans le Canal Cholidoque, refluë naturellement dans le Tronc & les principales branches des Canaux Hépatiques, & c'eſt préciſément la Bile Cyſtique qui refluë, qu'on a priſe pour une Bile Hépatique changée. Cette eſpece de Paradoxe eſt démontrée par les faits que M. Ferren rapporte, & il adjoûte que c'eſt peut-être la raiſon pour laquelle le Tronc des Canaux Hépatiques a un calibre plus conſidérable que le Cholidoque même, comme il l'a obſervé dans pluſieurs Sujets.

A l'égard des Vaiſſeaux Lymphatiques du Foye, il donne le moyen de ſuivre les intérieurs juſqu'aux extrémités de la Veine-porte, & à la faveur d'une injection faite du Tronc dans les branches des Lymphatiques extérieurs, il fait voir qu'ils viennent tous de l'intérieur du Foye. A cette occaſion il parle d'autres Lymphatiques, il rappelle ceux qui ont été découverts par M. Winſlow & M. Hunauld ſur une partie du Poumon, & lui-même a découvert un Réſeau Lymphatique qui enveloppe tout le Poumon, & le diſtingue aiſément des eſpaces Interlobulaires. M. Ferren finit, en prouvant que les Vaiſſeaux Lymphatiques du Foye tirent en partie leur origine du principe des Tuyaux Biliaires, & donne à cette occaſion un moyen facile dont il ſe ſert pour faire paroître ceux du Rein dans l'Homme, qui eſt de pouſſer de l'air de l'Uretere dans le Baſſinet du Rein.

L'Académie a trouvé dans toutes ces recherches beaucoup de connoiſſance & une grande ſagacité.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 141. L'Ecrit de M. Morand ſur un Mouton monſtrueux.

p. 197. L'Hiſtoire de la Carpe par M. Petit le Médecin.

p. 366. Les Remarques de M. Winſlow ſur les Monſtres, &c.

CHIMIE.

SUR LE TARTRE SOLUBLE.

MRs du Hamel & Grosse ont continué sur le Tartre Soluble le travail dont nous avons commencé à rendre compte en 1732 *. Nous supposons ici ce que nous avons dit alors. V. les M. p. 260. * p. 47. & suiv.

Les deux Chimistes ont éprouvé tout ce qu'ils ont crû pouvoir rendre le Tartre soluble. Le Sel de Tartre lui-même étoit la matiére dont on se servoit le plus, ils ont éprouvé encore non seulement les autres Sels Alkali, tels que celui de la Soude & le Borax, mais les Terres Alkalines tirées soit du Regne Minéral, comme les Chaux, les Crayes, &c. soit du Végétal, comme les Cendres lessivées, soit de l'Animal, comme les Ecailles d'Huître calcinées ou non calcinées, & les Cornes de Cerf.

Plusieurs de ces matiéres ont donné un beau Tartre soluble, mais la Chaux d'Ecailles d'Huître paroît préférable, du moins par le peu que ce Tartre coûteroit en comparaison de celui qui est fait à l'ordinaire par le Sel de Tartre.

Les Cendres ont donné lieu à plusieurs remarques ou réfléxions, que l'on promet même de suivre plus loin. Elles ont deux portions, dont l'une est fine, légere, se mêle aisément avec l'eau, s'y soûtient assés long-temps, & se précipite en une espece de bouë déliée, & douce au toucher; l'autre portion est rude, graveleuse, comme grainée, une espece de sable qui ne se soûtient point sur l'eau. On croiroit peut-être que c'est effectivement du sable fin ou du gravier qui s'est trouvé dans l'écorce du bois qu'on a brûlé, mais après qu'on a eu pris toutes les précautions possibles pour prévenir ce soupçon, les Cendres ont toûjours été conditionnées de la même maniére. La premiére portion est celle qui s'unit à la Crême du Tartre

& le rend ſoluble, la ſeconde portion ne s'y unit point; à moins que par des calcinations vives & répétées on n'en réduiſe une partie à être de la même nature que la premiére portion, mais jamais on n'y réduit le tout. Selon toutes les apparences la premiére portion des Cendres avoit perdu par le feu tous les Acides qu'elle avoit naturellement, & eſt devenuë par-là ſuſceptible de l'impreſſion du plus foible Acide, tel que celui de la Crême de Tartre, mais dans la ſeconde portion, les Acides naturels s'y ſont concentrés & fixés, ce qui fait qu'elle réſiſte à l'action de l'Acide du Tartre.

Quand la Crême de Tartre a été renduë ſoluble par quelque matiére alkaline que ce ſoit, on peut la *régénérer*, ou la remettre en Crême de Tartre, telle qu'elle étoit. Son Acide avoit diſſous la matiére alkaline qu'on lui avoit préſentée, & l'avoit lui-même atténuée au point qu'elle avoit pû s'inſinuer entre les molécules ou parties intégrantes de tout ce qui compoſoit la Crême de Tartre. De-là venoit toute la ſolubilité. Pour rendre à tout ſa premiére forme, il ne faut qu'un nouvel Acide qui enleve à celui du Tartre la matiére alkaline, mais il le faut plus puiſſant. Auſſi voit-on que l'Eſprit de Nitre, l'Huile de Vitriol, &c. régénerent dans le moment la Crême du Tartre ſoluble faite par les Terres alkalines, parce que ce ſont des Acides plus puiſſants que celui du Tartre, ne fût-ce que par la raiſon qu'ils ſont minéraux, & lui végétal.

Mais voici une ſingularité que l'on n'auroit pas prévûë; le Vinaigre diſtillé, dont l'Acide eſt non ſeulement végétal, mais préciſément le même que celui du Tartre, régénere auſſi la Crême de Tartre. Comment le fait-il ſans avoir aucune ſupériorité de force? Mrs du Hamel & Groſſe en imaginent une raiſon aſſés vrai-ſemblable. Dans la Crême de Tartre l'Acide a une baſe terreuſe & alkaline qui lui eſt naturelle, dans le Tartre ſoluble il prend une baſe nouvelle & étrangere, fournie par les matiéres alkalines qu'on lui a préſentées. Il n'eſt pas étonnant qu'il ſoit plus étroitement uni à ſa premiére baſe qu'à la ſeconde. Le Vinaigre lui enleve la ſeconde, mais non pas la premiére.

Cette

Cette ſeconde baſe eſt différente ſelon les différentes matiéres alkalines qui ont rendu le Tartre ſoluble, & par conſéquent le même Acide s'attache plus aux unes qu'aux autres, les abandonne plus ou moins aiſément, &c. le Vinaigre diſtillé étant toûjours l'Acide employé à la régénération. Il n'y a que le Tartre ſoluble de M. le Févre d'Uzès, fait par le Borax, qui ne ſouffre point la régénération. Mrs du Hamel & Groſſe ont fait une eſpece de petite Table où ils arrangent les différents Tartres ſolubles, depuis celui dont la régénération eſt la plus facile juſqu'à celui de M. le Févre.

Les différents Tartres ſolubles ont auſſi différents degrés de ſolubilité, ou de facilité à ſe fondre, & à ſe réſoudre en liqueur. Ceux qui en ont le plus ſont ceux qui ont été faits avec les Cendres leſſivées, avec les Crayes, la Chaux, celui de M. le Févre eſt un de ceux qui en ont le moins. On peut déja entrevoir quelques cauſes, mais il faut, quant à préſent, ſe contenter d'entrevoir, & ne pas croire trop vîte qu'on ait vû.

SUR UNE MANIERE DE TIRER LE MERCURE DU PLOMB.

QUELQUES Chimiſtes ont cru que le Mercure entroit, comme principe eſſentiel, dans la formation de tous les Metaux, d'autres l'ont nié, & ont ſoûtenu que celui qu'on retiroit quelquefois des ſubſtances métalliques, n'y étoit que par accident, comme un ſimple alliage, & de la même maniére dont il ſe trouve ſouvent quelque petite quantité d'Or dans l'Argent. Ils ont même ſoupçonné que le Mercure que l'on retiroit, avoit été en partie formé par les matiéres employées dans les opérations, ou bien ils ont révoqué en doute les opérations mêmes. C'eſt ce dernier parti que d'habiles Chimiſtes ont pris à l'égard de celles de Kunckel & de Beccher, qui tous deux ont tiré du Plomb un peu de Mercure.

V. les M. p. 313.

M. Groſſe les a juſtifiés, non en répétant leurs opérations, mais en parvenant au même effet par des moyens différents

des leurs, &, si l'on veut, opposés. Ils supposoient que le Mercure contenu dans le Plomb y étoit fixé ou par des Acides ou par un Soufre, & ils ont employé, pour le dégager, des matiéres Alkalines, M. Grosse au contraire a employé des Acides. Il lui est venu du Mercure en globules & coulant, ce qui décide bien nettement qu'il y a du Mercure dans le Plomb, à moins que l'Acide qu'on employe ne contribuë à le produire. Après qu'on l'a vû dans sa forme naturelle, on est plus disposé à croire qu'il se trouve aussi dans d'autres produits des mêmes opérations, où le raisonnement & les expériences prouvent qu'il doit être, quoiqu'un peu déguisé.

M. Grosse a poussé cette matiére jusque dans les détails les plus instructifs & les plus curieux, mais si-bien liés & si dépendants les uns des autres, qu'il ne faut les voir que tous ensemble.



BOTANIQUE.

V. les M. p. 280. NOus renvoyons entiérement aux Mémoires L'Ecrit de M. Marchant sur la *Bicucullata Canadensis*, &c.

GÉOMÉTRIE.

CEtte année M. le Clerc de Buffon présenta à l'Académie des Solutions de Problemes qui regardoient le Jeu du franc Carreau. On jette en l'air dans une Chambre carrelée de Carreaux égaux & supposés réguliers, un Ecu, un Louis; & on demande combien il y a à parier que la Piéce ne tombera que sur un seul Carreau, ou *franchement*. Il s'est fait de très-profondes & de très-curieuses recherches sur différents paris, différentes probabilités, mais elles sont toutes purement numériques, c'est-à-dire, qu'elles ne consistent qu'en des combinaisons de Nombres, & ne sortent point d'une Arithmétique fort élevée. La question présente est d'une espece nouvelle, en ce qu'elle appartient à la Géométrie, & aux figures qui n'étoient point encore entrées dans cette matiére.

Il saute aux yeux que plus la Piéce sera petite par rapport à un des Carreaux égaux, plus il y aura à parier qu'elle tombera franchement. Ainsi dans ce Carreau donné que l'on suppose quarré, M. le Clerc inscrit un autre quarré toûjours éloigné des bords du Carreau de la longueur du demi-diametre de l'Ecu ou du Louis, & il est clair que la probabilité que la Piéce tombera franchement sera à la probabilité contraire comme la superficie du petit quarré inscrit sera à celle de l'espece de bordure intérieure ou de *couronne* que ce petit quarré forme dans le Carreau, car la Piéce ne sera dans le cas de ne point tomber franchement que quand elle tombera de façon que son centre soit sur la superficie de cette couronne, puisqu'alors, vû la grandeur connuë de son demi-diametre, elle débordera nécessairement le Carreau.

Il suit de-là que pour jouer à jeu égal, ce qui est toûjours en ces matiéres le but des Problemes comme l'équilibre en Méchanique, il faut que la superficie du quarré inscrit, & celle

de la couronne du Carreau, ſoient égales, & quand cela eſt, le demi-diametre de la Piéce eſt incommenſurable au côté du Carreau, & un peu plus de ſa 6me partie. S'il n'étoit préciſément que cette 6me partie, le jeu commenceroit déja à avoir quelque légere inégalité.

Sur quelque point du Carreau que s'applique le centre d'une Piéce ronde, il eſt déterminé dans le moment ſi elle tombe franchement ou non. Mais ce ne ſeroit pas la même choſe pour une Piéce quarrée, ſon centre étant toûjours poſé ſur le même point de la ſuperficie du Carreau, s'il n'eſt qu'à une certaine diſtance de ſes bords, elle pourra ou tomber ou ne tomber pas franchement. Ce ſera le 1er ſi les côtés de la Piéce quarrée ſont paralleles à ceux du Carreau, & le 2d s'ils ne le ſont pas, alors elle débordera le Carreau par quelqu'une de ſes 4 pointes. La Piéce ronde a toûjours, en vertu de ſa figure, la même poſition par rapport aux côtés du Carreau, mais non pas la Piéce quarrée, & la probabilité de ne pas tomber franchement eſt beaucoup plus grande pour cette Piéce quarrée que pour la ronde, tout le reſte étant d'ailleurs égal.

Pour ne point entrer dans une Géométrie aſſés fine, où ce ſujet a conduit M. le Clerc, qui ne demandoit pas mieux que d'y être conduit, nous nous contenterons de donner par un des Problemes qu'il a réſolus, une idée de ce que peuvent faire ici les différentes poſitions où tombe une Piéce qu'on jette.

Sur un plancher qui n'eſt formé que de planches égales & paralleles, on jette une Baguette d'une certaine longueur, & qu'on ſuppoſe ſans largeur. Quand tombera-t-elle franchement ſur une ſeule planche?

Ce ſera d'abord quand elle tombera dans une poſition parallele à la longueur ou côté de la planche ſur laquelle elle tombe, mais ce ſera encore dans beaucoup d'autres poſitions. Que l'on conçoive le point du milieu de la Baguette à une certaine diſtance du bord de la planche, & que ſur ce point comme centre elle décrive un quart de Cercle par ſon extrémité la moins éloignée de ce bord, elle décrira une partie de

cet Arc au dedans de la planche, & l'autre partie au dehors; & autant qu'elle aura de positions au dedans, autant aura-t-elle de chûtes franches, & au contraire. Par conséquent le nombre de ses chûtes franches sera à celui des autres comme la somme de ses positions *intérieures* à la somme des *extérieures*, ou, ce qui est la même chose, comme les deux portions de l'aire du quart de Cercle, dont l'une est en dedans, l'autre au dehors de la planche.

Il est clair que dans la résolution du Probleme total doit entrer la considération du rapport de la longueur de la Baguette à la largeur de la planche. Si ces deux grandeurs étoient égales, la Baguette ne tomberoit franchement dans toutes ses positions possibles que quand son point du milieu tomberoit sur le point du milieu de la largeur de la planche. Si cette largeur est plus grande, elle a un plus grand nombre de points sur lesquels le milieu de la Baguette peut tomber franchement; & au contraire. Il y a donc une certaine largeur de la planche qui rendroit le pari ou le jeu égal, & c'est ce que M. le Clerc a déterminé par une aire de Cycloïde avec beaucoup d'élégance au jugement de l'Académie.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires L'Ecrit de M. Clairaut sur quelques Questions *de Maximis & Minimis*. V. les M. p. 186.

ASTRONOMIE.

SUR LA DESCRIPTION DU PARALLELE DE PARIS, OU DE SA TANGENTE.

LE grand ouvrage de la Méridienne de Paris tracée dans toute l'étenduë de la France, n'est que la moitié de ce que l'Astronomie & la Géographie peuvent désirer à cet égard, il y manquoit la description & la mesure actuelle du Cercle parallele à l'Equateur qui passe par l'Observatoire de Paris, ou plûtôt de sa portion qui s'étend sur toute la France Est & Ouest. Le Roi ordonna que cette portion fût aussi tracée par M. Cassini, qui résolut d'employer la même Méthode qu'on avoit déja employée avec tant de succès pour la Méridienne. Il lut à la Compagnie le Projet de son travail, & partit pour l'execution d'un ordre si agréable aux Sciences. Mais quoiqu'il n'y eût plus de choix à faire sur ce point, les Esprits mis en mouvement par l'idée de cette nouvelle entreprise se tournerent de ce côté-là les uns à l'envi des autres, & il sembla qu'on eût la curiosité de vouloir épuiser le sujet.

L'usage le plus sçavant, & le plus intéressant pour l'Astronomie Phisique, regarde la question de la Figure de la Terre, qui par des raisonnements géométriques de Mrs Huguens & Newton est un Sphéroïde applati vers les Poles, & par les mesures actuelles de Mrs Cassini dans toute l'étenduë de la France un Sphéroïde allongé, ou oblong*. M. de Maupertuis voulut voir ce que la Géométrie pourroit tirer de la mesure du Parallele par rapport à cette question*.

Il suppose que la Courbe qui par sa révolution autour d'un axe a produit la figure quelconque de la Terre est une Ellipse,

* V. l'Hist. de 1700. p. 114. & suiv. 2de Edit. Celles de 1701. p. 96. & de 1713. p. 62.

* V. les M. p. 153.

& il ne s'agit que de connoître le rapport des deux axes de cette Ellipse, dont l'un est le diametre du Méridien autour duquel se fait la révolution journaliére de la Terre, & l'autre est le diametre de l'Equateur. Si le diametre du Méridien est plus grand que celui de l'Equateur, la Terre sera un Ellipsoïde allongé vers les Poles, si c'est le contraire, elle sera un Ellipsoïde applati.

En concevant l'Ellipse génératrice de l'Ellipsoïde décrite autour du diametre du Méridien, ou seulement la demi-Ellipse, on voit que dans son point du milieu, elle est parallele à ce diametre, qu'elle lui est perpendiculaire à ses deux extrémités qui sont les Poles, & que par conséquent elle va toûjours de l'Equateur vers un Pole, en changeant d'inclinaison par rapport à ce diametre, & en prenant une moindre inclinaison. Si on met l'origine de l'Ellipse à un Pole, & que ses Abscisses soient les parties de ce diametre, les Ordonnées seront des perpendiculaires à ce même diametre, terminées à l'Ellipse, & qui lui seront toûjours différemment inclinées. En même temps ces Ordonnées seront des rayons de Cercles, puisque la révolution de l'Ellipse qui a produit l'Ellipsoïde, a été circulaire, & ces Cercles seront des Paralleles à l'Equateur.

Si l'on a un degré d'un Parallele actuellement & exactement mesuré en Toises, on a la circonférence dont il est la 360me partie, & la grandeur du rayon qui est une Ordonnée de l'Ellipse en ce point.

Si l'on a de plus, & on ne peut manquer de l'avoir, l'angle de la latitude du Lieu, dont ce Parallele est le Parallele, il se trouve par une espece de bonheur, que la Tangente de cet angle de latitude est au Rayon du Cercle sur lequel on a construit les Tables de Sinus, &c. & qu'on suppose ici égal à 1, comme l'Infiniment petit de l'Ordonnée de l'Ellipse est à l'Infiniment petit de l'Abscisse correspondante. Or en toute Courbe, le rapport de ces deux Infiniment petits donne la position de l'Element de la Courbe, qui est l'hipoténuse de l'angle droit qu'ils font en ce point, & par conséquent l'observation de l'angle de la latitude donne l'inclinaison en

ce point de l'Ordonnée à l'Ellipſe, & ſi on a auſſi la meſure d'un degré de Parallele, on a & l'inclinaiſon du rayon de ce Parallele à l'Ellipſe, & la grandeur actuelle de ce rayon.

L'eſpece dont ſera l'Ellipſe n'eſt pas encore déterminée par-là ; elle ne le peut être que quand le rapport de ſes deux axes ſera connu, & il eſt viſible que quel que ſoit ce rapport, une droite d'une certaine grandeur, & d'une certaine inclinaiſon à la Courbe peut toûjours en être une Ordonnée, ſeulement ſera-t-elle poſée ſur différents points de l'axe.

En prenant l'Equation de l'Ellipſe en général, & y faiſant entrer le rapport des deux Infiniment petits de l'Abſciſſe & de l'Ordonnée, & qui ſont comme 1, & la Tangente d'un angle quelconque de latitude obſervée, M. de Maupertuis arrive facilement à une expreſſion algébrique, qui contient ces quatre grandeurs, le demi-diametre du Méridien ou axe de l'Ellipſe autour duquel elle a tourné pour engendrer l'Ellipſoïde, le demi-diametre de l'Equateur, qui eſt l'autre axe de l'Ellipſe, le rayon du Parallele, dont on a obſervé la latitude & la Tangente de cette latitude, & ces quatre grandeurs ſont telles que trois étant connuës, elles donnent la quatriéme.

Ainſi conformément à la raiſon que nous venons d'alléguer, de ce qu'un angle de latitude donné, & la meſure du Parallele ne ſuffiroient pas pour déterminer l'eſpece de l'Ellipſe, on voit qu'il faudroit encore connoître ou le demi-axe du Méridien Elliptique, ou le demi-diametre de l'Equateur. Le demi-axe de ce Méridien ne ſe peut pas connoître par la meſure actuelle de quelques degrés du Méridien, puiſqu'il n'eſt pas circulaire, mais elliptique, & pour le demi-diametre de l'Equateur, qui eſt un Cercle, on le connoîtroit par cette meſure, mais on ne l'a pas encore faite ſous la Ligne.

Pour ſuppléer à ce défaut, M. de Maupertuis propoſe la meſure actuelle d'un degré de deux différents Paralleles, chacun d'une latitude connuë. Alors en mettant ces grandeurs dans ſa formule, il s'en forme deux nouvelles équations, qui donnent auſſi-tôt le rapport cherché des deux arcs de l'Ellipſe. En effet, on a dans ce cas deux Ordonnées de l'Ellipſe, avec leurs

leurs positions ou distances déterminées sur l'axe, ce qui ne peut convenir qu'à une certaine Ellipse. Plus les deux Paralleles seront éloignés l'un de l'autre, plus la détermination résultante sera juste, & il est aisé d'en voir la raison.

Comme on sçait certainement que la différence des deux axes de l'Ellipsoïde ne peut être que fort petite par rapport à leur grandeur, & que d'ailleurs les meilleures observations, & les mesures actuelles faites avec le plus de soin, ne peuvent guére être exemptes de quelque erreur, ou du moins peuvent toûjours être un peu suspectes, il sera très-difficile que l'on soit sûr d'être arrivé par les voyes marquées à toute la précision nécessaire. M. de Maupertuis en convient sans peine, & il dit que si ces moyens sont insuffisants, il sera toûjours bon de s'assûrer qu'ils le sont.

Après cela ce n'est que pour exercer la Géométrie qu'il en propose d'autres encore plus subtils, & tirés d'une plus fine Théorie. Par exemple, si l'on a la mesure actuelle de deux différents degrés de latitude consécutifs pris sur le Méridien, & l'angle qu'ils font entre eux, on pourra les traiter comme des droites à cause de leur petitesse par rapport à la Courbe dont ils sont parties, & même comme des droites infiniment petites, & leur angle comme un angle de contingence de la Courbe ; alors on aura le Rayon de la Développée de la Courbe en ce point, & par ce Rayon, puisque la Courbe est une Ellipse, on aura son Parametre, qui donne le rapport des deux axes. Quand la Géométrie a satisfait au nécessaire, on peut lui passer une espece de superflu, qui ne consiste que dans des vûës plus élevées, ou plus profondes.

A l'occasion de la Perpendiculaire à la Méridienne, on parla de la Courbe formée sur la surface de la Terre Ellipsoïde par la section d'un Plan donné de position. M. Pitot se proposa le Probleme dans les termes les plus généraux, c'est-à-dire, pour tous les Conoïdes ou Sphéroïdes de Courbes quelconques, & venant ensuite en particulier à ceux des Sections Coniques, il démontra ces Théoremes. V. les M. p. 273.

Que dans le Solide Paraboloïde les Sections paralleles à

l'axe ſont des Paraboles égales & ſemblables à la Parabole génératrice, & que les Sections non paralleles à l'axe ſont des Ellipſes.

Que dans l'Ellipſoïde toutes les Sections ſont des Ellipſes, & que de plus les Sections paralleles à l'axe ſont des Ellipſes ſemblables à la génératrice.

Que dans l'Hiperboloïde toutes les Sections paralleles à l'axe ſont des Hiperboles ſemblables à la génératrice, que les Sections paralleles aux Aſimptotes ſont des Paraboles, & qu'entre les non-paralleles celles qui les coupent toutes deux ſont des Ellipſes, & celles qui n'en coupent qu'une ſont des Hiperboles.

Après ces préliminaires de pure Géométrie, qui auroient fourni, pour ainſi dire, plus de proviſions qu'il n'en falloit, on vint à faire réfléxion qu'il ſeroit plus difficile de tracer ſur la ſurface de la Terre le Parallele de Paris, qu'il ne l'avoit été d'en tracer la Méridienne. Le Cercle du Méridien projetté ſur la Terre eſt toûjours vû ſelon une ligne droite que l'on n'a qu'à ſuivre par des opérations Trigonométriques. Il en iroit de même de tout autre grand Cercle de la Sphere, c'eſt-à-dire qui paſſeroit par ſon centre. Mais un Parallele eſt un Cercle qui ne paſſe point par le centre de la Sphere, il ne ſe projette ſur la Terre qu'en ligne courbe, & en ſuivant une droite, on ne le traceroit pas. Or c'eſt un grand avantage pour les opérations de n'avoir qu'une droite à ſuivre.

Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe d'ailleurs tracer ſur la Terre un Parallele, celui de Paris, par exemple. Il eſt bien ſûr qu'on le tracera en prenant un nombre ſuffiſant de Lieux qui ayent tous la même latitude que Paris, & en tirant toûjours d'un de ces Lieux à l'autre des droites qui ſeront actuellement meſurées. Ces droites ſeront, ſi l'on veut, les côtés preſque infiniment petits de la Courbe que formera la projection du Parallele ſur la Terre. Telle fut l'idée que M. Godin propoſa à l'Académie*.

* V. les M. p. 223.

Il fit des remarques importantes ſur la maniére ordinaire de prendre la latitude par la hauteur méridienne d'un Aſtre dont on connoît la déclinaiſon, ou la diſtance à l'Equateur.

1°. Cette hauteur est Méridienne, c'est-à-dire, qu'il faut prendre l'Astre précisément à son passage par le Méridien, ce qui n'est pas sans difficulté lorsqu'on n'a pas de Méridienne actuellement tracée, & il est très-rare que l'on en ait. 2°. La quantité des Refractions, qui peuvent altérer beaucoup les hauteurs, n'est donnée que par des Tables, que l'on suppose plus justes en elles-mêmes, & plus générales pour un certain climat qu'elles ne le sont. 3°. Les déclinaisons des Astres se prennent pareillement dans des Tables, & celles des meilleurs Astronomes différent assés sur ce point.

M. Godin a imaginé, pour la description du Parallele, un moyen pour prévenir toutes les erreurs qui pourroient se glisser dans la détermination d'un si grand nombre de latitudes. On ne les déterminera point par l'opération ordinaire; il n'y aura point de refractions à craindre, point de déclinaisons à chercher dans des Tables, nul besoin de Méridienne.

Qu'on prenne à Paris une Fixe peu éloignée du Zénit, comme l'Étoile de la Chevre qui n'en est éloignée que de 2 degrés, il est certain que tous les Lieux où cette Etoile se trouvera à la même distance du Zénit seront sur le Parallele de Paris. Il n'y a plus de refraction sensible pour un Astre à une aussi grande hauteur, & il est clair d'ailleurs que tous les autres inconvénients que nous venons de marquer, n'ont plus lieu. Ce ne sera pas seulement la nuit qui conviendra à l'observation, la Chevre se voit en plein jour avec la Lunette, & même quand elle passe au Méridien en même temps que le Soleil. Tout au plus pourroit-on dire que le mouvement des Fixes qui se fait sur les Poles de l'Ecliptique, les fait changer de distance par rapport à l'Equateur, ou de déclinaison, mais ce mouvement qui n'est que de 1 degré en 72 ans est si lent, que la variation de déclinaison qui arrivera dans le cours de la description du Parallele sera absolument à négliger, à moins que les premiéres opérations ne fussent prodigieusement éloignées des derniéres, & en ce cas-là même on auroit cette variation par le calcul plus exactement qu'on ne pourroit l'avoir par les observations.

M. Godin est entré ensuite dans un assés grand détail sur les différentes grandeurs qu'auroit un même Parallele dans les deux différentes hipotheses de la Figure de la Terre, il nous suffira d'en donner ici une idée générale.

Si l'on conçoit que la Terre étant d'abord une Sphere, devienne un Sphéroïde oblong, en conservant sa même masse, son Equateur qui est toûjours un Cercle, diminuë nécessairement de grandeur, & tous les Paralleles aussi, & en même temps tous les Méridiens deviennent des Ellipses plus grandes que les Cercles qu'ils formoient auparavant. Les degrés de latitude, qui se prennent sur un Méridien, & ceux de longitude, qui se prennent sur un Parallele, se comptent toûjours de la même maniére, ce sont toûjours des angles qu'il faut rapporter à un Cercle; à l'égard des longitudes il n'y a pas de changement, puisque les Paralleles sont toûjours des Cercles, & pour les latitudes, on en imagine un circonscrit au Méridien Elliptique. Les Paralleles & les Méridiens conservent toûjours leur premiére dénomination, ou *numération*, celui qui étoit le 10me l'est encore, &c. mais il est arrivé un changement dans la grandeur absoluë des uns & des autres. Les Méridiens étant plus grands qu'ils n'étoient dans la Sphere, les degrés de latitude sont plus grands, & ceux de longitude plus petits. La grandeur d'un degré de longitude étant connuë, on a celle de la circonférence & du diametre de son Parallele; donc dans l'hipothese du Sphéroïde oblong on doit trouver les Paralleles plus petits que dans l'hipothese de la Sphere. En même temps les Paralleles de même nom dans le Sphéroïde oblong & dans la Sphere seront, à cause de l'agrandissement du Méridien, plus éloignés du nouvel Equateur dans le Sphéroïde qu'ils ne l'étoient de l'Equateur de la Sphere.

Il est visible que ce sera précisément le contraire dans le Sphéroïde applati. Donc tous les Paralleles de même nom, en y comprenant les Equateurs, sont plus petits dans le Sphéroïde oblong, & plus grands dans l'applati que dans la Sphere, & par conséquent tous ceux de l'oblong plus petits que ceux de même nom dans l'applati.

Les deux Sphéroïdes ne laissent pas cependant d'avoir un Parallele commun, c'est-à-dire de même grandeur, mais qui n'est pas de même nom. Pour s'en assûrer, il suffit de voir que l'Equateur du Sphéroïde oblong ne peut jamais être qu'un Parallele de l'applati, qu'il en sera un lorsqu'une certaine proportion déterminée sera celle des deux Sphéroïdes, & que hors de cette proportion ce ne sera plus l'Equateur de l'oblong, mais un autre Parallele, qui sera le Parallele commun aux deux Sphéroïdes. Ce qui restera de la premiére détermination, c'est que le Parallele commun sera plus proche de son Equateur dans le Sphéroïde oblong, qu'il ne le sera de son autre Equateur dans l'applati.

Puisque dans tous les cas où le Parallele commun n'est point l'Equateur du Sphéroïde oblong, il y a de part & d'autre depuis l'Equateur jusqu'au Pole deux Suites de Paralleles, qui dans quelque point de leur cours, ou entre l'Equateur & le Pole, arrivent à l'égalité, ou au Parallele commun, il faut que celle de ces deux Suites qui depuis l'Equateur jusqu'à ce point aura été croissante par rapport à l'autre, y devienne décroissante jusqu'au Pole, ou au contraire. Or il est clair que dans le cas unique où l'Equateur du Sphéroïde oblong seroit un Parallele de l'applati, tous les Paralleles de l'oblong seroient plus petits que ceux de l'applati compris entre son Equateur & le Parallele commun; donc aussi dans tous les autres cas, les Paralleles de l'oblong depuis l'Equateur jusqu'au Parallele commun seront plus petits que les correspondants de l'applati, & par conséquent ceux de l'oblong depuis le Parallele commun jusqu'au Pole plus grands que les correspondants de l'applati, & parce que les deux Suites sont contraires l'une à l'autre, les Paralleles de l'applati seront plus grands depuis l'Equateur jusqu'au Parallele commun, &c. C'est une proposition avancée par M. Godin, lorsqu'il a voulu pousser cette Théorie jusqu'à la curiosité.

Pour en revenir à la pratique, M. de la Condamine donna une Méthode pour tracer actuellement le Parallele de Paris selon toute l'étenduë qu'il a en France, il suivoit l'idée de M. Godin.

V. les M. p. 294.

Il faut placer un Quart-de-cercle dans le plan du Méridien de Paris, ce qui eſt aiſé, puiſque l'on a la Méridienne de Paris tracée à l'Obſervatoire. Il faut de plus qu'un des côtés de l'Inſtrument ſoit parallele au Méridien de Paris, ou, ce qui eſt le même, qu'étant prolongé il ſe terminât au Pole, & cela eſt encore aiſé, en lui donnant la poſition que demande la latitude connuë de Paris. L'Inſtrument ainſi placé & monté, ſi à ce côté qui repréſente le Méridien de Paris, on applique une Lunette qui lui ſoit perpendiculaire, il eſt clair qu'elle ſera dans le plan du Parallele de Paris, puiſque tous les Paralleles ſont perpendiculaires aux Méridiens. Que cette Lunette ſoit appliquée au côté par ſon milieu ou centre, & qu'elle puiſſe tourner ſur ce centre, & prendre toutes ſortes de directions, ſans ſortir néantmoins de ſon premier plan, il eſt certain que tous les points qu'elle pourra voir ſeront dans le plan du Parallele de Paris. Ces points étant pris ſur la terre, il n'y a qu'à les joindre par une droite.

Mais cette droite ne peut jamais être qu'une très-petite portion du Parallele. Quand on a pris le point le plus éloigné qu'on a pû, il faudroit s'y tranſporter avec l'Inſtrument, & à cette 2de Station recommencer tout ce qu'on a fait à la 1re. Mais ce ſeroit un grand embarras, & qui rendroit l'opération totale d'une énorme longueur, que d'être obligé de tracer à chaque Station la Méridienne du nouveau lieu. Pour s'en épargner le travail & gagner du temps, il n'y a qu'à prendre entre les deux points extrêmes que l'on a par la 1re Station un point moyen, tel que la Lunette y étant poſée, elle puiſſe voir de-là les deux extrêmes. Trois points déterminent un plan, & ce plan eſt certainement celui du Parallele. Quand on s'eſt tranſporté pour une 2de Station ſur le 3me des points que l'on a par la 1re, il faut tourner la Lunette mobile de façon qu'elle puiſſe voir les 3 points déja trouvés ; quand elle eſt dans cette ſituation, elle eſt dans le plan du Parallele, & un 4me point que du lieu où elle eſt elle verra au de-là des trois 1ers ſera auſſi dans ce plan. Une 3me Station ne ſera que cette 2de répétée, &c.

M. de la Condamine ne diſſimule pas une difficulté conſidérable que les refractions font naître contre ſa Méthode. La Lunette étant dirigée vers un point de la terre, qui eſt au bout de l'axe de la Lunette prolongé, il eſt bien vrai que ce point eſt dans le plan du Parallele, mais ce n'eſt pas ce point-là que la Lunette appercevra, il lui viendroit par un rayon direct, & elle n'en peut voir qu'un qui lui vienne par un rayon rompu, & qui ſoit un point de la ſurface de la terre élevé par la refraction, & le plus élevé qu'il ſoit poſſible, puiſque c'eſt un objet horiſontal. Si ce point faux étoit dans le même plan que le vrai, il n'y auroit nul inconvénient, mais cela n'eſt pas. La refraction éleve les objets perpendiculairement à l'Horiſon, & par conſéquent les met dans le plan d'un Vertical différent de celui d'un Parallele, & d'autant plus différent que le Parallele eſt plus éloigné de l'Equateur, car les deux plans ne ſe confondent jamais que ſous l'Equateur, qui eſt lui-même un Vertical.

Une bonne Table des Refractions pour le Climat dont il s'agiroit, leveroit la difficulté, mais c'en ſeroit une grande que de la conſtruire aſſés exacte, tant les Refractions ſont irréguliéres. Auſſi M. de la Condamine a-t-il donné un moyen particulier de trouver à chaque opération la meſure actuelle de l'effet préſent de la Refraction.

Pour en venir enfin à M. Caſſini, qui agiſſoit actuellement, V. les M. p. 389.
il avoit pris le parti de décrire, non le Parallele de Paris, mais ſa Tangente au point où il coupe la Méridienne de Paris, ou, ce qui eſt le même, la Perpendiculaire à cette Méridienne en ce point. Si l'on ſe repréſente la poſition du Parallele de Paris ſur un Globe où Paris eſt au ſommet, on verra que ce Parallele s'étend à l'Orient & à l'Occident toûjours au Nord de ſa Tangente, & que tout ce qui eſt ſur cette Tangente, ou entre elle & ſon Cercle, eſt plus Méridional que Paris, & d'autant plus Méridional que le Lieu ſera placé plus loin de Paris.

M. Caſſini ſçavoit déja par la deſcription de la Méridienne, à laquelle il avoit eu beaucoup de part, que par des Triangles

toûjours liés les uns aux autres, on pouvoit ſuivre ſur la ſurface de la Terre, pendant une longue étenduë, le cours d'une ligne droite, & le meſurer géométriquement ſans tomber dans des erreurs qui fuſſent à compter par rapport à la longueur de l'étenduë *. Quand il faudra faire beaucoup d'opérations Aſtronomiques, les erreurs y ſeront beaucoup plus à craindre, parce qu'une Seconde d'erreur dans le Ciel, rapportée ſur la Terre, y devient une grandeur conſidérable, or les plus habiles Obſervateurs conviennent qu'ils ne peuvent guére répondre de 10 Secondes. D'ailleurs pour opérer aſtronomiquement, & prendre toûjours des latitudes égales, ou des diſtances égales d'une Etoile au Zénit, il faudroit des tâtonnements fréquents & longs, & on ſe trouveroit ſouvent conduit dans des lieux où les opérations ſeroient difficiles & incommodes, comme lorſqu'on ſeroit dans des Bois ou dans des Marais. Un avantage de la Méthode des Triangles, c'eſt que l'on peut facilement tourner autour des obſtacles, & revenir prendre le cours de ſa ligne droite.

* V. l'Hiſt. de 1718. p. 64. & ſuiv. & celle de 1721. p. 66. & ſuiv.

La Tangente du Parallele de Paris eſt dans le plan d'un grand Cercle qui toucheroit ce Parallele au point de Paris. La Trigonométrie Sphérique, qui n'employe que les grands Cercles, pourra, s'il en eſt beſoin, opérer ſur celui-là au défaut du Parallele. La Tangente pourra même dans une certaine étenduë être priſe pour une partie de la circonférence du grand Cercle.

Cette Tangente étant ſuppoſée décrite & actuellement meſurée dans l'étenduë de la France, ſi à ſon extrémité ſoit Orientale, ſoit Occidentale, on prend la latitude du Lieu où l'on ſera arrivé, on aura en degrés la différence de cette latitude à celle de Paris ; en même temps il faut calculer à quelle diſtance de la Tangente doit être le Parallele de Paris en ce lieu-là, cette diſtance que l'on aura en Toiſes par la ſuite des Triangles ſera la valeur de la différence trouvée des degrés de latitude.

S'il arrivoit dans le cours des opérations que l'on ſe trouvât dans un lieu dont la latitude fût égale à celle de Paris, ce lieu

ne seroit certainement pas sur la Tangente, mais sa distance à la Tangente étant calculée par l'écart du Parallele qui seroit le même que celui de Paris, si elle étoit la même que celle qui seroit donnée par les Triangles, ce seroit une grande preuve de la justesse des opérations.

Il est vrai que pour avoir l'écart du Parallele à sa Tangente dans un point déterminé, il faut supposer la Terre Sphérique, & on convient qu'elle ne l'est pas, mais dans les étenduës dont il s'agit, fort petites par rapport au Globe entier, la fausseté de la supposition ne peut produire que des erreurs insensibles.

A l'égard des degrés de longitude, il est clair que les parties de la Tangente divisée comme elle doit l'être, encore dans la supposition de la Terre Sphérique, répondront à ces degrés, & en donneront la valeur en Toises.

Voilà en général ce qui appartient à la Théorie de cette Tangente, nous ne toucherons que les principaux points de l'execution. M. Cassini partit de Paris le 1 Juin avec M[rs] ses deux Fils, Maraldi, l'Abbé de la Grive, Chevalier. Il alla à l'Occident ; il avoit préféré ce côté-là, parce qu'il devoit trouver sur la Côte de Normandie & de Bretagne des latitudes & des longitudes déja observées anciennement avec un grand soin par nos premiers Académiciens, ce qui n'étoit pas du côté de l'Orient. De plus il n'auroit pû absolument prendre de longitudes à l'extrémité soit Orientale soit Occidentale de la Tangente dans le temps où il y seroit arrivé, parce qu'alors Jupiter, & par conséquent ses Satellites, devoient être dans les rayons du Soleil.

Dans cette partie Occidentale de la Tangente M. Cassini trouva des difficultés qui ne s'étoient pas rencontrées dans toute l'étenduë de la Méridienne. Il rend compte des adresses nouvelles qu'il fut obligé d'imaginer. Ce qui marque bien qu'il eut dans le second travail ou plus d'obstacles, ou de plus grands obstacles, c'est qu'il n'alla de Paris à la Mer, où se termina la Tangente, que par une suite de 44 Triangles, au lieu que 30

lui avoient suffi pour aller de Paris à Dunquerque, distance presque égale.

A la fin de tout le travail, on le vérifia comme on avoit fait celui de la Méridienne, par une grande base placée en un lieu bien choisi, qu'on lioit à la suite des Triangles, dont on calculoit l'étenduë telle que la Trigonométrie la donnoit en vertu de cette liaison, & qu'on mesuroit ensuite actuellement avec beaucoup de soin. On eut encore ici le bord de la Mer comme on l'avoit eu aux deux extrémités de la Méridienne. A peine la base Trigonométrique & la base mesurée eurent-elles 1 Toise de différence sur 3732.

Quant à la question de la Figure de la Terre, M. Cassini ne manqua pas de prendre en Toises, par le moyen de sa Tangente décrite, les valeurs de tous les degrés de latitude ou de longitude déja connus, ou qu'il eut par lui-même. Ceux de longitude se trouverent plus petits que dans l'hipothese Sphérique, & considérablement plus petits, & il est difficile de soupçonner d'erreur des différences si sensibles. Selon M. Cassini, la grandeur des degrés de longitude est moindre de la 36me partie que celle qui résulte de l'hipothese Sphérique, de sorte qu'un Vaisseau qui auroit très-exactement calculé sa route sur cette hipothese, & auroit fait le tour du Monde, se trouveroit à son retour plus avancé qu'il n'auroit cru de la 36me partie de 360 degrés, ou de 10 degrés, mécompte très-considérable & très-dangereux, & qui le seroit toûjours à proportion dans de moindres navigations. Nous avons assés dit que c'est dans le Sphéroïde oblong que les degrés de longitude sont plus petits que dans la Sphere.

On aura encore plus de lumiéres sur cette question, quand la Tangente sera continuée du côté de l'Orient. On verra si les conclusions déja tirées se soûtiennent, & en cas que les conclusions en général soient les mêmes, les déterminations particuliéres en seront plus précises. Les progrès ne peuvent guere être sûrs, s'ils ne sont lents.

Quand M. Cassini, au retour de son voyage, eut rendu

compte de son travail à l'Académie, M. Clairaut y fit des réfléxions prises de la Géométrie transcendante, qui cependant n'y avoit pas eu de part. V. les M. p. 406.

M. Cassini, partant de la Méridienne de l'Observatoire, avoit tracé actuellement sur le terrain une perpendiculaire à cette ligne du côté de l'Occident, & c'étoit-là le commencement de la Tangente du Parallele de Paris. Si on avoit prétendu la continuer exactement en ligne droite, elle n'eût été qu'en l'air, passé ce commencement, & la description en eût été impossible, mais on suivoit toûjours la ligne droite sur le terrain par le moyen de Piquets que l'on plantoit, & comme la surface de la Terre est courbe, la ligne totale décrite ne pouvoit être formée que de plusieurs droites qui faisoient quelques angles entre elles. Si la Terre est Sphérique, il est visible que la Tangente du Parallele de Paris étant dans le plan de tous les Piquets, dont chacun est perpendiculaire à la surface de la Terre, est par conséquent dans un plan qui passe par le centre de la Terre, c'est-à-dire, dans le plan d'un grand Cercle, & de plus puisqu'elle est perpendiculaire au Méridien de Paris, le grand Cercle auquel elle appartient ne peut être que le premier Vertical de Paris, celui qui de part & d'autre du Méridien s'étend à l'Orient & à l'Occident. Sa section circulaire sur la surface de la Terre sera la Tangente du Parallele de Paris tracée sur le terrain.

Mais si la Terre n'est pas Sphérique, cette même Tangente, toûjours tracée de la même maniére, doit devenir une autre Courbe, car que l'on conçoive que la Terre d'abord Sphérique, & chargée des Piquets qui ont servi à la description de la Tangente, vienne à s'allonger ou à s'applatir, comme il a été dit ci-dessus *, on voit aussi-tôt que les Piquets changent de position les uns par rapport aux autres; ils ne sont plus dans le même plan circulaire où ils étoient, ni absolument dans le même plan, & comme ils représentent tous des points de la nouvelle Courbe qui se forme, cette Courbe, qui n'a plus tous ses points dans un même plan, est donc du Genre de celles qu'on a nommées *à double courbure*, & dont M.

* p. 52.

Clairaut a donné un Traité au Public en 1731, avant que d'être de l'Académie. On ne ſongeoit peut-être pas que par les ſimples opérations Trigonométriques des Piquets, on décrivoit une Courbe ſinguliére, & à double courbure.

M. Clairaut n'a pas manqué de chercher à déterminer ſa nature géométrique. Pour cela il conſidere que cette Courbe devroit naturellement être une droite, & ne devient courbe que par la néceſſité de ſuivre le terrain, qu'elle ne differe donc d'une droite que le moins qu'il eſt poſſible dans les circonſtances où elle ſe trouve, c'eſt-à-dire, le terrain étant tel qu'il eſt, que par conſéquent tous ſes angles de contingence doivent être des *moindres*, ou, ce qui revient au même, & s'accommode mieux au calcul, qu'il faut que 3 points étant donnés ſur cette Courbe, la diſtance du 1er au 2^{d}, & celle du 2^{d} au 3me faſſent la *moindre* ſomme poſſible, comme elles auroient fait la moindre abſolument ſur une droite. De-là naît une Equation aſſés ſubtilement attrapée, de-là cette propriété eſſentielle de la Courbe, que les Sinus des angles qu'elle fait avec les Méridiens qu'elle rencontre, ſont plus grands en même raiſon que les Ordonnées des Méridiens, tirées de ces points de rencontre perpendiculairement ſur l'axe de la Terre, ſont plus petites. Il eſt viſible qu'elles ſont d'autant plus petites que les Méridiens qui vont tous au Pole rencontrent la Courbe dans des points qui approchent plus du Pole, & par conſéquent c'eſt dans les points qui en ſont les plus proches que la Courbe coupe les Méridiens ſous de plus grands angles. Un arc de cette Courbe compris entre deux Méridiens y eſt plus incliné & plus long, s'il eſt pris plus loin du Pole, & au contraire.

On peut concevoir que la Terre Sphérique s'allonge ou s'applatiſſe infiniment, c'eſt-à-dire, autant qu'il eſt poſſible, en conſervant la même maſſe. Dans le 1er cas, l'hémiſphere Boréal de la Terre, & il en faut dire autant de l'Auſtral, devient un Cone dont l'Equateur devenu infiniment petit eſt la baſe, & dont l'axe eſt infini, faiſant un angle infiniment petit avec le côté. Dans le 2^{d} cas, c'eſt un Cilindre dont

l'Equateur devenu infini est la base, & dont la hauteur est infiniment petite. La figure Sphérique est le milieu exact entre ce Cone & ce Cilindre produits par l'allongement ou l'applatissement infinis, ainsi le premier Vertical de Paris, par exemple, est la Courbe qui tient le milieu entre toutes les Courbes dans lesquelles il se changera, soit que la Terre s'allonge ou s'applatisse, toûjours par degrés & jusqu'à l'infini, & même ce Vertical se trouve être du nombre total de ces Courbes, & entrer dans l'Equation générale par une substitution convenable. Il est Cercle, & toutes les autres Courbes qui l'accompagnent de part & d'autre n'en sont plus. Des deux côtés de ce Cercle, les modifications ou affections des Courbes sont contraires.

Nous ne suivrons point M. Clairaut dans le détail de Géométrie où il s'engage, pour faire voir que par sa Théorie on tirera aisément des observations astronomiques comparées aux mesures actuelles, si la Terre est une Sphere, ou un Sphéroïde, soit allongé, soit applati; seulement en étendant un peu plus ce qui vient d'être dit en deux mots sur le changement de la Sphere en l'un ou l'autre Sphéroïde, nous donnerons une idée générale & assés précise, quoiqu'un peu moins géométrique, des différences qui doivent naître des trois hipotheses.

Si la Terre est un Sphéroïde infiniment allongé, ses deux Hémispheres, le Boréal & l'Austral, deviennent deux Cones infiniment aigus, qui ont chacun un axe infini, & pour base commune l'Equateur devenu infiniment petit. Tous les Méridiens de la Terre Sphérique, toûjours malgré son changement réunis au Pole, sont devenus des Ellipses infiniment longues & infiniment étroites, & les Cercles Paralleles à l'Equateur sont devenus comme lui infiniment petits, mais moindres que lui, & toûjours décroissants. Les latitudes se prennent toûjours sur les Méridiens, & les longitudes sur les Paralleles, donc ici un arc ou degré de latitude sera infiniment plus grand que dans la Sphere, & un arc de longitude infiniment moindre. Donc dans le Fini il se trouvera toûjours que si la Terre est un Sphéroïde allongé, un arc de latitude

y sera plus grand, & un arc de longitude moindre que si la Terre eût été Sphérique.

Il y a encore une considération plus délicate à faire. L'axe du Sphéroïde infiniment allongé n'est pas seulement infini, il l'est du 2d ordre. Que l'on suppose l'Equateur infiniment petit du 1er ordre, ce qui suffit, on verra par les *Eléments de la Géométrie de l'Infini,* qu'afin que le Sphéroïde ou Cone ait une masse finie, ce qui est nécessaire ici, il faut que son axe soit un infini du 2d ordre. De-là il suit que dans le fini les degrés de latitude & ceux de longitude du Sphéroïde allongé doivent être très-sensiblement plus grands ou plus petits que ceux de la Sphere, ainsi que M. Cassini l'a trouvé *.

* V. ci-dessus p. 58.

Ce sera précisément le contraire dans le Sphéroïde infiniment applati, & on pourroit s'en assûrer suffisamment par la seule raison de l'opposition. Mais on peut s'en convaincre encore, si l'on veut, en se représentant ce Cilindre dont la base, qui étoit l'Equateur de la Sphere, est infinie, & dont l'axe est infiniment petit. Les deux Poles & le Centre de la Sphere confondus font cet axe, de-là partent tous les Méridiens devenus lignes droites infinies ou Ellipses, si on les veut replier des deux côtés, mais ces Méridiens ne peuvent plus marquer des latitudes, des distances d'un point au centre d'un côté, & de l'autre au pole, puisque le centre & les poles ne sont plus qu'un point. Les longitudes qui se prennent sur l'Equateur, base du Cilindre, sont infinies, donc dans le Sphéroïde infiniment applati les latitudes sont infiniment moindres, & les longitudes infiniment plus grandes que dans la Sphere. Donc dans le Fini, &c. Il est à remarquer que comme dans le Sphéroïde infiniment allongé, l'axe de la Terre est un Infini du 2d ordre par la raison qui a été dite, de même dans le Sphéroïde infiniment applati, cet axe est un infiniment petit du 2d ordre, ce qui produit une conséquence pareille.

Si on imagine ce que devient dans le Sphéroïde infiniment applati la Courbe de M. Clairaut, telle qu'il l'a déterminée dans la Sphere, ce premier Vertical de Paris, par exemple, on

voit aussi-tôt que ce Cercle est allé se mettre dans le plan de l'Equateur infini, par conséquent s'en est toûjours approché en se redressant sur un plan tiré d'un Pole à l'autre, & faisant toûjours avec ce plan de plus grands angles, à mesure qu'il s'avançoit vers l'Equateur, ce qui marque sa position différente dans la Sphere & dans le Sphéroïde infiniment applati. Et comme ce sera le contraire dans l'Infiniment allongé, on a par ces positions, des indices que l'on n'avoit pas encore sur la Figure de la Terre.

SUR LE MOUVEMENT DE L'ETOILE POLAIRE PAR RAPPORT AU POLE DU MONDE.

Un mouvement qui se fait sur les Poles d'un grand Cercle de la Sphere, se fait toûjours ou sur ce Cercle même, ou sur un des petits Cercles qui lui sont paralleles, & ont par conséquent les mêmes Poles, ou, ce qui revient au même, ce mouvement est toûjours parallele à ce grand Cercle posé de sorte que le Corps qui se meut, ne change point de distance par rapport à lui, mais seulement s'éloigne toûjours dans toute l'étenduë du demi-Cercle d'un point qu'on aura déterminé pour en être l'origine. Cela se voit dans tous les mouvements diurnes qui se font sur les Poles de l'Equateur. V. les M. p. 438.

Tout le monde sçait aujourd'hui que les Etoiles fixes ont un mouvement sur les Poles de l'Ecliptique si lent, qu'il n'est que de 1 degré en 72 ans. Elles conservent donc toûjours la même distance à l'Ecliptique, ou la même latitude, mais elles avancent toûjours en longitude vers l'Orient, à compter du 1er d'Aries.

Comme l'Equateur & l'Ecliptique se coupent sous un angle de 23 ½ degrés, leurs Poles sont éloignés l'un de l'autre de cette même étenduë de 23 ½ degrés. Il suffit de considérer ici les deux Poles Septentrionaux.

Une Fixe qui ſe meut parallelement à l'Ecliptique, & en eſt toûjours à la même diſtance, & par conſéquent auſſi de ſon Pole, ſe meut en même temps par rapport à l'Equateur, mais non pas ſous les mêmes conditions. Il faut au contraire qu'elle s'approche ou s'éloigne inceſſamment de l'Equateur & de ſon Pole, qu'on appelle auſſi le *Pole du Monde*, mais ſi ſon mouvement eſt très-lent, comme il l'eſt en effet, cette variation de diſtance pourra être long-temps inſenſible, & c'eſt ce qui eſt arrivé.

Tous les Cercles paralleles à l'Equateur, & tous les correſpondants paralleles à l'Ecliptique, ſe coupent ſous un angle de 23 $\frac{1}{2}$ degrés, & il y a néceſſairement un parallele à l'Ecliptique qui paſſe par le Pole de l'Equateur. Si l'on conçoit une Fixe placée dans l'interſection de ce Parallele à l'Ecliptique, & du Parallele à l'Equateur, & ſi elle part de-là, il eſt viſible qu'elle s'approchera toûjours du Pole de l'Equateur, juſqu'à ce qu'enfin elle y arrive, après quoi elle s'en éloignera.

Son mouvement ſuppoſé uniforme par rapport à l'Ecliptique, ſera par cette raiſon-là même inégal par rapport à l'Equateur. Que l'on conçoive des *Méridiens de l'Ecliptique*, qui ſeront de grands Cercles tirés de degré en degré perpendiculairement à l'Ecliptique, & ſe réuniſſants tous à ſon Pole, les parties du Parallele à l'Ecliptique décrit par l'Etoile, & compriſes entre deux de ces Méridiens ſeront la meſure du mouvement de l'Etoile par rapport à l'Ecliptique, & ſeront par la ſuppoſition toûjours égales. Mais dans ce même mouvement rapporté à l'Equateur, il faudra prendre les parties du Parallele à l'Ecliptique entre deux Méridiens ordinaires perpendiculaires à l'Equateur, & là elles ne ſeront plus égales. Elles ſeront d'autant plus grandes par rapport à ce qu'elles étoient, que les Méridiens de l'Equateur s'écarteront davantage de ceux de l'Ecliptique, & au contraire. Et pour juger où eſt le plus grand écart des deux eſpeces différentes de Méridiens, il ſuffit de ſe ſouvenir qu'il y en a un commun à toutes les deux, c'eſt le Colure des Solſtices perpendiculaire & à l'Equateur & à l'Ecliptique. Puiſque c'eſt-là où l'écart

des

des deux Méridiens eſt nul, il va toûjours en croiſſant de-là juſqu'au point de l'Equinoxe, donc ſi l'Etoile ſuppoſée eſt partie d'un point qui répondît au 1er d'Aries, ſon mouvement rapporté à l'Equàteur va toûjours en diminuant juſqu'au point qui répondra au 1er de Cancer, & de part & d'autre de ce point elle paroîtra comme ſtationnaire par rapport au Pole du Monde, & d'autant plus long-temps que ſon mouvement réel ſera plus lent.

Si le Parallele à l'Ecliptique ſur lequel nous avons ſuppoſé l'Etoile, n'étoit pas celui qui paſſe par le Pole du Monde, il eſt viſible qu'elle n'y arriveroit pas, mais ſeulement s'en approcheroit plus ou moins à proportion de l'éloignement de ſon Parallele.

Par le mouvement général des Fixes, toutes les Septentrionales ſeront à leur moindre diſtance de notre Pole, lorſqu'elles ſeront ſur le Colure des Solſtices, car que l'on en imagine une qui doive décrire l'Ecliptique, & qui parte du 1er d'Aries; il eſt clair qu'elle ne pourra jamais être plus proche du Pole que quand elle arrivera à ce Colure, & par conſéquent il en eſt de même de toutes les autres qui ne décrivent que des Paralleles à l'Ecliptique.

Il auroit été fort commode pour les premiers Navigateurs, Egiptiens ou Phéniciens, qu'il y eût eu une Etoile précisément au Pole du Monde, ils auroient pris immédiatement par ſon moyen les Hauteurs en Mer, & toutes leurs courſes ſe ſeroient dirigées à ce point fixe. J'ai dit *pour les premiers Navigateurs*, car dans la ſuite du temps on auroit perdu cet avantage, l'Etoile Polaire auroit ceſſé de l'être, & quand après cela on auroit compté ſur ſon immobilité, on ſeroit tombé dans des erreurs. Ce ne fut que 200 ans après Aléxandre que l'on commença à s'appercevoir du mouvement des Fixes ſur les Poles de l'Ecliptique. Il faudroit qu'une Fixe y fût placée pour être immobile, mais alors elle ne ſerviroit pas aux mêmes uſages, du moins immédiatement, qu'une Etoile Polaire.

Au défaut d'une Etoile véritablement Polaire, on a pris celle qui étoit la plus proche du Pole, c'eſt la derniére de la

Queuë de la petite Ourſe, & comme elle eſt d'une extrême importance pour toutes les déterminations de hauteurs ou latitudes, M. Maraldi a pris par des obſervations exactes & réitérées, ſa diſtance au Pole de 2° 7′ 9″ pour l'année préſente. Cette diſtance ira toûjours en diminuant pendant 362 ans, au bout deſquels elle ne ſera plus que de 26′ 30″, la plus petite qu'elle puiſſe être, parce qu'alors l'Etoile ſera arrivée au Colure des Solſtices, elle ſera plus Polaire que jamais, & ne reviendra à l'être autant qu'au bout de 12860 ans, moitié de ſa révolution.

M. Maraldi ne croit pas que notre Etoile Polaire d'aujourd'hui, qui a été auſſi celle des anciens Grecs, ſoit celle des Aſtronomes encore plus anciens, dont Eudoxe, Diſciple de Platon, avoit pris les Obſervations pour fondement de ſon Catalogue des Etoiles fixes. Notre Etoile Polaire devoit être dans ces temps ſi reculés trop éloignée du Pole, & M. Maraldi fait un dénombrement de pluſieurs autres qui en étoient plus proches, une ſur-tout dans la Queuë du Dragon, qui n'en étoit qu'à 10′ il y a 4060 ans, beaucoup plus proche que la nôtre ne ſera jamais dans ſa plus grande proximité. Les anciens diſoient que l'Etoile Polaire étoit au Pole du Monde; quoiqu'ils puiſſent n'avoir pas prétendu parler exactement, ils ſe ſeroient trop ſenſiblement éloignés du vrai, s'ils avoient parlé de notre Etoile Polaire. Celle du Dragon étoit encore 1000 ans après ſa plus grande proximité du Pole, c'eſt-à-dire, 1326 avant J.C. aſſés proche pour être la Polaire. Sa diſtance n'étoit que de 5° 42′, moindre que celle d'aucune autre. Si cela eſt, ſi des obſervations aſtronomiques aſſés exactes remontent juſqu'à 1300 ans avant J. C. dans des Siécles qu'on ne peut guere imaginer que comme très-groſſiers & très-barbares, il faut que l'Aſtronomie ſoit une Science à laquelle les hommes ſoient portés bien naturellement.

SUR LES MOUVEMENTS DES PLANETES DANS DES E'PICYCLES.

UN Epicycle eſt un Cercle dont le centre eſt ſur la circonférence d'un autre qui le porte, & eſt appellé par cette raiſon *Déférent*. Si l'Epicycle ſe meut, ſon centre ne quitte point la circonférence du Déférent. V. les M. p. 285.

Dans l'Aſtronomie ancienne & Ptolémaïque, les Planetes ſe meuvent chacune ſur la circonférence d'un Epicycle, qui en même temps ſe meut ſur celle d'un Déférent concentrique à la Terre. Par-là on a expliqué, & de plus calculé les Stations, les Rétrogradations, & toutes les biſarreries du mouvement des Planetes. Il n'eſt plus queſtion aujourd'hui de ce Siſteme, un autre lui a ſuccédé, non ſeulement plus ſimple & plus naturel, mais, pour tout dire, néceſſaire, la ſeule diſpoſition des Corps céleſtes entre eux, très-uniforme & très-réguliére, produit, ſelon Copernic, tout ce qui paroît le plus irrégulier dans leurs mouvements. Cependant comme l'Aſtronomie pure, qui ne veut que repréſenter les Phénomenes par des Hipotheſes, quelles qu'elles ſoient, ſe contente de ce qui ne ſatisferoit pas l'Aſtronomie Phiſique engagée à expliquer le Méchaniſme de l'Univers, M. Godin a cru qu'il ne falloit pas tout-à-fait négliger l'Hipotheſe des Epicycles, qui outre qu'elle eſt ce qu'on pouvoit ſubſtituer de plus ingénieux au Vrai que l'on n'avoit pas, peut encore aujourd'hui être quelquefois utile dans les calculs. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne, vûs de la Terre, ſe meuvent réellement dans des Epicycles, & on verroit la Lune s'y mouvoir auſſi, ſuppoſé qu'elle fût vûë du Soleil.

Qu'un Déférent, & ſon Epicycle ſe meuvent l'un & l'autre d'un mouvement uniforme, & dont la direction ſoit d'Occident en Orient, ſelon l'ordre des Signes du Zodiaque,

& que ces deux Cercles faſſent leur révolution chacun autour de ſon centre en un temps égal, un Spectateur placé au centre du Déférent ne le verra jamais ſe mouvoir que comme il ſe meut réellement, ſelon l'ordre des Signes, mais le même Spectateur ne verra l'Epicycle ſe mouvoir ſelon cette direction que dans ſa partie qui ſera la ſupérieure, par rapport au centre du Déférent, & dans toute l'inférieure, il le verra ſe mouvoir d'Orient en Occident, ou contre l'ordre des Signes; mouvement faux, contraire au vrai, & qui n'eſt qu'apparent. C'eſt-là une ſuite néceſſaire de la poſition du Spectateur par rapport à l'Epicycle. De plus de ce que le mouvement *direct* vrai de l'Epicycle ſe change en un *retrograde* faux, il ſuit que ce changement ſe fait par degrés, & que le mouvement total, uniforme en lui-même ne le paroît plus, mais inégal & varié, au lieu que celui du Déférent paroît toûjours uniforme, comme il l'eſt.

Pour prendre de tout cela une idée plus préciſe, on peut concevoir une ligne tirée du centre du Déférent ou de l'œil du Spectateur par le centre de l'Epicycle juſqu'à ſa circonférence ſupérieure, dont elle déterminera le point le plus élevé, comme elle en a déterminé dans ſa circonférence inférieure le point le plus bas. On appellera l'un *Apogée,* l'autre *Périgée.* Un diametre de l'Epicycle perpendiculaire à cette ligne le partagera en deux moitiés égales, l'une ſupérieure, l'autre inférieure. Au point de l'Apogée le mouvement paroît direct, comme il l'eſt, & de la vîteſſe dont il eſt, mais dans tout le Quart du Cercle qui ſuit, ce mouvement toûjours encore direct paroît toûjours d'une vîteſſe moindre que la réelle; à la fin de ce 1er Quart de Cercle il n'eſt plus, c'eſt le rétrograde qui lui ſuccede dans le 2^{d}, foible d'abord, & augmentant toûjours juſqu'à la fin du demi-Cercle, où il devient égal au direct. Après cela il eſt aiſé de voir que dans le demi-Cercle ſuivant, c'eſt la même choſe en ordre renverſé. On verra aiſément auſſi que les Stations ſe font dans les paſſages du mouvement direct au rétrograde, ou du rétrograde au direct.

Tout cela ſuppoſe que le Déférent & l'Epicycle faſſent

chacun leur révolution en un temps égal, ce qui revient précisément au même à l'égard du Spectateur, que si l'Epicycle se mouvoit sur la circonférence immobile du Déférent, auquel cas il n'y auroit point à tenir compte de ce qui arriveroit par la combinaison des différentes vîtesses des deux Cercles. Mais s'ils se meuvent tous deux hors de ce cas unique, équivalent à l'immobilité de l'un, il y a de nouvelles considérations à faire.

Le point du Périgée de l'Epicycle mû en même temps, & parce qu'il appartient au plan du Déférent qui se meut, & parce qu'il appartient à la circonférence de l'Epicycle, aura deux mouvements, l'un qui lui viendra du Déférent selon l'ordre des Signes, l'autre contre cet ordre, & qui sera le direct de l'Epicycle changé par le Périgée en un rétrograde égal. Si outre que ces directions des deux mouvements sont absolument opposées, leurs vîtesses étoient égales, il est bien sûr que le point du Périgée paroîtroit immobile. Mais quand les vîtesses des deux mouvements seront-elles égales? Il est manifeste que ce sera quand le Déférent, s'il est plus grand que l'Epicycle, comme il doit l'être naturellement, sera sa révolution autour de son centre en un temps d'autant plus long par rapport au temps de la révolution de l'Epicycle, que sa circonférence sera plus grande par rapport à celle de l'Epicycle, quand, par exemple, le Déférent ayant une circonférence dix fois plus grande que celle de l'Epicycle, employera dix fois plus de temps à sa révolution. Il est presque inutile de remarquer que le point dont on considere ici les vîtesses est bien un point de la circonférence de l'Epicycle, mais non pas de celle du Déférent, il en est éloigné de toute la longueur du rayon de l'Epicycle, mais comme il est dans le plan du Déférent, & n'a d'autre mouvement que celui de ce plan, il fait sa révolution dans le même temps qu'un point de la circonférence. Ce cas des vîtesses égales, où le Périgée de l'Epicycle est vû immobile, fait la proposition fondamentale de la Théorie de M. Godin.

Dans le cas que nous avons posé d'abord, équivalent à

celui où le Déférent eût été immobile, nous avons vû que la station ou immobilité apparente de l'Epicycle auroit été à la fin de son 1er Quart de Cercle à compter de l'Apogée & à l'origine du 2^d^, & que la rétrogradation auroit été de-là en augmentant toûjours jusqu'au Périgée, & auroit passé au de-là de ce point, mais en diminuant toûjours, jusqu'à l'origine du 4me Quart de Cercle, où elle auroit fini par une station. Nous venons de voir que dans le cas des vîtesses du Déférent & de l'Epicycle égales il y a une station au point du Périgée. Donc les deux stations, qui dans le 1er cas se faisoient en deux points diamétralement opposés & également éloignés du Périgée, se font dans ce 2^d^ cas au point du Périgée, & il est assés clair que dans les cas moyens entre ces deux elles se seront toûjours rapprochées de ce point jusqu'à ce qu'enfin elles s'y soient confonduës.

Puisque le 1er cas extrême est celui où le Déférent est immobile, & le 2^d^ extrême, celui où il a la même vîtesse que l'Epicycle, les cas moyens sont ceux où, à compter du 1er, le Déférent ayant toûjours moins de vîtesse que l'Epicycle, en a une qui augmente toûjours, & devient enfin égale à celle de l'Epicycle. Dans tous ces cas moyens les stations vont en se rapprochant toûjours du Périgée, & par conséquent les rétrogradations tiennent moins d'étenduë sur la circonférence de l'Epicycle, & enfin quand les deux vîtesses sont égales, les deux stations se réunissent au Périgée, & il y a une station sans rétrogradation ni précédente, ni suivante. Seulement l'apparence du mouvement direct aura toûjours été en diminuant depuis l'Apogée.

Il suit de-là que passé le 2^d^ cas extrême des deux que nous avons posés, c'est-à-dire, quand la vîtesse du Déférent seroit plus grande que celle de l'Epicycle, il n'y auroit plus ni stations ni rétrogradations. Ce spectacle seroit pour celui qui du Soleil verroit la Lune tourner autour de la Terre. Le Déférent seroit l'Orbite de la Terre autour du Soleil, & l'Epicycle seroit l'Orbite de la Lune autour de la Terre. Les grandeurs de ces deux Orbites sont à peu-près comme 366 à 1. Afin

que les vîtesses du Déférent & de l'Epicycle fussent égales, il faudroit que tandis que l'Epicycle ou la Lune fait 366 révolutions, le Déférent ou la Terre n'en fit qu'une. Or ce Déférent en fait plus de 30. Donc il a beaucoup plus de vîtesse que l'Epicycle. Donc, &c.

Puisque toutes les Planetes nous paroissent quelquefois rétrogrades, elles sont toutes dans le cas opposé à celui-ci, mais les unes plus, les autres moins. Nous avons déja traité cette matiére en 1709 * sur des principes tout différents. * p. 82. & suiv.

SUR LA DETERMINATION DE L'ORBITE DES COMETES.

V. les M. p. 331.

LEs Astronomes modernes ont fait une entreprise presque téméraire, lorsqu'ils ont prétendu assujettir aux calculs des Astres aussi passagers & aussi irréguliers que les Cometes, comme l'on y a déja assujetti ceux que l'on a sous les yeux depuis tant de Siécles, & qui ont des mouvements si réglés. Cependant l'entreprise s'avance, & promet du succès.

On a déja reconnu, ou du moins on convient généralement, que les Cometes sont des Planetes Solaires, c'est-à-dire, dont le mouvement se rapporte au Soleil, & se fait sur la circonférence d'une Ellipse dont il occupe un des Foyers. On suppose aussi assés volontiers qu'elles suivent, comme les autres Planetes Solaires, les deux fameuses Regles de Képler, l'une, que les temps employés à décrire deux différents arcs de ces Ellipses Planétaires sont entre eux comme les Secteurs Elliptiques correspondants formés par des lignes tirées du Soleil aux extrémités de ces arcs, l'autre, que les quarrés des temps des révolutions totales autour du Soleil sont entre eux comme les cubes des distances moyennes au Soleil. Mais pour faire usage ou de ces suppositions, ou de ces principes, il faut auparavant avoir déterminé bien exactement quelle est l'Orbite d'une Comete, c'est-à-dire, quelle est sa position dans le Ciel par rapport à notre Ecliptique, & en même temps

quelle eſt la vîteſſe de la Comete, & c'eſt-là la grande difficulté. De toute l'Orbite de la Comete, on n'en voit qu'une petite partie, qui étant proche du Périhélie, & plus courbe qu'elle ne ſeroit ailleurs, ne détermine point la direction du reſte, & la vîteſſe eſt ſi inégale, que l'on ne peut en juger ſur une ſi petite partie de tout le cours.

La difficulté a piqué des Géometres du premier ordre, qui ont ouvert de grandes & belles vûës, & aujourd'hui M. Bouguer s'engage dans le même travail, & propoſe une Méthode nouvelle qui donnera toute la Théorie des Cometes, & la rendra même plus ſimple, parce qu'il y entrera eſſentiellement un élément que l'on avoit ou négligé ou trop peu conſidéré. Ce ſont les latitudes de la Comete, dont on tenoit peu de compte en comparaiſon des longitudes.

M. Bouguer ne demande que trois obſervations exactes, tant de la latitude que de la longitude d'une Comete en des temps peu éloignés. Il impoſe cette condition, afin que la Comete puiſſe être cenſée n'avoir décrit qu'une ligne droite, & que cette droite puiſſe être cenſée auſſi parcouruë d'un mouvement uniforme. Elle ſera ſenſiblement l'Infiniment petit de l'Orbite de la Comete, il faut cependant que les trois obſervations y faſſent trois déterminations bien diſtinctes les unes des autres.

Il s'agit de ſçavoir comment cette droite eſt poſée par rapport à l'Ecliptique, ou, ce qui revient au même, il faut en faire la *projection* ſur le plan de l'Ecliptique, celui de l'Orbite de la Comete y étant incliné, ce qui eſt le cas général, & même ſans exception dans le réel.

On a fait trois obſervations de trois différentes poſitions de la Comete ſur ſon Orbite en trois temps. La Terre a été dans ces trois temps ſur trois points différents de ſon Orbe annuel, on connoît la poſition qu'ils ont entre eux, leurs diſtances, & par conſéquent les angles que feront entre elles trois lignes viſuelles tirées de ces trois points de l'Orbe de la Terre à ceux où la Comete a été vûë. Ces lignes viſuelles ne déterminent encore rien par rapport au plan de l'Ecliptique, car

car elles ſont en différents plans différemment élevés ſur le plan de l'Ecliptique, puiſque la Comete a eu 3 différentes latitudes. Mais des points où ſe terminent dans le Ciel les lignes viſuelles, on abaiſſe ſur le plan de l'Ecliptique 3 perpendiculaires, qui ſoient entre elles comme les Sinus des 3 angles de latitude obſervés, & elles tombent ſur 3 points de ce plan, qui étant joints, font la projection de la route de la Comete par rapport au plan de l'Ecliptique pendant tout le temps des obſervations.

Toutes les opérations de cette Méthode demandent le calcul de pluſieurs Triangles abſolument néceſſaires, ſans compter les auxiliaires dont on peut avoir beſoin. Heureuſement ils ſont tous rectilignes. Il y a ici bien des grandeurs connuës, les angles de longitude, ceux de latitude, leurs Sinus, &c. des lignes qui ont les mêmes rapports que les temps écoulés entre les obſervations, puiſque le mouvement de la Comete a été ſuppoſé uniforme, & enfin M. Bouguer procédant toûjours de Triangle en Triangle, & ne laiſſant rien d'inconnu ou d'indéterminé que la diſtance d'un point de la projection au point où étoit alors la Terre, ou à un terme équivalent, parvient à une Formule algébrique, qui eſt l'expreſſion de cette Inconnuë en grandeurs toutes connuës, & données par les 3 obſervations. S'il manquoit une des 3 latitudes, la Formule manqueroit, tant les latitudes ſont importantes ici.

Cette ſeule Formule de M. Bouguer contient toute ſa Théorie. On a donc la poſition ſur l'Ecliptique de la projection d'un eſpace ſuppoſé rectiligne décrit par la Comete en un certain temps. Quand l'eſpace rectiligne ne ſeroit regardé que comme une Tangente de l'Orbite, il ſeroit bien ſûr que cette Tangente prolongée ſeroit toûjours dans le plan de l'Orbite, & quand elle viendroit à rencontrer la projection du mouvement de la Comete prolongée auſſi autant qu'il le faudroit, elle ſeroit auſſi dans le plan de l'Ecliptique, & par conſéquent dans un Nœud de l'Orbite avec l'Ecliptique. Que du Soleil on tirât une droite à ce Nœud, les Géometres

verront aiſément que deux perpendiculaires à cette ligne tirées l'une de l'Orbite de la Comete, l'autre du point correſpondant de ſa projection, ſe rencontreroient en un point, & y feroient un angle qui ſeroit celui de l'inclinaiſon de l'Orbite ſur l'Ecliptique. Le Triangle, où cet angle ſeroit compris, ſe réſoudroit par le moyen d'autres Triangles déja connus, auxquels il ſeroit néceſſairement lié, & dans cette réſolution on trouveroit auſſi la diſtance de la Comete au Soleil, & par conſéquent à la Terre, lorſqu'elle étoit dans le point de ſon Orbite que l'on avoit déterminé.

Quelque importantes que ſoient déja ces concluſions, M. Bouguer tire encore plus de fruit de ſa Théorie avec le ſecours des deux Regles de Kepler. Par la premiére, le temps pendant lequel elle a décrit ſon petit arc Elliptique ſuppoſé rectiligne, eſt au temps pendant lequel elle décrira la circonférence entiere de l'Ellipſe, comme l'aire du petit Secteur Elliptique à celle de l'Ellipſe entiére. L'aire du petit Secteur Elliptique peut être priſe pour un Triangle rectiligne, dont la baſe eſt le petit arc ſuppoſé rectiligne, & chaque côté eſt la diſtance de la Comete au Soleil, connuë en ce temps-là, comme il vient d'être dit. M. Bouguer calcule enſuite l'aire entiére de l'Ellipſe par les propriétés connuës de cette Courbe, en laiſſant indéterminée & inconnuë l'expreſſion de ſon grand axe, après quoi vient auſſi-tôt l'expreſſion du temps de la révolution entiére.

Par la ſeconde Regle de Kepler, le quarré du temps de la révolution entiére d'une Planete, comme la Terre, qu'il vaut mieux prendre que toute autre, ſera au quarré du temps de la révolution entiére de la Comete, comme le cube de la diſtance moyenne de la Terre au Soleil eſt au cube de la diſtance moyenne de la Comete au Soleil. Cette diſtance moyenne eſt la moitié de la plus grande & de la moindre, qui toutes deux enſemble font le grand axe de l'Ellipſe, donc elle eſt la moitié du grand axe, qui par-là devient déterminé, puiſqu'il entre dans une proportion où il n'y a que des grandeurs connuës.

Avec la connoissance du grand axe adjoûtée à celles que l'on avoit déja, on peut trouver le petit axe, la distance des deux Foyers, le centre, l'Aphélie & le Périhélie, la ligne des Apsides qui les joint, &c. Trois observations seules ont suffi pour servir de base à tout ce grand échaffaudage de Géométrie & d'Astronomie.

Une remarque de M. Bouguer, qui n'est pas à oublier ici, c'est que son expression algébrique du grand axe de l'Ellipse est telle qu'elle peut donner une grandeur ou positive, ou infinie, ou négative. Cela dépend de la vîtesse plus ou moins grande de la Comete, quoique toûjours finie. Si l'axe est positif, il est l'axe d'une Ellipse ordinaire; s'il est infini, ce qui arrive parce que la vîtesse de la Comete est à un certain point, il est l'axe d'une Ellipse infinie, c'est-à-dire, d'une Parabole dont les deux Foyers sont infiniment éloignés l'un de l'autre; s'il est négatif, & alors la vîtesse est encore plus grande, il est l'axe d'une Hiperbole, qui est une Ellipse dont les deux Foyers finiment éloignés sont posés à contre-sens de ce qu'ils sont dans l'Ellipse ordinaire. Il est évident qu'une Comete qui après son Périhélie auroit passé d'une branche de sa Parabole ou de son Hiperbole dans l'autre, ne reviendroit jamais dans sa premiére branche, dont elle s'éloigneroit toûjours à l'infini, & par conséquent ne seroit jamais revûë, ainsi la Théorie de M. Bouguer comprend toutes les Cometes possibles, celles qui ont des retours, & celles qui n'en ont point.

Il ne semble pas qu'il fallût prendre pour Planetes Solaires les Cometes qui n'auroient point de retours. Quel rapport leur mouvement auroit-il au Soleil quand elles s'éloigneroient toûjours de lui selon des lignes presque exactement droites, & iroient se perdre à jamais dans l'immensité de l'Univers? Peut-être même toutes les Cometes à retour ne seront-elles pas Planetes Solaires. Le Soleil est plus à Nous que toute autre Etoile de son espece, & ne seroit-ce point un reste du Sisteme Ptolémaïque, si naturel aux hommes, que de vouloir rapporter tous les mouvements célestes à ce Soleil?

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR LES LONGITUDES.

ON ſçait combien certains ſpectacles céleſtes ſervent à la détermination des Longitudes terreſtres, parce qu'ils ſont vûs en même temps par des Obſervateurs placés en différents lieux. Il faut que leur apparition ſoit prompte & preſque inſtantanée, de peur qu'un Obſervateur ne les vît, ou ne crût les voir, tandis qu'un autre ou ne les verroit pas, ou ne s'en tiendroit pas ſûr. C'eſt par cet endroit, auſſi-bien que par la fréquence, que les Immerſions & les Emerſions des Satellites de Jupiter, & les occultations des Fixes par la Lune, l'emportent beaucoup ſur les Eclipſes Lunaires, qui ſeules étoient employées autrefois à la recherche des Longitudes. On ne peut trop multiplier ces ſpectacles, & c'eſt les multiplier que de découvrir qu'on en puiſſe employer à cet uſage quelques-uns qu'on n'y employoit pas, ou auxquels on ne faiſoit pas aſſés d'attention.

Lorſque la Lune eſt en Croiſſant ou en Décours, on voit dans la partie obſcure de ſon Diſque quelques points lumineux ſemés çà & là, mais tous peu éloignés du Cercle ou demi-Cercle d'illumination, qui ſépare la partie éclairée d'avec l'obſcure. Ce ſont des ſommets de Montagnes élevées, qui reçoivent les rayons du Soleil plûtôt que les Plaines, ſi la lumiére va vers eux dans le Croiſſant, ou qui perdent ces rayons plus tard, ſi la lumiére ſe retire dans le Décours. On peut appeller Emerſions de ces points leurs apparitions, puiſqu'ils ſe dégagent en quelque ſorte de l'ombre répanduë autour d'eux, & leurs Immerſions au contraire ſeront leurs diſparitions, puiſqu'alors ils ſont confondus dans l'ombre générale.

M. Grandjean ayant remarqué que quelques-uns de ces points lumineux apperçûs par ſa Lunette dans la partie obſcure, diſparoiſſoient en fort peu de temps, eut la curioſité de

s'attacher à un, qu'il vit en effet diminuer de clarté peu-à-peu, & enfin disparoître totalement en un instant. C'est ainsi précisément que se font les Immersions des Satellites. Les Emersions des points lumineux de la Lune seront pareillement instantanées, & peut-être encore plus, parce que l'ébranlement de la Rétine peut faire continuer la vision d'un objet lumineux qu'on a cessé de voir réellement, au lieu que cette raison n'a pas lieu pour celui que l'on commence de voir.

Il étoit donc assés naturel d'appliquer aux Longitudes les Immersions & Emersions de ces points lumineux de la Lune, sensibles & fréquentes comme elles sont, & M. Grandjean a été surpris que l'idée n'en soit venuë qu'à Hévélius & à Langrénus, qui ne l'ont pourtant pas suivie. Il est vrai que la chose n'est pas sans difficulté dans l'execution.

Il faudroit une *Sélénographie* ou Carte de la Lune extrêmement exacte, & on n'en a pas encore qui le soit assés; quoiqu'il soit beaucoup plus aisé de faire une Sélénographie qu'une *Géographie* prise dans le même sens. A moins que de cette grande exactitude de la Carte, deux différents Observateurs pourroient prendre deux différents points lumineux pour le même, & toutes les conclusions porteroient à faux.

Je suppose que l'on ait la meilleure Sélénographie qu'il se puisse, & où les points dont il s'agit soient parfaitement bien posés par rapport aux autres parties, il est certain qu'afin qu'ils ayent une Emersion, il faut qu'ils se fassent voir dans la partie obscure qui vient d'être éclairée, ou qui va bientôt l'être; on dira la même chose renversée sur l'Immersion. Pour cela il faut donc qu'ils ne soient qu'à une certaine petite distance du Cercle d'illumination, & la position de ce Cercle sur le Disque de la Lune dépend de la distance de la Lune au Soleil, & en général de son mouvement qu'il seroit difficile d'avoir dans une précision suffisante. Nous avons parlé des irrégularités de ce mouvement en 1702*. * p. 75. & suiv. 2de Ed.

Il y a encore plus. La Lune a une Libration tant en longitude qu'en latitude, expliquée assés au long en 1721*, qui dérangeroit, quoiqu'assés peu, la position qu'on donneroit * p. 53. & suiv.

dans une Sélénographie aux Taches de la Lune & à ses points lumineux par rapport à certains Cercles qu'on seroit obligé d'imaginer sur son Disque.

De tout cela il suit qu'il ne seroit pas aisé de construire des Tables qui marquassent assés juste les temps où doivent arriver les Emersions ou Immersions, dont nous traitons ici. Cependant ces Tables seroient nécessaires pour avertir les Observateurs d'observer, & beaucoup plus encore pour tenir lieu d'un Observateur perpétuel placé sous le Méridien pour lequel elles seroient calculées, ce qui est le grand usage des Tables des Satellites à l'égard des Longitudes.

En attendant les Tables, qui pourront venir, M. Grandjean a imaginé un expédient. Il adjoûte à une Sélénographie ordinaire la partie de la Lune qui peut se découvrir par le mouvement de Libration, car c'est-là le plus embarrassant. Il a une feuille de Corne transparente, sur laquelle il a tracé des Cercles de longitude & l'Ecliptique, il la met sur sa Sélénographie disposée de la même maniére dont il voit qu'est la Lune au temps de l'observation, & avec une Alhidade mobile sur la feuille de Corne, il voit à quels Cercles de longitude, à quels points de l'Ecliptique se rapportent les différentes parties de la Lune, & où doit être à peu-près le Cercle d'illumination cherché. Les Astronomes suppléeront assés au détail de cette opération que nous supprimons.

Si l'on veut suivre cette idée, tous les points sujets à Emersion & à Immersion devroient avoir des noms dans la Sélénographie, & ils n'en ont pas encore.

Il y a un choix à faire entre eux. Quelques-uns n'ont pas leurs Emersions ou Immersions assés promptes, apparemment parce que ce sont de grands Rochers à plusieurs pointes assés éloignées, qui ne reçoivent ou ne perdent la lumiére que les unes après les autres.

Il vaut mieux prendre les points les plus proches de l'Ecliptique tracée sur la Lune, parce que le mouvement de la lumiére y est plus prompt.

Les points lumineux sont plus frappants dans le Décours,

parce qu'alors l'ombre qui les environne augmente toûjours, au lieu qu'elle diminuë toûjours dans le Croiſſant, & par cette raiſon, pour bien prendre l'habitude de ces ſortes d'obſervations, il eſt à propos de commencer à la prendre dans le Décours. Combien d'autres inſtructions le temps nous donnera-t-il ſur cette matiére, s'il vient à l'entreprendre?

CEtte année l'un des deux Mrs Caſſini qui avoient accompagné M. leur Pere au Voyage de la Perpendiculaire Occidentale, apporta à l'Académie une Méthode qu'il avoit trouvée pour la détermination de la Figure de la Terre, tirée du travail qu'ils venoient de faire.

Quand on avoit tracé la Méridienne de Paris qui traverſe la France Nord & Sud, on avoit trouvé que les degrés en étoient inégaux entre eux, ce qui montroit déja que la Terre étoit non une Sphere, mais un Sphéroïde, & de plus que ces degrés étoient décroiſſants de l'Equateur vers les Poles, ce qui montroit que ce Sphéroïde étoit allongé ou oblong.

Par les opérations qu'on venoit de faire à l'Occident depuis Paris juſqu'à la Mer, on avoit trouvé que les degrés du Parallele de Paris étoient plus petits qu'ils n'auroient dû être ſi la Terre eût été une Sphere, & qu'au contraire ils auroient dû être plus grands que dans l'hipotheſe Sphérique, ſi la Terre eût été un Sphéroïde applati. C'étoit donc un Sphéroïde oblong.

M. Caſſini le Fils conſidéra que de l'hipotheſe du Sphéroïde oblong ſuivoit encore une conſéquence que l'on pouvoit vérifier par ce qui venoit d'être fait. On avoit tiré une Perpendiculaire au Méridien de Paris, ou une Tangente du Parallele de Paris au point de Paris. Depuis le point d'attouchement cette Tangente s'écarte toûjours de plus en plus de ſon Cercle, c'eſt-à-dire, que toutes les perpendiculaires à la Tangente tirées de tous les points d'un quart de ce Cercle vont toûjours en croiſſant depuis la premiére qui eſt au point d'attouchement, & nulle, juſqu'à la derniére qui eſt égale au rayon du Cercle poſé. Paſſé cela, il n'y a plus d'écarts à

considérer, si ce n'est de l'autre côté, où la même chose se répete. De-là il suit que plus le Cercle posé est grand, plus les écarts de sa Tangente sont grands, car la derniére de ces perpendiculaires à la Tangente, qui mesurent les écarts, est toûjours égale au rayon du Cercle posé.

Si la Terre est Sphérique, on sçait quels doivent être les écarts ou distances de chaque point du Parallele de Paris à chaque point de sa Tangente. Si la Terre est un Sphéroïde oblong, ces écarts seront plus petits, parce que le Parallele sera un plus petit Cercle, & au contraire, si la Terre est un Sphéroïde applati.

Cette Tangente étant actuellement tracée à l'Occident par les Triangles, il ne falloit donc plus que prendre de ce côté-là un point sur le Parallele de Paris, c'est-à-dire, trouver un Lieu dont la latitude fût égale à celle de Paris, tirer de ce lieu sur la Tangente une perpendiculaire, dont on viendroit à connoître la grandeur en la liant aux Triangles, & comparer cette grandeur trouvée avec celle de l'hipothese Sphérique. Voilà la Méthode proposée par M. Cassini le Fils. Heureusement ils trouverent dans leur Voyage Granville, dont la latitude est à une Seconde près la même que celle de Paris, & il a donné l'exemple du Calcul qu'il y avoit à faire en ce cas-là. Il en résulte sûrement & sensiblement le Sphéroïde oblong.

Comme la distance de Granville, par exemple, à la Tangente du Parallele de Paris, ne peut être qu'une portion du Méridien de Granville, il faut donc avoir actuellement tracé ce Méridien, comme celui de Paris l'a été à Paris, mais aussi cette opération, jointe à l'observation de la latitude de Granville, est tout ce que demande la Méthode de M. Cassini, la Tangente du Parallele de Paris étant supposée décrite.

Les écarts de la Tangente, par rapport à son Cercle, croissent de degré en degré depuis le point d'attouchement selon une raison beaucoup plus grande que celle du nombre des degrés, & c'est un avantage dans cette Méthode. Pourvû que le Lieu où l'on prendra la seconde latitude soit un peu éloigné de celui d'où l'on est parti, de Paris, par exemple, les

les écarts seront déja considérables, & par conséquent leurs différences d'avec ceux de l'hipothese Sphérique assés sensibles. Si le 2d lieu étoit encore un peu plus éloigné, il seroit impossible qu'il restât la moindre incertitude.

Il n'étoit point nécessaire que l'on eût un Lieu comme Granville dont la latitude fût égale ou si approchante d'être égale à celle de Paris. Tout autre lieu d'une latitude connuë auroit suffi, il n'auroit pas été sur le Parallele de Paris, mais on l'y auroit rapporté aisément par un calcul qui n'eût été qu'un peu plus long. M. Cassini en a donné un exemple sur St Malo, dont la latitude differe de plusieurs Minutes de celle de Paris.

Dans cette Méthode, 1° il ne faut que des latitudes dont l'observation est plus commode que celle des longitudes, car les longitudes demandent les Satellites de Jupiter, & par conséquent de grandes Lunettes, outre que l'on n'a pas les Satellites en tout temps. 2° Si les latitudes sont égales, ou, ce qui est le même, les hauteurs des mêmes Astres dans le même Climat, ou seulement si elles approchent assés de l'égalité, on n'a presque point à craindre différentes erreurs dans les Refractions, elles seront à peu-près égales, s'il y en a, & par conséquent ne gâteront rien. 3°. Et par la même raison les erreurs qui viendroient de la division défectueuse de l'Instrument, comme il arrive souvent, seront sans conséquence, pourvû que l'Instrument, dont on se servira, soit toûjours le même.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

Un Ecrit de M. Godin sur une Addition qu'il faut faire aux Quarts de Cercles fixes dans le Méridien. V. les M. p. 36.

Les Observations de l'Eclipse Solaire du 13 Mai, faites par Mrs Cassini & Godin. p. 149. 151.

Celles de l'Eclipse Lunaire du 28 Mai par M. Godin. p. 195.

Une Méthode de M. Pitot pour calculer la 1re Equation des Planetes. p. 361.

MECHANIQUE.

SUR LES CHARROIS, LES TRAISNEAUX ET LE TIRAGE DES CHEVAUX.

V. les M. p. 49.

LA Méchanique, qui ne s'est d'abord appliquée qu'aux Arts les plus communs, & par-là les plus vils en apparence, s'est dans ces derniers temps élevée jusqu'aux mouvements des Corps célestes, mais comme elle ne l'a fait qu'en s'appuyant toûjours sur les mêmes principes, elle ne doit pas dédaigner ses premiéres fonctions, plus utiles peut-être, quoique moins nobles, ni croire au dessous d'elle de considérer des Charettes, & de pareilles Voitures, après avoir considéré les pesanteurs mutuelles des Corps célestes entre eux.

Pour faire tourner & avancer une Rouë sur un terrain supposé horisontal & uni, il faut que tandis qu'un des rayons de la Rouë est posé verticalement sur ce terrain, où il est attaché par tout son poids, une Puissance appliquée au centre de la Rouë, où est l'extrémité supérieure de ce rayon, la tire à elle de façon que l'extrémité inférieure se détache du point du terrain qui étoit le point d'appui du rayon. Si la puissance tire obliquement, ce qui est le cas général, la perpendiculaire tirée du point d'appui sur cette direction oblique, sera, comme on sçait, la distance de l'action de la puissance au point d'appui, ou le bras de levier par lequel elle agira, & plus ce bras sera long, plus elle agira avantageusement. Afin que pour une direction oblique ce bras de levier soit le plus long qu'il est possible, il faut, le point d'appui étant conçû au sommet d'un angle formé par une horisontale & une verticale, & la direction oblique étant l'hipoténuse de cet angle droit, que cette hipoténuse fasse, avec chacun des deux autres côtés, un

angle de 45, car alors il eſt démontré que la perpendiculaire, tirée du ſommet de l'angle droit ſur cette hipoténuſe, ſera plus grande que toute autre perpendiculaire tirée ſur la même hipoténuſe autrement poſée. Il eſt très-aiſé de s'en convaincre, même à l'oeil.

La direction de la puiſſance étant ſelon cette hipoténuſe ſuppoſée, il eſt bien certain qu'il n'y a qu'une moitié de ſon effort employée à tirer la Rouë horiſontalement, & que l'autre moitié l'eſt ou à porter une partie du poids de la Rouë, & à la ſoulever, ſi la puiſſance agit de bas en haut, ou à preſſer cette Rouë contre le terrain, & à l'y appliquer plus qu'elle ne l'étoit déja par ſon poids, ſi la puiſſance agit de haut en bas. Le levier eſt le plus avantageux qu'il ſe puiſſe pour produire un mouvement compoſé de l'horiſontal, & de l'un ou de l'autre de ces deux verticaux; mais quand on veut faire rouler une Rouë, on ne veut que la faire rouler, c'eſt-à-dire, lui donner un mouvement horiſontal, qui ne coûteroit abſolument rien, ſi le terrain étoit parfaitement uni, & qui ne demande de la force qu'à cauſe des inégalités de ce terrain, & des frottements qu'il faut vaincre. On eſt bien éloigné de chercher à ſoûtenir une partie du poids de la Rouë, ou à l'appliquer davantage contre le plan. Il ne faut donc pas que la direction de la puiſſance ſoit oblique au plan, mais parallele, & comme alors cette puiſſance agit toûjours perpendiculairement au Rayon vertical à l'extrémité ſupérieure duquel elle eſt appliquée, ce Rayon eſt ſon levier naturel & néceſſaire.

Un Cheval tire par ſon Poitrail, & puiſqu'il doit tirer parallelement au terrain horiſontal, l'élévation de ce poitrail ſur le terrain doit être auſſi celle du centre de la Rouë, ou la longueur des Rayons, & celle du levier de la puiſſance. De-là il ſuit que tout le reſte étant égal, le Cheval le plus haut eſt le meilleur, il permettra que la Rouë ait un plus grand Rayon, ſi on la regle ſur lui, & il ſe donnera à lui-même un plus grand levier. Il ne s'agit ici que des Voitures, qui n'ont que deux Rouës égales, comme les Charrettes.

Si la Charrette rencontre en ſon chemin quelque éminence d'une certaine hauteur verticale, par deſſus laquelle elle doive paſſer, la puiſſance des Chevaux, qui auroit ſuffi pour faire avancer la Charrette horiſontalement, ne ſuffira plus pour lui faire ſurmonter cette éminence, & M. Couplet détermine géométriquement quelle doit être en ce cas-là la puiſſance agiſſant toûjours ſelon une direction horiſontale. Cela ſe trouve aiſément par le rapport des Leviers, dont l'un eſt celui de la charge totale de la Charrette, l'autre celui de la puiſſance, tous deux ayant pour appui le point le plus élevé de l'éminence, & étant ſuppoſés en équilibre.

Il eſt certain que ſans ce calcul géométrique, un effort d'un moment qu'on feroit faire aux Chevaux, vaincroit aiſément un obſtacle ordinaire, mais il eſt bon de connoître préciſément & à toute rigueur de quelle force on auroit beſoin. L'uſage commun eſt que le centre de la Rouë ſoit un peu plus bas que le poitrail du Cheval, moyennant quoi le tirage, qui ne perd guére de ſon paralleliſme au terrain, gagne pourtant aſſés de direction verticale pour ſoûtenir & ſoulever la charge de la Charrette autant qu'il eſt néceſſaire à la rencontre des obſtacles médiocres.

Quelquefois pour tranſporter plus ſûrement des choſes qui ſeroient perduës, ou fort endommagées, ſi une Charrette venoit à verſer, on les met ſur un Traîneau, quoique ce ſoit une Voiture moins avantageuſe en qualité de Machine, car elle préſente aux frottements une ſurface ſans comparaiſon plus grande, & il ne s'y trouve aucun levier en faveur de la puiſſance motrice. Alors le Cheval ne peut plus tirer parallelement au terrain, il tire de bas en haut ſelon une direction oblique, dans laquelle entre néceſſairement du vertical, & par conſéquent il ſoûtient une partie de la charge du Traîneau, mais auſſi comme il le ſouleve d'autant, il en diminuë le frottement contre le terrain. Ce qu'il y a de vertical dans cette direction oblique, eſt d'autant plus grand que le Traîneau a ſa ſurface ſupérieure plus élevée au-deſſus du terrain,

& que les traits du Cheval ſont plus courts, car ils en approchent plus d'être verticaux. Si les traits étoient infiniment longs, le tirage deviendroit parallele au terrain, & le Cheval ne porteroit plus rien de la charge du Traîneau.

Afin qu'il n'en porte qu'une certaine quantité, ou en général un certain poids, il faut donc une certaine longueur de traits, & M. Couplet la détermine par une formule algébrique, tout le reſte étant ſuppoſé connu, ou donné. Nous ne parlons ici que d'un Cheval, parce qu'il n'y en a qu'un dont les traits ſoient obliques à l'horiſon, ou au terrain. C'eſt le dernier de la volée, ou le plus proche du Traîneau, les autres, quand il y en a, tirent parallelement à l'horiſon, & ne font que fortifier ce qu'il y a d'horiſontal dans la direction du Cheval de volée, & ſe joindre à lui à cet égard.

Quand M. Couplet eſt arrivé par ſes raiſonnements à des formules algébriques, il les réaliſe, pour ainſi dire, par des exemples qu'il donne en grandeurs connuës & uſitées. Si l'on veut que le Cheval de volée, aidé de dix autres, ne ſoit chargé que de 300 livres, ce qui eſt une charge moyenne, il ſe trouvera auſſi-tôt que la longueur de ſes traits doit être d'un peu plus de 20 pieds.

On changeroit la traction oblique du Traîneau en parallele, ſi on le faiſoit tirer par l'extrémité ſupérieure d'une eſpece de Mât, dont la hauteur ſeroit égale à celle du poitrail des Chevaux, mais ce ſeroit là un levier aſſés long par lequel agiroit tout ce qui pourroit tendre à faire verſer le Traîneau, & rien ne ſeroit plus contraire à l'intention que l'on a que le tranſport ſoit plus ſûr.

Nous paſſons ſous ſilence pluſieurs Remarques de M. Couplet, qui tiennent plus à la Pratique, qu'à la Théorie; quoiqu'elles n'en ſoient pas pour cela moins utiles.

SUR LE VAISSEAU
qui éprouvera la moindre résistance de l'Eau.

V. les M. p. 85.

NOUS avons déja parlé de ce Probleme en 1699*, mais il n'y a été qu'effleuré, non-seulement dans le peu que nous en dîmes alors, mais même dans les belles Solutions qu'en ont données Mrs Newton, Fatio, de l'Hôpital, & Herman. Ils ont supposé que la route du Vaisseau étoit *directe*, c'est-à-dire, selon sa quille, & que la figure que demandoit la Prouë pour fendre l'Eau avec la plus grande facilité possible, étoit celle d'un Conoïde qu'on avoit à déterminer, mais dont la base étoit toûjours circulaire. Or il est très-rare que la route d'un Vaisseau soit directe, & il n'est jamais de telle figure que la base du Conoïde de sa Prouë, ou le plan qui en cet endroit sera perpendiculaire à sa Quille, puisse être un Cercle. Le Probleme n'a donc encore été résolu que pour des cas, ou très-particuliers, ou éloignés du vrai, & c'est ce qui a invité M. Bouguer à donner une Solution nouvelle & générale, quelque compliquée & quelque pénible qu'elle dût être.

* p. 95. & 96.

La base étant supposée telle qu'on voudra, & donnée, il faudra concevoir qu'on lui appliquera le Conoïde de la Prouë, tel qu'il aura été déterminé géométriquement pour être celui de la moindre résistance que le Vaisseau puisse éprouver de la part de l'Eau. Ce Conoïde a sa surface formée par une infinité de Courbes qui se réunissent toutes à sa pointe ou sommet. On prend pour la *principale* de ces Courbes, & pour celle dont il faut déterminer la nature, celle qui est dans un plan vertical. Son axe, qui est aussi celui du Conoïde, est parallele à la Quille.

Quand un Vaisseau se meut, il frappe l'Eau selon des lignes paralleles à sa route, & tous les côtés infiniment petits de la Courbe principale du Conoïde de la Prouë doivent être conçûs comme frappés chacun par un filet d'eau parallele à

la route; ainsi c'est de la route que dépend la position des filets sur chaque petit côté de la Courbe. Puisque c'est une Courbe, ils sont tous différemment posés sur chaque côté, c'est-à-dire, tous ceux qui frappent une même moitié de la Courbe. Ils sont tous obliques chacun sur leur côté, horsmis peut-être un qui lui sera perpendiculaire, & un autre parallele, & tous les obliques ne frappent, comme on sçait, que par ce qu'il y a de perpendiculaire dans leur direction décomposée. Moins un filet oblique a de perpendicularité par rapport au côté qu'il frappe, moins il le frappe, & par conséquent moins tous les filets ensemble ont de perpendicularité par rapport à la Courbe, moins elle est frappée, & lorsqu'en vertu de sa courbure, elle l'est le moins qu'il soit possible, elle est la Courbe qui doit être celle du Conoïde de la Prouë.

Une route oblique, ou inclinée à la Quille, & à l'axe du Conoïde la Prouë, étant déterminée, il en résulte nécessairement de certaines inclinaisons des filets d'eau sur les petits côtés de la Courbe, inclinaisons différentes de celles qui résulteroient d'une autre route oblique; & de ces inclinaisons ou directions décomposées, il en résulte aussi des perpendiculaires plus ou moins grandes, & autrement inclinées à l'axe du Conoïde qu'elles ne seroient pour toute autre route. Tout dépend de la force ou de la grandeur de ces perpendiculaires, que M. Bouguer appelle aussi *impulsions relatives,* parce qu'elles sont telles ou telles selon les routes différentes, il en faut prendre la somme dans une Zone infiniment peu large du Conoïde qui comprendra la Courbe principale, mais pour avoir cette somme, il faut avoir déterminé dans l'expression algébrique toutes ces impulsions à être paralleles entre elles, ou dirigées en même sens, après quoi cette expression générale de la force employée par tous les filets d'eau contre la Zone, devient, par les Regles connuës, celle de la moindre force possible, qui est ce qu'on cherche, car de-là naît l'équation de la Courbe principale, dont les Abscisses se prennent sur l'axe du Conoïde. Mais ce n'est pas sans beaucoup de difficulté que tout cela vient, & sans qu'il soit besoin d'employer

beaucoup d'adreſſes de calcul ; on pourra aiſément s'en convaincre.

Comme M. Bouguer, pour éviter que la baſe de la Prouë fût néceſſairement un Cercle, en avoit rendu le Conoïde, qu'il cherchoit, tout-à-fait indépendant, & avoit laiſſé la baſe entiérement indéterminée, il a voulu, après ce Conoïde trouvé, déterminer une baſe, & voir ce qui en arriveroit. Il a pris d'abord un demi-Cercle tronqué, c'eſt-à-dire, dont un Segment inférieur fût retranché, de ſorte que la baſe étoit formée par deux arcs circulaires que ſéparoit une ligne droite, ce qui approche aſſés de la figure qu'auroit la coupe verticale d'un Vaiſſeau faite en ce même endroit. Enſuite il a pris le demi-Cercle entier, & l'application de ſes Formules à cette ſuppoſition lui a fait naître des vûës nouvelles, & même paradoxes.

Après que les grands Géometres que nous avons nommés, eurent déterminé le Conoïde qui éprouvoit la moindre réſiſtance dans la route directe, & dans le ſens de cette route, c'eſt-à-dire, ſelon l'axe du Conoïde, M. Bouguer s'apperçut que dans les routes obliques ce même Conoïde éprouvoit encore la moindre réſiſtance ſelon ſon axe, ce qui étendoit les avantages de la premiére Théorie. Mais ils vont encore plus loin par celle de M. Bouguer. Ce ne ſont pas ſeulement les impulſions dans le ſens de cet axe, qui y ſont les moindres qu'il ſe puiſſe, ce ſont les impulſions en tous ſens, & on le voit évidemment, parce que les changements d'hipotheſe ſur l'inclinaiſon de la route à l'axe, & ſur celle des perpendiculaires à ce même axe, ou impulſions relatives, ne changent point le rapport des Abſciſſes de la Courbe du Conoïde à ſes Ordonnées, & que par conſéquent cette Courbe eſt toûjours de la même nature, avantage très-conſidérable, & qu'on ne pouvoit guére prévoir, car il étoit fort poſſible & fort vraiſemblable, qu'à la rigueur chaque route eût demandé ſa Courbe particuliére, & qu'on eût été réduit à ne donner à un Vaiſſeau qu'une certaine Courbe moyenne entre toutes les autres de cette eſpece pour ſatisfaire à peu-près à toutes les routes.

Le

Le point le plus ſurprenant de cette Théorie de M. Bouguer, c'eſt que le Conoïde qu'elle donne pour celui de la moindre réſiſtance poſſible eſt auſſi en certains cas celui de la plus grande, de ſorte que de toutes les figures de Conoïdes, ce ſeroit la plus mauvaiſe pour le Vaiſſeau. Il eſt bien vrai qu'il n'y a qu'une même & unique Méthode pour *le plus petit* & *le plus grand*, que par cette Méthode préciſément on ne ſçait point lequel des deux on trouve, & que par conſéquent on peut auſſi-tôt avoir trouvé l'un que l'autre, mais ce ne ſera que l'un ou l'autre, & non pas tous les deux comme ici. J'entends *tous les deux*, non pas à la fois, mais en ce ſens que ſi ce n'eſt pas l'un dans le cas propoſé, c'eſt ſûrement l'autre, ſans qu'il y ait rien de changé, ce qui n'arrive pas ainſi dans les Courbes; un *plus petit* y eſt toûjours un plus petit, & ne devient jamais un *plus grand*, & s'il y a dans la même Courbe un *plus grand*, on ne l'aura qu'en changeant quelque choſe aux ſuppoſitions du premier cas. De plus, & cela eſt très-remarquable, s'il y a dans une même Courbe un *plus petit* & un *plus grand*, ils n'y ſont pas contigus, mais ſéparés par un intervalle, pendant lequel le changement de plus petit en plus grand eſt conduit par tous les degrés & les nuances que demande toûjours l'ordre Géométrique, mais ici en ſuppoſant tous les Conoïdes de M. Bouguer arrangés de ſuite, le dernier de ceux de la moindre réſiſtance, & le premier de ceux de la plus grande, ſont contigus. Comment ſe fait ce ſaut ſi ſubit, & qui paroît ſans exemple?

Tout cela s'accordera ſi l'on fait réfléxion que le même Conoïde qui dans deux routes différentes du Vaiſſeau éprouve toûjours la moindre réſiſtance poſſible, n'éprouve pas pour cela dans les deux routes une réſiſtance égale, il n'éprouve que la moindre poſſible par rapport à chaque route particuliére, car il eſt viſible que ſelon la route l'Eau réſiſte plus ou moins au mouvement du Vaiſſeau, puiſqu'elle ne réſiſte que le moins abſolument qu'il ſoit poſſible à la route directe qui ſe fait ſelon la Quille, & abſolument le plus qu'il ſe puiſſe à celle qui ſe feroit ſelon une perpendiculaire à la Quille. Si l'on

conçoit toutes les routes rangées entre ces deux extrêmes à commencer par la premiére, la résistance qu'éprouvera le Conoïde de M. Bouguer, quoique la moindre possible pour chaque route, ira toûjours en croissant d'une route à l'autre, & enfin viendra la plus grande de toutes ces moindres, à laquelle sera contiguë une encore plus grande, mais d'un autre ordre, & du nombre de celles qui seront les plus grandes possibles, elle en sera la premiére & la moindre. Ainsi la Regle des *plus grands* & des *plus petits* a fait ce qu'elle a dû, & comme elle l'a dû. Elle a donné des uns & des autres, puisqu'il y en avoit réellement dans la question proposée, ce qui est rare, & elle les a donnés distribués selon cet ordre si propre aux grandeurs, qui sont l'objet de la Géométrie.

M. Bouguer n'a pas manqué de bien distinguer les deux especes de routes, dont les unes produisent la moindre résistance, & les autres la plus grande. Leur séparation étant faite, & caractérisée géométriquement, il est heureux qu'il n'y ait presque jamais que les premiéres qui se trouvent réellement dans la pratique de la Navigation; les autres font de trop grands angles avec la Quille. Ainsi l'inconvénient du Conoïde de M. Bouguer n'est guére à craindre, & ne peut pas être comparé à l'avantage singulier qu'il a de convenir à toutes les routes, sauf cette exception très-rare.

SUR LE MOUVEMENT

D'UNE BULLE D'AIR DANS UNE LIQUEUR.

V. les M. p. 255.

CE sujet paroît avoir été choisi plus pour sa difficulté géométrique, que pour son utilité. M. de Maupertuis a voulu faire voir que la Géométrie moderne étoit parvenuë, & cela très-rapidement, à un si haut point de perfection qu'elle avoit de la peine à trouver desormais des Problemes assés compliqués, & où elle déployât tout son art.

Une Bulle d'Air posée au fond d'un Vaisseau plein d'eau, monte en traversant toute l'eau qui la couvroit, mais elle

monte d'un mouvement fort inégal, & c'eſt cette inégalité qu'il s'agit de calculer, & de ſoûmettre à une formule algébrique. La Bulle monte parce que ſon volume ne renferme que de l'air moins peſant que l'eau renfermée dans un volume d'eau égal. Ainſi la force motrice eſt l'excès de la peſanteur de l'eau ſur celle de l'air, les volumes étant égaux. Cette force eſt accélératrice, puiſque c'eſt une peſanteur, & la Bulle montera toûjours plus vîte. Quand elle eſt au fond de l'eau, elle eſt réduite à un certain état de condenſation, à un certain volume, tant par le poids de la liqueur ſupérieure, que par celui de toute l'Atmoſphere qui peſe ſur cette liqueur, car l'Air eſt compreſſible, comme l'on ſçait, & il ſe comprime, du moins proche la Terre, ſelon la proportion des poids dont il eſt chargé. Dès que la Bulle monte, elle eſt ſoulagée de quelque partie du poids qu'elle portoit, & toûjours ainſi de plus en plus, de ſorte que ſon volume s'étend toûjours, ſans perdre cependant la figure ſphérique, circonſtance aſſés avérée par l'expérience.

Une plus grande ſurface éprouve de la part du Liquide qu'elle diviſe une plus grande réſiſtance. La Bulle qui augmente toûjours de volume reçoit donc toûjours de ce chef quelque diminution à la vîteſſe que la force motrice augmente toûjours. D'un autre côté le Liquide qu'il faut diviſer, réſiſte plus à une plus grande vîteſſe du Mobile qu'à une moindre, & cela ſe fait ſelon la ſeconde Puiſſance de la vîteſſe, ou ſes Quarrés. Or les Quarrés ſont une Suite fort croiſſante, & par conſéquent la réſiſtance du Liquide au mouvement de la Bulle d'Air le diminuë beaucoup d'inſtant en inſtant, & de plus en plus.

Puiſque ce mouvement eſt inégal en ſoi-même & dans le fini, il faut le tranſporter dans l'infiniment petit où il deviendra uniforme, & par-là plus aiſé à calculer. Quand un mouvement eſt uniforme, la Force motrice eſt d'autant plus grande par rapport au Poids ou au Corps qu'elle meut, que la vîteſſe qu'elle lui donne eſt plus grande par rapport au temps qu'elle employe à la lui donner. Donc cette proportion

ſera vraye quand le temps ſera ſuppoſé infiniment petit, & que la vîteſſe ne ſera que l'infiniment petit, ou l'élément de la vîteſſe finie. Il ne faut qu'exprimer algébriquement la force, qui eſt l'excès de la peſanteur d'un volume d'eau ſur un volume d'air égal, mais dont on retranchera la réſiſtance du Liquide ou Milieu exprimée de même algébriquement ; or cette réſiſtance eſt le produit de la ſurface de la Bulle d'air par le quarré de ſa vîteſſe. Toutes les autres expreſſions ſe préſentent d'elles-mêmes.

De cette proportion naît une Equation différentielle, qu'il ne faut plus qu'intégrer pour avoir tout ce qui appartient au mouvement de la Bulle d'Air pris dans le fini, c'eſt-à-dire, l'eſpace qu'elle parcourt dans un temps déterminé, & ſa vîteſſe pour ce temps. Mais quand on eſt arrivé aux intégrations, ou, pour mieux dire, aux cas où il faudroit intégrer, ſouvent on ne le peut pas, on eſt abandonné par les Regles générales, & on a recours à différentes adreſſes particuliéres qui, lorſqu'elles réuſſiſſent, ſont des coups de génie ou de bonheur. Ici l'équation finale où l'on arrive ſe laiſſe intégrer aiſément, & le Probleme eſt parfaitement réſolu.

SUR LA CONCILIATION DES DEUX REGLES ASTRONOMIQUES DE KEPLER

Dans le Siſteme des Tourbillons.

V. les M. p. 301.

* V. l'Hiſt. de 1728. p. 97. & ſuiv. de 1729. p. 87. & ſuiv. de 1731. p. 66. & ſuiv.

ON a vû dans les Volumes précédents* de quelle façon M. l'Abbé de Moliéres a déja défendu le Siſteme des Tourbillons Cartéſiens contre les vives attaques que lui ont portées le célebre Newton, & ſes Diſciples qui ne ſont pas aujourd'hui renfermés dans les bornes de l'Angleterre. Voici encore une objection qui méritoit bien que l'on en délivrât, s'il étoit poſſible, le Siſteme Cartéſien.

Les temps que les Planetes employent à parcourir différents

arcs de leurs Orbes ſont entre eux comme les aires correſpondantes de ces mêmes Orbes, compriſes chacune entre deux rayons tirés du Foyer à la circonférence, & terminées par les arcs de cette circonférence correſpondants.

Les quarrés des temps des révolutions des Planetes autour du Foyer de leur mouvement ſont entre eux comme les cubes de leurs diſtances à ce Foyer. Voilà ces deux Regles ou Loix aujourd'hui ſi connuës, & ſi heureuſement trouvées par Kepler, qu'il en mériteroit le nom de Légiſlateur en Aſtronomie.

Que le Tourbillon ſoit Sphérique, & que toutes ſes Couches concentriques ſoient en équilibre, c'eſt-à-dire, qu'elles ayent une Force centrifuge égale, ſans quoi le Tourbillon ne ſe maintiendroit pas comme il fait, il eſt certain que les deux Loix s'accorderoient enſemble ſans difficulté, ou plûtôt naîtroient toutes deux enſemble des ſuppoſitions qu'on auroit faites. Nous avons déja vû en 1728 naître ainſi la 2de Loi, & pour la 1re il eſt viſible qu'elle en naîtroit auſſi d'elle-même, puiſque dans un Cercle les aires décrites du Centre ne peuvent être que proportionnelles aux arcs. Tout vient de ce que dans le Tourbillon Sphérique, où il y a équilibre de Forces centrifuges, les vîteſſes de deux points quelconques ſont entre elles en raiſon renverſée des racines quarrées des diſtances de ces points au Centre.

Si le Tourbillon eſt Elliptique, comme l'eſt notre Tourbillon Solaire, il arrive du dérangement. Ce qui étoit Cercle devient une Ellipſe, ayant pour Foyer ce qui étoit ſon Centre, le point, qui décrivant ce Cercle étoit toûjours également éloigné du Centre, ne l'eſt plus du Foyer en décrivant l'Ellipſe, il n'a donc plus dans tout ſon cours la même force centrifuge, ni par conſéquent la même vîteſſe, il a autant de vîteſſes différentes que de différentes diſtances au Foyer. Il peut ſuivre la 1re Regle de Kepler, parce qu'ayant toûjours des vîteſſes en raiſon renverſée de ſes diſtances, leurs rayons tirés du Foyer plus longs pour de plus grandes diſtances, & en même temps des arcs plus petits parcourus par de moindres vîteſſes pourront former des aires Elliptiques dans le rapport

requis ; mais alors ce même point ne peut ſuivre la 2de Regle, parce que n'ayant dans tous les inſtants de ſon cours qu'une diſtance variable au Foyer, & tout autre point du Tourbillon auquel on le compareroit n'en ayant qu'une auſſi, le rapport des diſtances au temps des révolutions ne peut que changer continuellement.

Il ſemble que cette difficulté devroit être commune aux deux Siſtemes de Deſcartes & de Newton, car elle ne vient que du mouvement Elliptique, & non Circulaire, des Planetes, également admis dans l'un & dans l'autre. Il eſt vrai cependant que la difficulté n'eſt que pour Deſcartes, il a ſuppoſé le Plein, de grands Tourbillons, de grands Torrents de matiére fluide qui emportent les Planetes ſelon des Loix bien préciſes & durables, & il faut rendre compte de ce que ces mouvements peuvent produire. Newton au contraire s'eſt mis dans le Vuide, à des forces mouvantes connuës & Méchaniques il a ſubſtitué une force inconnuë & Métaphiſique, une Attraction, dont on ne peut prévoir les effets, mais que l'on ſuppoſe telle que certains faits établis la demandent, & qui par conſéquent ſatisfait toûjours préciſément à tout. M. l'Abbé de Moliéres lui reproche même aſſés finement cette extrême préciſion, les principes Phiſiques n'en ont pas tant, lorſqu'on vient à les appliquer aux Phénomenes.

Il ſuffiroit de répondre à l'Objection dont il s'agit, que les deux Loix de Kepler ſont effectivement incompatibles, à la rigueur, dans le Tourbillon Elliptique, mais qu'auſſi dans un Tourbillon peu Elliptique comme le nôtre, il s'en faut peu qu'elles ne s'accordent, & cela ſera confirmé par toutes les obſervations. Cependant M. l'Abbé de Moliéres ne s'en tient pas là, il ſoûtient que la 2de Regle de Kepler s'accomplit à la lettre dans le Tourbillon Elliptique à l'égard de deux points différents pris, non pas dans deux points quelconques de leurs Orbes, mais ſeulement dans des points *correſpondants*, c'eſt-à-dire, qui ſoient ſur le même rayon tiré du Foyer. Pour parler plus géométriquement, M. de Moliéres dit que la ſomme des vîteſſes du 1er point dans tout ſon Orbe ſera à

la somme des vîtesses du 2^{d} dans le sien, comme la racine de la distance moyenne du 2^{d} au Foyer sera à la racine de la distance moyenne du 1er, & de-là s'ensuivra la 2de Regle de Kepler modifiée comme elle a dû l'être en passant du Cercle dans l'Ellipse.

Ce qui rend un Tourbillon Elliptique, c'est l'inégalité de la compression des Tourbillons voisins qui agissent sur lui en faisant effort pour s'étendre. Il seroit presque contraire à la Phisique que cette compression pût jamais être égale de tous côtés. Ainsi on peut compter que tous les Tourbillons sont plus ou moins Elliptiques, pour s'accommoder tous ensemble par cette figure, & comme de concert aux différents degrés de force dont chacun est poussé par ceux qui l'environnent.

Tout ce que M. Newton a tiré de son Attraction ou Force Centripete combinée avec la Force Centrifuge, se tire aussi de la Force Centrifuge, en substituant, au lieu de la Centripete, les appuis fixes qu'un Tourbillon se fait sur tous les Tourbillons voisins, & qui peuvent tenir la place de forces agissantes, selon que l'enseigne la Méchanique. M. l'Abbé de Moliéres conserve donc toute la belle Théorie de M. Newton, seulement il la rend en quelque sorte moins Newtonienne, en la dégageant de l'Attraction, & en la transportant dans le Plein. Ce Plein où elle n'est pas née, lui étant rendu, elle n'a plus besoin de l'Attraction, & ce n'est pas là un malheur pour elle.

CEtte année le même M. le Clerc de Buffon, dont nous avons déja parlé ci-dessus *, apporta à l'Académie la Solution d'un Probleme qu'il s'étoit proposé, & qui demandoit une fine Méchanique. * p. 43.

Un fil suspendu à un point immobile par son extrémité supérieure, & chargé à l'autre d'un Plomb, étant mis en mouvement, & faisant une vibration, rencontre par un de ses points moyens quelconque un Clou posé dans le plan vertical où se fait la vibration. Il passe au de-là, mais seulement

par sa partie interceptée entre le Clou & le Plomb, & cette partie décrit un arc de Cercle, dont elle est le rayon & le Clou, le centre. Il est évident que le fil a frappé le Clou avec une certaine force, & cela parce que le fil porte un Plomb, car autrement où il ne se seroit seulement pas mis en vibration, ou il n'auroit fait sur le Clou qu'une impression phisiquement nulle. La force de l'impression sur le Clou peut être plus ou moins grande, ce qui est visible, n'y eût-il d'autre principe de variation que le plus ou le moins de vîtesse dont le fil ou Pendule est susceptible, mais il y en a encore d'autres que les Géometres appercevront bien, & que nous allons détailler. M. le Clerc demande en quel cas il arrivera qu'un fil, dont la longueur & le Plomb qu'il porte sont donnés, frappera avec la plus grande force possible le Clou qu'il rencontrera.

Le Plomb tend le fil autant qu'il peut être tendu par ce poids déterminé, & c'est cette tension qui le rend capable de faire une impression sur le Clou. Mais le Plomb ne tend le fil, autant qu'il le peut tendre, que quand il le tire selon sa longueur, & il ne le tire selon cette direction que quand le fil est vertical; dans toutes ses autres positions, l'action du Plomb, qui est toûjours nécessairement verticale, est oblique à la longueur du fil, & par conséquent le tend moins.

Une seconde cause de la tension du fil est la force centrifuge que le Plomb a nécessairement, puisqu'il décrit des arcs de Cercle, d'abord autour du point de suspension du fil, ensuite autour du Clou, devenu le centre d'un Cercle que nous nommerons le *second*. Dans l'un & l'autre cas la force centrifuge tire toûjours le fil selon sa longueur, puisqu'elle tend à éloigner son extrémité inférieure de la supérieure, qui est le centre du mouvement, & à cet égard elle est une force constante, mais elle peut d'ailleurs varier à l'infini par la vîtesse, à laquelle elle est toûjours proportionnée.

Plus la vîtesse de la vibration du Plomb, avant que le fil rencontre le Clou, sera grande, plus le sera aussi la vîtesse du Plomb, lorsqu'il décrira un arc du 2d Cercle, & plus par conséquent

conséquent il tendra le fil par sa force centrifuge. Plus cette même vîtesse du Plomb sera grande, plus il décrira un grand arc du 2^d Cercle, ce qui est clair, & par conséquent un plus grand arc de ce Cercle décrit par le Plomb, marque que le Clou a été frappé avec plus de force. Quand l'aura-t-il été avec la plus grande force possible ? Il faut d'abord que le Clou ait été non seulement dans le plan vertical de la vibration, ce qui est nécessaire afin qu'il soit rencontré, mais qu'il ait été dans la ligne verticale tirée par le point de suspension du fil ou Pendule, puisque c'est dans cette ligne que le Pendule a sa plus grande vîtesse possible. Ensuite il est certain que si le Plomb décrit une moitié entiére du 2^d Cercle, auquel cas le fil est replié verticalement sur lui-même, le Clou aura été frappé avec plus de force que si un arc moindre que cette moitié avoit seulement été décrit. Mais est-ce alors bien sûrement que la vîtesse a été la plus grande possible ? n'auroit-elle pas été plus grande, si le Plomb avoit décrit plus de la moitié du 2^d Cercle, si le fil arrivé à se replier sur lui-même avoit passé au de-là ? la vîtesse auroit sans doute été plus grande, mais non pas l'impression du fil sur le Clou ; on verra aisément que jusqu'à ce que le fil vienne à se replier sur lui-même, il pousse toûjours le Clou en même sens, après quoi, s'il va plus loin, il le pousse en sens contraire, & affoiblit par conséquent sa premiére impression.

En même temps le Plomb agissant précisément comme poids pour tendre le fil, ne peut agir que selon sa longueur, puisque le fil replié sur lui-même est alors vertical, & par conséquent les deux causes qui lui donnent cette tension, qui fait toute sa force, sont alors dans leur degré le plus avantageux, & elles sont les seules dont l'effet proposé dépende.

Il reste à sçavoir quelle est la vîtesse nécessaire au Pendule, afin que cet effet arrive, car on voit bien qu'il en faut une bien précise & bien juste. Le fil doit en avoir assés pour se replier sur lui-même après la rencontre du Clou, & il ne doit pas en avoir davantage. Jusque-là le seul raisonnement sans Algebre, la seule analise métaphisique des Causes & de

leurs actions, nous a conduits à la Solution de M. le Clerc, mais on ne peut plus faire le dernier pas sans Algebre, & on le fait très-aisément par son secours. Il résulte des expressions & des calculs qu'elle donne, que pour la vîtesse requise il faut que le Plomb tombe d'une hauteur verticale qui soit au rayon du 2d Cercle qui sera décrit, ou, ce qui est le même, à la partie du fil comprise entre le Clou & son extrémité inférieure, comme 17 est à 2.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 117. L'Ecrit de M. Camus sur la figure des Dents des Rouës & des Aîles des Pignons dans l'Horlogerie.

V. les M. p. 446. L'Ecrit de M. de la Condamine sur une nouvelle maniére d'observer en Mer la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADE'MIE EN M. DCCXXXIII.

I.

UNE Machine à nettoyer les Ports de Mer, & les grands Canaux, proposée par M. Guyot, Président au Grenier à Sel à Versailles. Deux Bateaux, de ceux qu'on nomme *Chalans*, accollés ensemble, portent deux grandes Rouës à tambour, chacun la leur, montées sur un même axe, dans lesquelles des hommes entrent pour les faire tourner. Leur mouvement fait d'abord descendre au fond de l'eau une grande Cuillier en forme de Caisse, qui va se charger de la Vase, après quoi le même mouvement des Rouës, mais en sens contraire, la fait remonter pour s'aller décharger dans un troisiéme Bateau. Entre les deux mouvements la Cuillier a labouré au fond de l'eau, tirée par une corde attachée à l'extrémité de son Manche, & qui agissoit par un Cabestan

posé à terre. Pendant ce temps-là les Roües n'alloient point, & tout suivoit le mouvement de la Cuillier. S'il se trouve qu'à cause de sa forme elle ne laboure pas assés quand elle trouvera des fonds d'un peu de consistance, & qu'elle glisse dessus, comme on l'a craint, l'Auteur pourra changer cette forme. Du reste il a paru que l'invention étoit ingénieuse, & pouvoit être utilement employée.

II.

Un Pont-levis de M. Galon, tout différent des autres, en ce qu'il faut lever celui-ci pour passer le Fossé, & l'abaisser dans le Fossé pour en empêcher le passage, les Bascules qui le mettent en équilibre, & le font mouvoir, sont couchées horisontalement à l'entrée du Pont, lorsque le passage est libre, & verticales, quand il ne l'est pas. On l'a jugé plus commode, en ce qu'il ne cache point la vûë de la Campagne, ni la Façade de la Maison ; ce qui a été l'objet de l'Auteur pour les Châteaux & les Maisons des Particuliers. Les Bascules peuvent même dans leur situation horisontale servir de Bancs, & dans la verticale, ce seront, si l'on veut, des Pilastres, qui feront un ornement.

III.

Une espece de Hausse-col pour obliger les Enfants à porter la tête droite, inventé par M. des Hayes, Maître à danser, & qui a paru plus commode qu'aucun de ceux qu'on a employés jusqu'à présent, & une Machine du même, pour obliger les Enfants cagneux à tourner leurs pieds en dehors, que l'on a trouvée ingénieuse & utile.

IV.

Une Machine de M. Peilhou de Faret pour faire aller les grands Soufflets des Fourneaux de Mine de Fer, dans les temps où l'Eau, que l'on y employe, vient à manquer, ce qui n'arrive que trop souvent. Des Chevaux en faisant tourner une grande Roüe, seront le principe du mouvement, qui distribué ensuite dans les différentes parties de la Machine selon les directions nécessaires, se termine à faire baisser par le moyen de certains Leviers les Tables supérieures ou *volées*

des Soufflets, après quoi d'autres Leviers correspondants relevent ces mêmes Tables, ce qui fait le jeu alternatif qu'on demandoit. On a jugé que cette Machine pouvoit être très-utile. L'Auteur l'a même disposée à pouvoir servir lorsque l'on auroit assés d'eau.

V.

Une espece de Volant, par lequel M. Bouvet connoissant la vîtesse & la direction du Vent, & les comparant ensuite au chemin du Vaisseau, en tire la connoissance des Courants. Quoiqu'on ait prévû beaucoup de difficultés dans la pratique de cet Instrument, on a reconnu que la Méthode étoit ingénieuse, & marquoit dans l'Auteur de l'application & du sçavoir.

Faute à corriger dans les Mémoires de cette année 1733.

Page 427. ligne 18. l'Isle aux Annas : *lisés*, l'Isle aux Ananas.

Fautes à corriger dans le Traité Physique & Historique de l'Aurore Boréale, Suite des Memoires de 1731.

Page 9.	*Ligne 2.*	*Lisés,*	mon hypothese.
10.	*19.*		Voyages de l'Académie.
28.	*19.*		*TRE.*
Ibid.	*22.*		*RE.*
33.	*26.*		jusqu'en 1688,
47.	*21.*		de diametre.
66.	*21.*		des *Arc-en-ciels.*
68.	*31.*		d'Arc-en-ciels.
75.	*24.*		d'Arc-en-ciels.
80.	*33.*		1706.
108.	*23.*		qu'on l'ait vu.
137.	*19.*		Car dès-là.
138.	*3.*		nombre 300 surpassant.
194.	*32.*		*Soc.* le 22. *Acad.*
195.	*8.*		Acad. le 12. *Observ.* Le 16.
196.	*16.*		*Effacés* en 1726.
197.	*8.*		Le 25. *Observ.* Le 29.

Au bas des Figures 12, 13, 18, au lieu de Brevillepont : *Lisés*, Breuïllepont.

MEMOIRES.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXXXIII.

REMARQUES SUR UN ENFANT NOUVEAU-NÉ, Dont les Bras étoient difformes.

Par M. PETIT le Médecin.

M. GRÉGOIRE, célebre Accoucheur, & M.e Chirurgien-Juré à Paris, me remit entre les mains, il y a quelques années, un Enfant dont les Bras étoient difformes, pour le faire voir à l'Académie. C'est ce que je fis le lendemain. 10 Janvier 1733.

J'y démontrai tout ce qu'il y avoit de particulier dans la Poitrine, & quelques jours après, j'y apportai les Bras disséqués, où je fis voir ce qu'il y avoit de remarquable dans les Muscles & dans les Os.

Le Mémoire que je vais lire, est fait il y a plus de 6 ans; j'ai hésité de le donner à l'Academie, parce qu'il me paroissoit que nous avions déja un assés bon nombre de Descriptions d'Enfants & de Fœtus monstrueux. Je l'avois comme abandonné, néantmoins l'ayant trouvé il y a quelque temps dans mes Porte-feuilles, je l'ai examiné de nouveau, j'y ai joint plusieurs choses nouvelles que j'ai découvertes dans d'autres Fœtus que j'ai disséqués, & qui ont du raport à celles que j'ai vûës dans notre Enfant difforme, & qui peuvent rendre mon Mémoire intéressant.

Je me suis proposé deux choses dans ce Mémoire; la premiére, de rapporter les singularités que nous avons trouvées dans la Poitrine, & qui ont été la cause d'une mort si prompte, puisqu'il n'a vêcu que trois ou quatre minutes après sa naissance; la seconde, de donner l'anatomie de ses deux Bras difformes.

J'examinai d'abord les parties externes de son corps, je n'y trouvai rien d'extraordinaire; il n'y avoit aucune contusion, il ne paroissoit par aucun endroit que l'Enfant eût souffert dans la matrice, ni au passage. L'accouchement avoit été prompt. Je m'apperçûs seulement qu'il avoit la poitrine fort courte; cela m'engagea d'en mesurer les dimensions. Elle n'avoit que 2 pouces de hauteur depuis la partie supérieure du Sternum jusques à sa partie inférieure, 2 pouces 10 lignes d'épaisseur depuis la partie inférieure du Sternum jusques à la partie postérieure des derniéres vertebres du dos, 3 pouces 8 lignes de largeur d'un côté à l'autre mesuré à l'endroit des derniéres fausses côtes, & 2 pouces 6 lignes d'un côté à l'autre mesuré sur les côtés des deux premiéres côtes supérieures.

Cet Enfant avoit 21 pouces de longueur depuis le sommet jusqu'au dessous du talon: c'est la longueur ordinaire [de la plu]part des Enfants nouveau-nés à terme.

[J'ai o]bservé que dans ces Enfants nouveau-nés à terme,

qui avoient 21 pouces de longueur, la hauteur de leur poitrine mesurée sur le Sternum étoit de 2 pouces 8 lignes, jusques à 3 pouces, ce qui fait une différence du quart ou du tiers, quoique les autres dimensions de leur poitrine ne fussent pas différentes de celle de notre Enfant difforme.

J'ai encore remarqué que tous les Enfants nouveau-nés à terme, qui n'avoient que 14, 15 à 16 pouces, n'avoient leur poitrine que de 2 pouces de hauteur, mesurée sur le Sternum, mais les autres dimensions étoient à proportion plus petites que celle de notre Enfant difforme.

Je fis l'ouverture de la poitrine, nous examinâmes le cœur, les poumons & la liqueur contenuë dans les deux côtés de cette poitrine.

Nous remarquâmes d'abord que le cœur, qui naturellement est dans une situation oblique, comme l'ont très-bien remarqué Vesale, Lower, & Eustachius, étoit posé tout-à-fait transversalement sur le diaphragme. On observa même que le diaphragme n'avoit pas autant de convéxité dans la poitrine qu'il en a pour l'ordinaire, le cœur le poussoit, pour ainsi dire, vers le bas ventre, sans quoi la poitrine n'auroit pû contenir le cœur, & les autres parties qu'elle renferme, puisqu'elle avoit trop peu de hauteur, ce qui va du moins au quart, comme je l'ai déja dit.

Après cela on ne doit pas s'étonner si la veine cave étoit fort courte depuis le cœur jusques au diaphragme, elle n'avoit que 2 lignes de hauteur, elle en a trois jusqu'à $3\frac{1}{2}$ dans les Enfants de 21 pouces de longueur. Elle avoit 6 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre, elle n'en a pour l'ordinaire que 2 ou $2\frac{1}{2}$. La veine cave superieure avoit 3 lignes de diametre, ce qui est naturel, mais elle n'avoit que 5 lignes de longueur, elle en a ordinairement 8 ou 10.

Le trou ovale étoit dans son état naturel; l'oreillette & le ventricule droit étoient gorgés de sang, il y en avoit peu dans l'oreillette gauche & le ventricule gauche, nous en verrons la raison en parlant des poumons. * * Page 6.

Le canal de communication avoit 4 lignes de diametre

du côté de l'aorte, & 4 lignes $\frac{1}{2}$ du côté de l'artere pulmonaire; & il n'a ordinairement que 3 lignes de diametre dans toute sa longueur.

Les poumons étoient differents l'un de l'autre. Celui du côté droit étoit rouge-pâle gonflé, comme sont ordinairement les poumons qui ont respiré. Le côté gauche étoit d'un rouge-brun, comme sont ceux des Fœtus qui n'ont pas encore respiré, ce qui marquoit assés que l'Enfant avoit respiré par le poumon droit, dans lequel l'air étoit entré, mais qu'il n'avoit pû s'introduire dans le poumon gauche. Quoique cette preuve soit assés évidente, j'ai voulu la confirmer par une expérience connuë. J'ai coupé un petit morceau du côté droit du poumon, je l'ai jetté dans un bassin plein d'eau, sur laquelle il a nagé. J'ai coupé un morceau du côté gauche, je l'ai jetté dans la même eau, il est tombé au fond, ce qui est une seconde preuve que l'air n'est point entré dans le côté gauche du poumon.

Le côté droit du poumon étoit plus gros & plus gonflé que le gauche, parce qu'il y étoit resté de l'air, & c'est ce qui le faisoit nager sur l'eau. Lorsque l'air est une fois entré dans les poumons, il n'en ressort plus totalement par l'expiration.

J'avois d'abord crû que l'air qui reste dans les poumons & qui se loge dans les interstices des lobules, n'en pouvoit plus ressortir par aucun moyen avec la même facilité qu'il y est entré. L'experience suivante m'avoit induit dans cette erreur.

J'ai soufflé des poumons d'un Fœtus qui n'avoit pas respiré; j'en ai coupé des morceaux, je les ai pressés en tout sens avec mes doigts pour en faire sortir tout l'air, & malgré la quantité de passages que j'ai faits à l'air par l'endroit où j'ai coupé les morceaux, & qui avoit beaucoup de surface, je n'ai pû en exprimer tout l'air; ils ont toujours nagé sur l'eau, mais j'ai fait d'autres expériences qui m'ont fait changer de sentiment.

J'ai mis un jeune Lapin vivant, de trois jours de naissance, dans la machine du Vuide. Je l'ai laissé expirer, je lui ai ouvert la poitrine, j'en ai ôté les poumons que j'ai trouvés

très-affaissés, & semblables aux poumons d'un Fœtus qui n'a pas respiré. J'ai coupé un morceau de ce poumon, je l'ai jetté dans l'eau, il est tombé au fond, ce qui prouve que l'air qui entre dans les interstices des lobules, passe par quelques détours, & en ressort facilement lorsqu'il vient à être dilaté dans la machine.

J'ai soufflé dans ce poumon, qui étant jetté dans l'eau a nagé dessus. Je l'ai mis dans le Vuide, je l'en ai retiré, il est tombé au fond de l'eau. Cela m'a fait juger que lorsque l'on presse les morceaux de poumons avec les doigts, l'on comprime en même temps les détours par où passe l'air dans ses interstices, ce qui l'empêche d'en sortir; mais l'air en se dilatant, ouvre facilement ces passages dans le Vuide.

M. de Poliniere très-habile Phisicien, vint chés moi dans le temps que je faisois cette expérience. Il me dit que je n'étois pas le premier qui l'a imaginée, & qui l'a faite. J'ai trouvé effectivement qu'elle a été faite par M. Gnide Docteur en Médecine, sur un Chat qu'il avoit mis dans le Vuide, & ayant coupé un morceau de son poumon, il a été au fond de l'eau. Il a rapporté cette expérience dans une brochure imprimée en 1674.

Il s'agit présentement de découvrir la cause qui a empêché que le poumon gauche n'ait reçû l'air en même temps que le droit. Je n'ai pour cela eu que la peine d'ouvrir la trachée artere & les bronches. J'ai trouvé la trachée ronde, elle avoit une ligne ½ de diametre, elle étoit enduite d'une humeur dont je parlerai dans la suite de ce Mémoire. Cette humeur se trouve naturellement dans la trachée artere, & dans les bronches des Fœtus, elle est ordinairement fluide, mais elle étoit très-épaisse & très-visqueuse dans notre Enfant difforme. Le tronc gauche de la trachée en étoit entiérement rempli jusques à sa division dans le poumon. Elle s'y étoit engagée par sa viscosité, & par quelque disposition particuliére que je n'ai pû découvrir, qui sans doute ne se trouvoit pas dans le poumon droit, & qui a empêché l'air de passer dans le poumon gauche.

Lorsque le Fœtus est sorti de la matrice, & que sa poitrine & son bas ventre ne sont plus comprimés par les eaux, par la matrice & par les muscles de l'abdomen, les esprits animaux qui coulent incessamment dans les muscles de la respiration, & qui tendent toujours à les mettre en contraction, n'ayant plus cette résistance à vaincre, produisent leur action, ils mettent les muscles en contraction, la poitrine s'éleve & se dilate, l'air s'introduit par son ressort dans le poumon qui, par son gonflement, remplit l'espace qui se forme dans la poitrine à mesure qu'elle se dilate, & produit la première inspiration. Mais si le passage de l'air dans les poumons se trouve bouché, il ne peut s'y introduire, ainsi le côté gauche du poumon n'a pû remplir l'espace du même côté de la poitrine, puisqu'il n'a pû se gonfler; d'où l'on peut soupçonner que le côté droit du poumon s'est dilaté au-delà de son état naturel, il a été sans doute poussé vers le côté gauche, & a fait reculer le péricarde, le cœur & le médiastin: pour lors les vaisseaux de ce poumon se sont trouvés trop allongés, & en même temps très comprimés par l'air, de maniére que le peu de sang qui y circuloit auparavant, n'y a plus trouvé un passage assés libre, le sang qui s'est porté dans le poumon gauche n'a pû dilater les vaisseaux, parce que les vésicules pulmonaires n'étoient point gonflées d'air, elles étoient encore affaissées les unes sur les autres; le sang s'est engorgé dans le tronc de l'artere pulmonaire. Voilà donc le sang arrêté dans le ventricule droit & dans l'oreillette droite, qui se sont gonflés extraordinairement. L'oreillette droite n'a pû recevoir le sang qui lui venoit de la veine cave, de l'azigos & des intercostales, & c'est, autant que je l'ai pû conjecturer, une de ces derniéres qui s'est ouverte, n'ayant pû résister à la trop grande dilatation que le sang lui avoit causée: ce sang s'est épanché dans le côté gauche de la poitrine, & s'est mêlé avec la liqueur qui y étoit; ce vaisseau s'est ouvert avec d'autant plus de facilité qu'il n'y avoit ni air ni partie qui pût le comprimer, & s'opposer à l'extension des vaisseaux de ce côté-là; car quoique le poumon droit se soit gonflé au-delà de son état naturel, il ne pouvoit pourtant remplir

Voy. Morg. adv. 5. p. 46. qui est d'un sentiment différent.

tout le vuide qui tendoit à se former dans le côté gauche. Plusieurs choses s'y opposoient, le péricarde & le médiastin joints à la résistance que faisoient les membranes du poumon du côté droit, qui empêchoit une plus grande dilatation que celle qu'il avoit reçûë. Le péricarde ne pouvoit être poussé que jusques à un certain point, à cause de toutes ses attaches avec le diaphragme & les autres parties qui l'environnent; le médiastin n'avoit pû beaucoup s'étendre, parce qu'il est fort étroit devant & derriére le péricarde. Toutes ces résistances jointes à celles des membranes du poumon, ont empêché une plus grande dilatation.

Voilà des causes assés particuliéres de la mort de cet Enfant, la poitrine étant d'ailleurs trop petite ne pouvoit lui donner assés d'espace pour la dilatation entiére des deux poumons; & quand même la poitrine auroit été dans son état naturel, le seul engorgement arrivé dans les bronches du côté gauche par la matiére trop visqueuse, devoit faire périr cet Enfant peu de temps après sa naissance.

Pour donner plus de jour à ce que je viens de dire, il faut prendre garde qu'il y a une liqueur qui remplit naturellement la trachée artere & les bronches du Foetus, comme je l'ai dit ci-dessus. Je crois être le premier qui ait fait cette observation. Je me suis imaginé qu'il devoit y avoir dans toutes les cavités de notre corps une liqueur ou quelque autre matiére qui les remplit, qui les forme, & qui les dilate peu-à-peu. C'est principalement dans les canaux & les vaisseaux qu'il y a de la liqueur. J'ai donc crû qu'il devoit y en avoir dans la trachée artere. Je l'ai trouvée dans les Foetus humains, & dans les animaux à quatre pieds. Cette liqueur est la même que celle qui se filtre incessamment dans le vivant par une infinité de glandes cachées sous la membrane, dont la partie interne de la trachée & les bronches sont revêtuës. Elle humecte la trachée artere, les bronches & les parois des cellules, & les garantit de la séchéresse que l'air y produiroit en passant & repassant par le poumon. L'air enléve cette liqueur, il en dissipe la partie la plus aqueuse, & ce qui reste est poussé dehors par l'expectoration.

Mais dans le Fœtus cette liqueur ne ſe diſſipe point par le paſſage de l'air, qui n'entre point dans les poumons ; elle augmente tous les jours & contribuë à l'augmentation de la capacité de la trachée artere, des bronches & des cellules du poumon.

On demandera peut-être, & c'eſt une queſtion que je me ſuis faite à moi-même, comment l'air peut entrer dans les poumons à la premiére inſpiration, puiſque la trachée artere & les bronches ſont remplies de cette liqueur.

Pour avoir une idée bien claire de ce que je vais dire pour expliquer ce Phénoméne, il faut ſe reſſouvenir que la trachée artere eſt formée pour l'ordinaire de 20 ou 21, quelquefois 17, 18 & 19 anneaux cartilagineux, & dont le cartilage ne fait pas un cercle complet, ce que l'on voit
Fig. 1. dans la premiére Figure qui répréſente un anneau cartilagineux d'un Homme. *F* eſt la partie antérieure, *G* eſt la partie où le cartilage manque, mais il eſt remplacé par des membranes & des fibres à reſſort ou charnuës ; il faut encore prendre garde que dans le Fœtus & l'Enfant nouveau-né qui n'a pas reſpiré, le canal de la trachée artere eſt très-petit *H*, parce que les fibres muſculeuſes qui ſont à la partie poſterieure interne de la trachée artere, ſont dans une plus grande contraction que dans ceux qui ont reſpiré. Leur uſage dans ceux qui reſpirent eſt de reſſerrer la trachée artere dans l'expiration, & en ſe relâchant dans l'inſpiration elles laiſſent à la trachée artere la facilité de ſe laiſſer dilater : mais étant ordinairement dans une grande contraction dans le Fœtus, elles approchent les extrémités de chaque anneau, de maniére qu'ils ſe touchent dans quelques Fœtus, & dans d'autres ils ſont tant ſoit peu écartés : ce qui eſt rare dans ceux qui n'ont pas reſpiré. J'y ai trouvé pour lors une plus grande quantité de liqueur, qui a peut-être contribué à cet écartement. Ceux dont les extrémités des anneaux ſont près les unes des autres, ſe touchent ſimplement par leurs extrémités, quelquefois par une longue ſurface, & pour lors ils ſont recourbés en dehors, *DD*.

De tous ces anneaux les uns ſont ronds, *AB*, les autres ovales

ovales ou à peu-près ovales *C, D,* ceux-ci ſont comprimés ou de devant en derriére *C,* ou par les côtés, principalement ceux dont les extrémités des anneaux ſont recourbées en dehors *D.*

Tous les anneaux qui ſont ronds n'ont guére qu'une ligne ou une ligne $\frac{1}{2}$, & quelquefois une ligne $\frac{3}{4}$ de diametre *A, B,* dans leurs cavités, ce qui eſt bien rare; ceux qui ſont ovales, ce qui eſt le plus ordinaire, ont 2 lignes de grand diametre & demi-ligne de petit diametre, quelquefois une ligne *C, D.*

Ces anneaux dans le Fœtus ſont preſſés les uns contre les autres, parce que la tête eſt panchée ſur la poitrine, qui eſt la ſituation naturelle, non ſeulement de tous les Fœtus humains dans la matrice, mais encore de la plûpart des animaux à quatre pieds, & même des oiſeaux : ce qui contribuë ſans doute à preſſer l'épiglotte contre la glotte, & à empêcher que la liqueur contenuë dans la trachée artere n'en ſorte, quoique pouſſée par le reſſort des anneaux & des fibres muſculeuſes qui ſont à la partie interne & poſterieure du larinx.

L'on ſçait que la trachée artere ſe diviſe en deux troncs dont la ſtructure eſt toute ſemblable à celle de la trachée, tant par rapport aux anneaux que par rapport aux fibres & aux membranes qui les compoſent ; mais cette ſtructure change auſſi-tôt que ces troncs entrent dans les poumons , où ils ſe diviſent en une infinité de branches & de rameaux qui ne ſont pas formés par des anneaux, mais par pluſieurs cartilages petits & irréguliers, qui ne forment pas des cercles. Ils ſont attachés les uns aux autres par des membranes dont les fibres à reſſort les rapprochent de maniére les uns des autres , qu'une partie de leur ſurface s'applique l'une ſur l'autre, & ſe retréciſſent lorſque les poumons ſont affaiſſés.

La plûpart des Anatomiſtes ont appellé *bronches* les deux troncs de la trachée ; ils ont donné le même nom aux branches de ces troncs qui ſe diſtribuent dans les poumons, néanmoins leur ſtructure eſt bien différente, comme nous venons de le voir, ce qui cauſe des équivoques qui les font ſouvent confondre les uns avec les autres ; on peut les appeller ſimplement

troncs de la trachée, comme ont fait Willis & d'autres Anatomistes. J'aimerois mieux les nommer *bronches trachéales*, parce qu'elles ont la même structure que la trachée artere, & qu'elles sont hors du poumon, & appeller celles qui se distribuent dans les poumons *bronches pulmonaires*.

Les cartilages qui composent les bronches pulmonaires sont séparés dans le Fœtus les uns des autres à leur surface par une très-petite quantité de liqueur qui suffit pour les humecter, & entretenir la cavité, ce dont on peut se convaincre par la dissection du poumon du Fœtus. L'on y verra encore que les cellules n'ont que très-peu de cavité à proportion de celle qu'elles acquiérent par la respiration, leurs membranes sont non seulement comprimées les unes sur les autres, elles sont encore repliées sur elles-mêmes.

Il faut présentement prendre garde que lorsque l'Enfant sort du ventre de la mere, il reléve la tête, ou du moins on a soin de la lui relever, & pour lors la trachée artere s'allonge, ce qui n'a besoin d'autres preuves que celles que l'on peut faire sur soi-même : on n'a qu'à porter les doigts sur sa trachée, puis baisser le menton sur la poitrine, on sent baisser la trachée artere, & on la sent allonger en relevant la tête. On peut aussi s'en convaincre, comme j'ai fait, en découvrant la trachée artere d'un cadavre, & en portant sa tête sur la poitrine.

L'air qui entre dans la trachée artere & les poumons dans la premiére inspiration, dilate cette trachée artere, les bronches & les cellules.

La trachée artere s'élargit, comme je l'ai dit, par l'extension des fibres musculeuses transverses, qui sont à la partie postérieure interne de cette trachée. On peut s'assurer de ce fait en découvrant la trachée artere d'un Fœtus, & après avoir ouvert la poitrine, souffler dans cette trachée ; on la verra d'autant plus s'élargir qu'on soufflera plus de fois.

Voici une preuve de cet élargissement par la respiration. Le 11 Juillet 1726, une Femme étant acouchée à terme de deux Enfants jumeaux mâle & fémelle, le mâle mourut après quelques mouvements de respiration. On me l'apporta :

cet Enfant avoit ſeulement 14 pouces de longueur depuis le ſinciput juſqu'au talon ; ce ſont les deux tiers de la longueur ordinaire des Enfants nouveau-nés, & il n'étoit pas la moitié ſi gros. La trachée artere de cet Enfant avoit 2 lignes de diametre de droit à gauche dans ſa cavité, & demi-ligne de devant en derriere.

Trois jours après on m'apporta la ſœur jumelle de cet Enfant, qui avoit vécû juſques à ce temps-là. Elle étoit devenuë maigre & n'avoit que 12 pouces de longueur, c'eſt 2 pouces de moins que ſon frere, toutes les autres parties étoient plus petites à proportion. Sa trachée artere avoit 2 lignes 2 tiers de droit à gauche dans ſa cavité, & 2 lignes de devant en derriere. L'on voit par cette obſervation que cette cavité étoit fort augmentée à proportion de celle de l'autre Enfant: leur différence étoit à peu près comme 1 à 5. *

Il eſt aiſé de voir, par tout ce que je viens de dire, 1.° Que la cavité de la trachée artere eſt très-petite dans l'Enfant naiſſant. 2.° Qu'elle eſt la ſeule cavité des poumons qui contient quelquefois plus de liqueur qu'il n'en peut reſter ſur ſa ſurface interne après ſa dilatation. 3.° Que la premiére action de l'air qui entre dans la trachée, eſt de pouſſer vers les poumons la liqueur qu'elle contient, & de dilater en même temps la trachée, les bronches, & les véſicules. 4.° Que cette liqueur étant un peu viſqueuſe, laiſſe un enduit ſur les ſurfaces auſquelles elle s'attache. Cet enduit eſt plus épais que celui que feroit une autre liqueur qui feroit tout-à-fait liquide. 5.° Que s'il eſt reſté un demi quart de ligne d'enduit ſur la ſurface interne de la trachée artere, l'air n'aura pouſſé que très-peu de liqueur dans les bronches de ceux qui auront la trachée artere comprimée de devant en derriere, comme étoit celle du Fœtus mâle jumeau dont je viens de parler, qui n'avoit qu'une demi-ligne de devant en derriere, quoiqu'il eût reſpiré. 6.° Que quand il y auroit 14 ou 16 grains de cette liqueur pouſſée dans les

* La premiére eſt un ovale de $\frac{11}{14}$ de ligne de ſuperficie de l'ouverture. La ſeconde eſt un ovale de 4 lignes $\frac{4}{21}$. Ces deux cavités ſont entr'elles comme 33 à 176, ou à peu-près comme 1 à 5.

bronches & les véficules, qui eft la plus grande quantité que l'on peut fuppofer, elle y trouvera dequoi s'étendre même en plus grande quantité, pourvû qu'elle n'ait point trop de vifcofité, & qu'elle puiffe couler facilement. On n'aura pas de peine à fe le perfuader, fi l'on prend garde au grand nombre de bronches & de cellules du poumon, & à leur grande dilatation. On trouvera aifément que leur furface interne étenduë & multipliée eft plus que fuffifante pour confommer en enduit la liqueur pouffée dans toutes les parties du poumon par l'air qui y entre dans les premiéres infpirations.

Je dis plus : quand il y auroit une plus grande quantité de liqueur qui, après avoir produit un enduit fur les furfaces intérieures du poumon, feroit capable de remplir un petit nombre de bronches pulmonaires & de cellules, le poumon s'en délivreroit bien vîte après quelques infpirations & expirations. L'air qui fe mêle avec cette liqueur, ne manque pas de l'entraîner avec lui en fortant du poumon, ce qu'il eft facile de remarquer dans quelques enfants nouveau-nés qui dégorgent peu-à-peu cette liqueur, qui fort d'autant plus mouffeufe qu'elle a plus de vifcofité.

Je vais prouver par l'expérience fuivante, que cette liqueur ne doit jamais embarraffer le poumon, à moins qu'elle ne foit trop vifqueufe. Les trachées arteres les plus dilatées que j'aye trouvées dans les enfants mort-nés, & qui n'avoient pas refpiré, n'avoient de cavité qu'une ligne $\frac{3}{4}$ au plus de diametre en tout fens. Ces trachées avoient 12 lignes de longueur; chaque bronche trachéale avoit une ligne de diametre, & 2 lignes de longueur. Le tout bien calculé, on trouve 40 lignes cubes de cavité ou environ, qui contiennent au plus 9 grains de liqueur. J'ai après cela voulu reconnoître la quantité de volume dont les poumons augmentoient dans les premiéres refpirations d'un Enfant nouveau-né.

J'ai pris un Poudrier de verre qui pefoit 2 onces 4 dragmes 18 grains, je l'ai empli d'eau, le tout pefoit 12 onces 5 dragmes 60 grains ; il contenoit donc 10 onces 1 dragme 42 grains d'eau. J'y ai plongé un poumon d'Enfant mort-né qui n'avoit

pas respiré; j'ai pesé le vase avec l'eau qui restoit; j'ai trouvé qu'il s'est épanché une once 3 dragmes 12 grains d'eau. J'ai remis le poumon dans le poudrier, je l'ai soufflé, il s'est gonflé, & il a fait sortir du poudrier encore 2 onces 1 dragme 60 grains d'eau. Il s'est donc formé, en soufflant dans ce poumon, des cavités capables de contenir cette quantité d'eau, qui divisée par 9 grains que contient la trachée artere & les bronches trachéales, a donné pour quotient 143, ainsi ces poumons gonflés pouvoient contenir 143 fois, à très-peu de chose près, autant de liqueur que la trachée artere & les bronches trachéales en contiennent, ce qui fait que cette liqueur ne peut causer aucun embarras dans le poumon, pourvû qu'elle y coule facilement; car si elle se trouve trop visqueuse, ensorte qu'elle ne puisse couler, elle bouchera d'abord les bronches trachéales, & ne pourra entrer dans les bronches pulmonaires, comme il est arrivé à notre Fœtus difforme.

Pendant que j'étois en expérience, il m'a pris envie de m'assûrer de la quantité d'air qui étoit resté dans le poumon après son affaissement. J'ai empli le poudrier d'eau, j'y ai plongé ce poumon, il s'est épanché une once 6 dragmes 26 grains, c'est 3 dragmes 14 grains de plus que lorsque j'ai plongé ce poumon la premiére fois, avant d'être soufflé : c'est presque la 6me partie de l'air qui étoit entré dans le poumon.

Venons présentement à la liqueur qui se trouve dans les deux côtés de la poitrine. Celle qui étoit dans le côté droit de cet enfant étoit jaunâtre & fort liquide : on la trouve dans la poitrine de tous les fœtus & des nouveau-nés de l'homme, & des animaux à quatre pieds; elle est quelquefois sans couleur, & ressemble au blanc d'œuf battu & filtré par le papier gris, le plus souvent elle est plus liquide, & ne file point.

Swammerdan l'a trouvée semblable à de la laveure de chair (elle n'étoit pas dans son état naturel) quelquefois en petite quantité, quelquefois en plus grande quantité. Je l'ai trouvée de même dans deux Fœtus qui paroissoient avoir souffert dans l'accouchement.

Swammerd. de respir. sect. 2. c. 1. §. 4. & 6.

On en trouve ordinairement fort peu dans les Fœtus & les Enfants morts quelques jours après leur naissance, sur-tout si on ne les disseque pas immédiatement après leur mort, parce qu'elle a été absorbée dans les membranes. Dans notre enfant il y en avoit une plus grande quantité dans le côté droit que dans l'état naturel. La liqueur rouge qui étoit en quantité dans le côté gauche, n'étoit que la même liqueur mêlée de beaucoup de sang qui s'y étoit épanché par l'ouverture d'un vaisseau de la poitrine, de la maniére dont je l'ai dit.

Swammerd. de respir. sect. 2. c. 1. §. 5.

On ne trouve pour l'ordinaire aucune liqueur dans la poitrine des animaux qui ont respiré quelque temps. Leurs poumons s'ajustent par leur mollesse & leur fléxibilité dans leur gonflement, de maniére qu'ils remplissent tous les espaces de la poitrine : mais dans le Fœtus le poumon est affaissé, il est ferme, il laisse quelque espace entre lui & les autres parties de la poitrine, & cet espace est rempli par la liqueur dont je viens de parler. Il me vint d'abord en pensée qu'elle pouvoit bien être produite par celle dont la trachée artere est remplie, & qu'une partie de cette liqueur, principalement la plus liquide, passoit à travers les membranes du poumon, & s'épanchoit dans la poitrine. Pour assûrer ma conjecture, je fis l'expérience suivante. Je pris le poumon avec le cœur d'un Fœtus de Vache qui n'avoit pas respiré ; j'attachai à la trachée artere un tuyau, j'accommodai ce tuyau dans un goulot qui étoit à la partie supérieure d'un Récipient, ensorte que l'air extérieur pouvoit passer par ce tuyau dans le poumon qui pendoit dans le Récipient. Je mis ce Récipient sur la Machine du Vuide, je mis de l'eau dans la trachée artere ; je pompai l'air, le poumon s'est aussi-tôt gonflé, la trachée s'est élargie, l'eau n'a point transudé à travers le poumon. J'ai encore mis de l'eau dans la trachée artere, mais il n'en a point passé, ce qui auroit dû arriver avec d'autant plus de facilité, que l'eau est poussée avec assés de force par l'air extérieur, lorsque l'on pompe celui du Récipient. Il faut bien prendre garde que le poumon ne soit point déchiré, ou ne se déchire par aucun endroit pendant l'expérience. J'y ai été trompé une fois ; j'ai vû l'eau couler

à l'extérieur du poumon, mais ayant réïtéré cette expérience avec beaucoup de précaution, il ne s'eſt point écoulé d'eau.

Il m'a donc fallu chercher une autre ſource à la liqueur qui ſe trouve naturellement dans la poitrine des Fœtus. Je n'en vois point de plus probable que le thymus; je ſuis entré d'autant plus volontiers dans cette penſée, que l'on voit que le thymus ſe trouve dans l'une & dans l'autre cavité de la poitrine, qu'il eſt beaucoup plus gros à proportion dans le Fœtus que dans ceux qui reſpirent, ceux-ci n'ont pas beſoin d'une ſi grande quantité de cette liqueur qui ne ſert qu'à humecter les parties externes des poumons, & les autres membranes de la poitrine. Les poumons par leurs gonflements compriment avec force à chaque inſpiration les glandes du thymus, preſſent les vaiſſeaux qui les compoſent les uns contre les autres, & par ce moyen elle empêche non ſeulement l'augmentation de cette partie, mais même elle en diminuë le volume. Si l'on ne trouve point de cette liqueur dans la poitrine de ceux qui ont reſpiré, c'eſt qu'elle eſt reſorbée peu-à-peu par les membranes avec d'autant plus de facilité, que dans la reſpiration elle eſt pouſſée & preſſée par les poumons ſur la pleure.

Tout ce que je viens d'avancer ſur l'uſage du thymus doit paſſer tout au plus pour une conjecture aſſés vrai-ſemblable, mais qui ne paroît pas encore bien démontrée.

Venons préſentement à la difformité des Bras; elle étoit égale dans l'un & dans l'autre, ils étoient bien nourris comme tout le reſte du corps, fort gras & potelés. Leur circonférence étoit de 3 pouces 10 lignes ou environ dans toute la longueur du bras depuis l'épaule juſqu'au commencement de l'avant-bras, mais diminuant peu-à-peu; ils n'avoient que 3 pouces 3 lignes près du poignet.

Ces bras étoient longs de 4 pouces 8 lignes depuis l'articulation de l'os du bras avec l'omoplate juſqu'au poignet ou carpe. Fig. 2. Chacun de ces bras ne paroiſſoit d'abord compoſé que d'un ſeul os pour le bras & l'avant-bras, mais en les examinant plus particuliérement, j'ai trouvé qu'ils étoient compoſés de deux os qui n'avoient qu'un mouvement très-obſcur, quoiqu'il y eût une

articulation, comme nous le verrons dans la ſuite de ce Mémoire.

Fig. 2. La main étoit jointe à la partie latérale antérieure de l'extrémité de l'avant-bras, & renverſée de maniére qu'elle formoit avec l'avant-bras un angle aigu; elle avoit un mouvement manifeſte, mais de peu d'étenduë.

Cette main n'avoit que quatre doigts d'une conformation naturelle dans leur longueur, leur groſſeur & leur articulation, il n'y avoit point de pouce, les doigts étoient pliés dans la main. L'indicateur & celui du milieu étoient dans le creux de la main, l'annulaire & le petit doigt étoient par deſſus, & ſe croiſoient avec eux. Cette main avoit 2 pouces 4 lignes de longueur en étendant les doigts, comprenant le carpe: elle avoit un pouce de largeur.

Voici ce que j'ai remarqué dans la diſſection de ces Bras. Le ſus-épineux, le ſous-épineux, le ſous-ſcapulaire, le grand rond, le très-large, le petit rond, le coracobrachial dans le bras droit n'avoient rien que de naturel, mais il y avoit quelque choſe de particulier dans le deltoïde, le grand pectoral & le

Fig. 3. très-large du côté gauche. L'origine du deltoïde *F* étoit dans l'état naturel. Ce qu'il y avoit d'extraordinaire eſt qu'il ſe confondoit à ſon inſertion avec le brachial interne *G*, avec lequel il formoit une continuité, enſorte que le brachial interne n'avoit pas d'autre origine que celle qu'il prenoit du deltoïde; au reſte le deltoïde s'inſeroit un peu au deſſus de la partie moyenne antérieure de l'os du bras. Ce muſcle dans l'état naturel fait une continuité de pluſieurs fibres charnuës avec le brachial interne *G*, mais dans cet Enfant cette continuité ſe faiſoit avec tout le muſcle.

L'origine du grand pectoral *E* étoit auſſi dans ſon état naturel, mais au lieu de s'inſérer ſur le bord de la rénure de l'os du bras dans laquelle eſt logé le tendon du biceps, il avoit deux aponevroſes diſtinctes l'une de l'autre.. La premiére alloit s'inſérer au biceps *H* près de ſon inſertion *K*. L'autre aponevroſe s'attachoit aux fibres muſculeuſes antérieures du deltoïde près de ſon inſertion, enſorte que les fibres charnuës qui venoient de la partie inférieure du ſternum produiſoient

produiſoient l'aponevroſe qui s'inſeroit au biceps, & les fibres charnuës qui venoient de la partie ſupérieure du ſternum, formoient l'aponevroſe qui s'inſeroit au deltoïde.

Il n'y avoit point de petit rond au bras gauche; le biceps *H* prenoit ſon origine du rebord de la cavité glénoïde de l'omoplatte, tout auprès de l'apophiſe coracoïde *M* à laquelle il s'attachoit par une aponevroſe très-courte, & s'alloit inſérer au deſſus de la partie moyenne antérieure de l'os du bras *K*, où il recevoit une aponevroſe du grand pectoral, comme je l'ai dit. Il n'avoit qu'une tête charnuë & large qui s'attachoit au rebord de la cavité glénoïde, & s'étendoit juſqu'à l'apophiſe coracoïde, ſans gliſſer comme dans l'état naturel dans la rénure de la tête de l'humerus, qui dans ce ſujet étoit fort ſuperficielle; ce muſcle ne pouvoit pas s'inſérer au radius, il n'y en avoit pas, comme on le verra dans la ſuite de ce Mémoire, ainſi ce muſcle étoit très-court, il n'avoit au plus que le tiers de ſa longueur naturelle, & la moitié de ſon épaiſſeur, il manquoit au bras gauche.

Le long & le court n'avoient rien que de naturel à l'un & à l'autre bras.

Je n'ai point trouvé de petit anconé au bras gauche, mais il y en avoit un dans ſa ſituation naturelle au bras droit.

Il y avoit un muſcle court & large qui embraſſoit toute la partie inférieure antérieure de l'os du bras, couvroit tout l'eſpace qui eſt entre les deux condiles, paſſoit entre le ſublime & le long extenſeur des doigts, & s'inſeroit à la partie ſupérieure du cubitus. Ce muſcle auroit pû fléchir l'avant-bras, & remplacer le défaut du biceps.

Le cubital interne *N* prenoit ſon origine du condile interne de l'humerus, & de la partie interne de l'olécrane, il ſe diviſoit en deux muſcles : le plus gros s'attachoit en paſſant à l'extrémité du cubitus, & alloit s'inſerer à l'os du carpe le plus prochain du cubitus. Le ſecond alloit s'inſerer au premier os du petit doigt. Le bras gauche n'avoit pas ce muſcle, mais il en avoit un qui n'étoit pas au bras droit. Il prenoit ſon origine du brachial externe, avec lequel il faiſoit une continuité, Fig. 3.

& alloit s'inſerer à l'os du métacarpe qui ſoûtient le petit doigt tout proche le carpe.

Fig. 4. Le cubital externe *G* prenoit ſon origine du condile externe de l'os du bras. Son tendon paſſoit ſur l'extrémité inférieure du cubitus. Ce tendon étoit large & garni d'une ſubſtance cartilagineuſe en cet endroit, au moyen de quoi il faiſoit une eſpece d'articulation avec le cubitus ſur lequel il auroit pû ſe mouvoir ; puis ce tendon s'élargiſſoit en aponevroſe, qui alloit s'inſerer à toute la partie poſtérieure latérale du carpe juſqu'à l'os du métacarpe qui ſoûtient le petit doigt.

Il n'y avoit point de palmaire ni de radial interne & externe ; le long, le court, le rond & le quarré manquoient auſſi, parce qu'il n'y avoit point de radius.

L'extenſeur commun des doigts *H* prenoit ſon origine du condile externe de l'humerus. Il ſe diviſoit en deux muſcles. Le premier alloit s'attacher par une large aponevroſe à toute la partie latérale externe du carpe ; le ſecond paſſoit ſous un ligament annulaire *I* qui n'avoit pas ſa conformation naturelle. Son tendon ſe diviſoit en trois *L*, ils alloient s'inſerer aux premiéres & ſecondes phalanges du doigt du milieu, de l'annulaire & du petit doigt. Il y avoit ſous ce muſcle un autre muſcle large qui prenoit ſon origine de l'os du coude depuis la partie ſupérieure & poſtérieure juſqu'aux trois quarts de cet os, il alloit s'inſerer à tout l'os du carpe qui ſoûtient le doigt indice. Les fibres de ce muſcle étoient obliques.

On voyoit un autre petit muſcle qui occupoit le quart de la partie inférieure & poſtérieure de l'os du coude, & formoit une aponevroſe qui s'étendoit juſqu'aux premiéres phalanges des quatre doigts auſquels elle s'attachoit.

Fig. 3. Le ſublime *O* prenoit ſon origine du condile interne de l'humerus. Il formoit une aponevroſe, dont une partie alloit s'inſerer à l'os du métacarpe qui ſoûtient le petit doigt, & l'autre formoit quatre tendons qui alloient s'inſerer aux ſecondes phalanges des quatre doigts ſelon l'état naturel. Il n'y avoit point de ligament annulaire, deſſous lequel ce muſcle auroit dû paſſer.

Le profond *P* prenoit son origine de la partie supérieure interne du cubitus jusqu'à sa partie moyenne, passoit obliquement sous le cubital interne *N*, puis sous l'aponevrose du sublime *O*, où il se divisoit en quatre tendons, garnis de leurs muscles lumbricaux. Ces tendons passoient par les fentes des tendons du sublime, & alloient s'inserer aux troisiémes phalanges des doigts. Fig. 3.

Tous les muscles du pouce, & tous ceux qui y ont quelque rapport, manquoient, parce qu'il n'y avoit pas de pouce.

Je n'ai point trouvé d'indicateur ni d'extenseur propre du petit doigt, mais il y avoit un abducteur du petit doigt.

Après avoir décrit les muscles, il faut faire voir la conformation des os du bras; elle étoit la même dans l'un & dans l'autre.

L'os du bras *A* avoit sa forme ordinaire, il étoit long de 3 pouces. Sa tête *B* avoit 7 lignes ½ de diametre, elle n'avoit qu'une sinuosité *C* très-superficielle pour loger le muscle biceps. La partie moyenne *E* de cet os avoit 3 lignes de diametre. L'extrémité inférieure *F*, qui s'articule avec le coude, étoit large de 7 lignes ½, elle étoit épaisse de 3 lignes ½ au condile externe *F*, & de 2 lignes au condile interne *G*. Fig. 5.

Le radius manquoit à tous les deux bras. Le cubitus *HH* avoit 22 lignes de longueur, ce qui n'a point de proportion avec l'os du bras, puisqu'il est moins long de plus du tiers, & que pour l'ordinaire il n'y a qu'un huitiéme ou environ de différence. Sa cavité demi-circulaire *I*, articulée avec l'os du bras, étoit moins profonde que dans l'état naturel; elle avoit 7 lignes de longueur, elle étoit épaisse de 3 lignes ⅔. Cette extrémité n'avoit point une cavité qui reçoit la partie supérieure du radius qui manquoit dans ce sujet. L'os étoit épais de 2 lignes dans sa partie moyenne *HH*. Son extrémité inférieure *L* formoit une tête ronde qui avoit 3 lignes de diametre; elle n'avoit pas la petite apophyse courte d'où partent les ligaments qui l'attachent aux os du carpe, elle étoit garnie d'un cartilage recouvert du tendon du cubital externe avec lequel elle formoit une espece d'articulation, comme je

j'ai dit ci-dessus, ainsi cette tête n'étoit point articulée avec le carpe.

Le carpe *M* étoit attaché par des membranes au côté externe de la partie inférieure du cubitus. La surface du carpe qui touchoit le cubitus étoit cartilagineuse & polie, mais la partie du cubitus qui la touchoit ne l'étoit pas. La largeur de la surface du carpe qui touchoit le cubitus étoit de 3 lignes, & son épaisseur de 2 lignes $\frac{1}{3}$, & dans le naturel elle a depuis 5 lignes jusqu'à 6 lignes de largeur, & depuis 2 lignes $\frac{1}{2}$ jusqu'à 3 lignes d'épaisseur. Ce carpe se joignoit aux os du métacarpe *N* par une largeur de 5 lignes $\frac{1}{2}$ & une épaisseur de 2 lignes. Le carpe dans les Enfants nouveau-nés a pour l'ordinaire 7 lignes de largeur à l'endroit de son articulation avec les os de l'avant-bras, & 9 lignes $\frac{1}{2}$ de largeur à son articulation avec les os du métacarpe, il a 6 lignes de longueur & 3 lignes d'épaisseur.

Les os du métacarpe *N* & des quatre doigts *O* n'avoient rien de différent de ceux des autres Enfants. Après cet éxamen, on ne sera pas étonné de la difformité de ces bras. Il n'y avoit pas de radius, ainsi le carpe manquoit de plus des trois quarts de son appui, qu'il reçoit par son articulation avec le radius, & par conséquent tous les muscles qui alloient s'inserer au carpe & aux autres parties de la main, ont dû par leur seul ressort tirer la main du côté où il n'y avoit pas d'appui, & la retirer même de l'articulation du cubitus, comme il est arrivé.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

Elle représente plusieurs anneaux cartilagineux de la trachée artere, comme on les trouve dans les Fœtus; un anneau d'Homme, & une trachée artere de Fœtus.

A, B, deux anneaux ronds; l'un d'une ligne $\frac{1}{2}$ de diametre, & l'autre *B* d'une ligne. Les extrémités du premier sont écartées, ce qui ne paroît pas dans la Figure, & celles du second se touchent.

CC, anneaux comprimés de devant en derriére. L'un de 2 lignes de diametre d'un côté à l'autre, & de demi-ligne de devant en derriére. L'autre est irrégulier.

DD, anneaux comprimés par les côtés. L'un a une ligne de devant en derriére, & deux tiers de ligne par les côtés. L'autre a une ligne ½ de devant en derriére, & demi-ligne d'un côté à l'autre.

F, G, l'anneau d'une trachée d'Homme. *F* est la partie antérieure; *G* la postérieure, qui est membraneuse.

H, la trachée artere d'un Fœtus ou Enfant nouveau-né, vûë par sa partie postérieure.

FIGURE II.

Le Bras représenté par sa partie antérieure avec la main renversée; on y voit les quatre doigts pliés les uns sur les autres.

FIGURE III.

Le Bras disséqué représenté par sa partie antérieure.

A, l'omoplate vûë par sa partie interne, revêtuë du muscle sous-scapulaire.
B, le grand rond.
C, le grand dorsal.
D, le petit pectoral renversé.
E, le grand pectoral.
F, le deltoïde.
G, le brachial interne.
H, le biceps.
I, le coracobrachial.
K, l'insertion du biceps & du grand pectoral.
L, le long & le brachial externe.
M, l'apophise coracoïde.
N, le cubital interne.
O, le sublime.
P, le profond.

FIGURE IV.

Le Bras disséqué, & vû par sa partie postérieure.

A, l'omoplate vûë par sa partie externe avec le sus-épineux & le sous-épineux.
B, le grand rond.
C, le long.
D, le brachial externe.
E, le brachial interne.
F, le deltoïde disséqué.
G, le cubital externe.
H, l'extenseur commun des doigts.
I, le ligament annulaire par où passe le second muscle de l'extenseur des doigts.
L, le tendon de l'extenseur commun des doigts divisé en trois tendons.

FIGURE V.

Tous les os du bras & de l'avant-bras représentés par leur partie antérieure.

A, l'os du bras ou humerus.
B, la tête de l'os du bras.
C, la sinuosité qui logeoit le biceps.
E, la partie moyenne de l'os du bras.
F, l'extrémité inférieure & le condile externe.
G, le condile interne.
HH, le cubitus & sa partie moyenne.
I, cavité demi-circulaire.
L, son extrémité inférieure.
M, le carpe.
N, le métacarpe.
OO, les doigts.

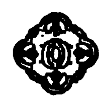


Fig. 2

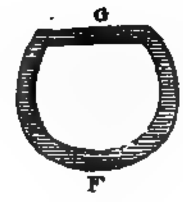
ig. 1

C



A

B



Simonneau del. et Sculp.

Fig. 4





Simonneau del. et Sculp.

PREMIER MEMOIRE SUR L'ELECTRICITE.

Par M. DU FAY.

HISTOIRE DE L'ELECTRICITÉ.

L'ELECTRICITÉ eſt une propriété commune à pluſieurs matiéres, & qui conſiſte à attirer les corps légers de toute eſpece placés à une certaine diſtance du corps électrique, après qu'il a reçû une préparation qui n'eſt autre que de le frotter avec du linge, du papier, du drap, la main, &c. 15 Avril 1733.

Le nom qu'on a donné à cette propriété prouve que c'eſt dans l'Ambre qu'on l'a reconnuë d'abord, elle y eſt en effet très-manifeſte, mais il y a pluſieurs matiéres dans leſquelles elle eſt auſſi conſidérable, & quelques-unes même où elle eſt beaucoup ſupérieure.

Si je voulois parler ici de tous ceux qui ont traité de l'Electricité, il me faudroit citer tous les Auteurs qui ont écrit ſur la Phyſique ; il y en a peu qui ne ſe ſoient arrêtés à ce phénomene, & qui n'ayent tâché d'en trouver l'explication chacun dans ſon ſyſteme; d'autres ſe ſont appliqués à examiner plus particuliérement cette propriété, & à faire des expériences, tant ſur les différentes matiéres qui en ſont ſuſceptibles, que ſur les circonſtances particuliéres à chaque corps électrique. Pour ne m'arrêter qu'à ceux qui ont écrit ſur ce ſujet avec le plus d'intelligence, ou qui y ont fait quelque découverte conſidérable, & ſur l'exactitude deſquels on peut le plus compter, je commencerai par Gilbert, qui a ajoûté au nombre des corps électriques une infinité de matiéres dans leſquelles cette vertu n'avoit point été reconnuë. Comme il y en a dans leſquelles elle eſt très-foible, il a imaginé, pour la rendre plus ſenſible, de ſe ſervir d'une Aiguille, de quelque métal que ce ſoit, ſuſpenduë ſur un pivot comme une Aiguille

Gilbert, de Magnete, l. 2. c. 2.

aimantée ; si l'on approche d'un des bouts de cette aiguille un corps électrique, il l'attire plus ou moins fortement suivant la force de son électricité. Il a reconnu, par ce moyen, que non seulement l'Ambre & le Jayet ont cette propriété, mais qu'elle est commune à la plûpart des Pierres précieuses, comme le Diamant, le Saphir, le Rubis, l'Opale, l'Amethiste, l'Aigue-marine, le Crystal de roche ; qu'on la trouve aussi dans le Verre, la Belemnite, le Soufre, le Mastic, la Gomme lacque, la Résine cuite, l'Arsenic, le Sel gemme, le Talc, l'Alum de roche. Toutes ces différentes matiéres lui ont paru attirer non seulement la paille, mais tous les corps légers, comme le bois, les feuilles, les métaux, soit en limaille ou en feuille, les pierres, & même les liqueurs, comme l'eau & l'huile.

Il lui a semblé de même qu'il y avoit des corps qui n'étoient nullement susceptibles d'électricité, comme l'Emeraude, l'Agate, la Cornaline, les Perles, le Jaspe, la Calcedoine, l'Albâtre, le Porphyre, le Corail, le Marbre, la Pierre de touche, le Caillou, la Pierre hématite, l'Emeril, les Os, l'Yvoire, les bois les plus durs, les métaux, l'Aimant.

Il remarque que tous les corps électriques n'ont aucune vertu s'ils ne sont frottés, & qu'il ne suffit pas qu'ils soient échauffés, soit par le feu, par le soleil, ou autrement, quand même ils seroient brûlés ou mis en fusion. Il ajoûte plusieurs autres observations sur le changement qu'apporte l'interposition de différents corps, mais nous approfondirons dans la suite cette matiére beaucoup plus qu'il ne l'a fait. Nous passerons sous silence, par la même raison, des remarques fort curieuses qu'il a faites sur l'effet que font les corps électriques sur le feu, la flamme, la fumée, l'air, &c.

Quelque temps après Otto de Guerike fit sur un globe de Soufre plusieurs expériences qui auroient dû porter beaucoup plus loin les connoissances que l'on avoit sur l'Electricité, mais il ne paroît pas qu'on se soit appliqué à les suivre, puisqu'il n'en est point mention dans les Auteurs qui depuis ont traité la même matiére avec le plus de détail ; on les trouve dans le Recueil des Expériences de Magdebourg, page 147. Voici les

les principales. On fait tourner sur son axe, par le moyen d'une manivelle, une boule de Soufre grosse comme la tête d'un enfant. Cette boule étant mûë avec rapidité, si on applique la main dessus, elle devient électrique, & attire les corps légers qui lui sont présentés; si on la détache de la machine sur laquelle elle a dû être posée pour la faire tourner, & qu'on la tienne à la main par l'axe, non seulement elle attire une plume, mais elle la repousse ensuite, & ne l'attire plus de nouveau que la plume n'ait touché quelque autre corps ; il remarque que la plume chassée par le globe attire tout ce qu'elle rencontre, ou va s'y appliquer, si elle ne peut pas l'attirer vers elle, mais que la flamme d'une chandelle la chasse & la repousse vers le globe : il ajoûte que la partie, ou le côté de la plume qui a été attiré & repoussé par le globe est toûjours le même qui s'y applique, en sorte qu'elle se retourne si on présente le globe à sa partie opposée. Si l'on suspend un fil au dessus du globe, en sorte qu'il ne le touche point, & qu'on approche le doigt du bout inférieur de ce fil, on verra le fil s'éloigner du doigt. Il a aussi remarqué que la vertu électrique du globe se transmettoit par le moyen d'un fil jusqu'à la distance d'une aulne, & que lorsque le globe avoit été rendu électrique par la rotation, & la main appliquée dessus, il conservoit sa vertu pendant plusieurs heures. Tenant l'axe de ce globe ainsi frotté dans une position verticale, il promenoit une plume par toute la chambre sans qu'elle s'appliquât au globe. On peut voir dans le récit abrégé de ces expériences la base & le principe de toutes celles qui ont été faites depuis avec le tube & le globe de verre, & on ne peut s'empêcher d'être surpris qu'elles ayent demeuré si long-temps dans l'oubli, ou du moins qu'on ne se soit pas avisé de les répéter, & de tâcher de les porter plus loin.

A peu-près dans le même temps, le fameux Boyle fit des expériences sur l'Electricité. Il étoit difficile qu'un sujet aussi curieux ne fît pas à son tour l'objet des recherches d'un homme qui a parcouru avec tant d'exactitude toutes les parties de la Physique, & à qui nous avons obligation d'un si grand nombre *De mechanica Electricitatis productione.*

de belles découvertes. Il rapporte plusieurs obſervations qu'il a faites à ce ſujet. Quelques Phyſiciens avoient avancé que l'Ambre & les autres corps électriques chauffés au feu, devenoient capables d'attirer; d'autres aſſûroient que ce n'étoit que par le frottement que cette vertu pouvoit être excitée. M. Boyle prend ce dernier parti, mais il remarque que l'Ambre ayant été chauffé au feu, acqueroit plus de vertu par une ſeule friction qu'un frottement quatre fois plus long ne lui en pouvoit procurer lorſqu'il étoit froid.

Il paſſe enſuite à divers effets des corps électriques ſur la fumée, ſur les matiéres embraſées, & autres; enfin il fait un détail de pluſieurs matiéres qui ſont ſuſceptibles d'électricité, ſoit par elles-mêmes avec le ſeul frottement, ſoit par le ſecours de quelque préparation. Du nombre de ces derniéres ſont la Thérébentine épaiſſie en conſiſtence ſolide, un mêlange d'Huile pétréole & d'Eſprit de vin deſſéché de la même maniére, le Verre d'Antimoine, celui de Plomb, la Tête-morte du Karabé diſtillé ſans addition; il met auſſi au nombre des corps électriques le Cryſtal de roche, le Saphir blanc, l'Amethiſte, & l'Emeraude qui avoit été exceptée par Gilbert; il remarque que cela n'eſt pas toûjours certain à l'égard de cette derniére pierre, & qu'il en avoit trouvées qui attiroient, tandis que d'autres ne faiſoient aucun effet. Il fait la même remarque ſur la Cornaline, dont la plûpart, dit-il, n'ont aucune vertu électrique, quoiqu'il en poſſede un morceau qui attire très-vivement. On trouve encore dans le même Auteur deux obſervations très-importantes, l'une eſt que la vertu électrique ſe conſerve dans le vuide, & l'autre qu'elle ſe communique aux différentes matiéres par l'approche des corps électriques. Voici ſon expérience. Il a pris un morceau d'Ambre dont la vertu avoit été puiſſamment excitée en le chauffant d'abord, & le frottant enſuite; il a approché ce morceau d'Ambre des barbes les plus déliées d'une petite plume de duvet, en ſorte qu'elles y demeuroient attachées. La plume & l'Ambre étant dans cet état, il approcha le doigt des barbes de la plume les plus éloignées de l'Ambre, & s'apperçût qu'elles tendoient à

s'appliquer à ſon doigt, & s'y appliquoient effectivement lorſqu'il l'en approchoit aſſés près : craignant que cela ne vînt de quelque vertu électrique particuliére à ſon doigt, ou à ſon ongle, il en approcha différents corps, comme du Bois, du Fer, du Marbre, & tous ſans exception firent le même effet, c'eſt-à-dire, que les barbes de la plume les plus éloignées de l'Ambre s'inclinerent vers ces corps, & s'y appliquerent. Voilà donc une nouvelle propriété reconnuë dans les corps électriques, non ſeulement ils attirent les corps légers, mais ils communiquent encore cette vertu à tous les corps ſolides qui ſe rencontrent dans leur tourbillon. Cette découverte ne fut pas alors pouſſée plus loin, il falloit des corps qui poſſedaſſent cette vertu dans un degré plus éminent, & quoique le Verre fût déja mis au nombre des électriques, on ne ſçavoit pas à beaucoup près juſqu'à quel point il pouvoit le devenir.

On trouve encore dans le Recueil des Expériences faites par l'Académie de Florence, pluſieurs bonnes obſervations ſur les corps électriques, tant ſur ceux qui ſont incapables d'acquerir cette propriété, que ſur pluſieurs circonſtances concernant la vertu de l'Ambre. Ce ſeroit nous engager dans un trop long travail que de rapporter toutes ces obſervations, nous nous contenterons d'indiquer les principales. On y voit que l'Ambre n'attire point la flamme, qu'il attire la fumée, que le froid ne détruit point ſa vertu, qu'il n'en acquiert point s'il eſt frotté ſur des corps liſſes & polis, comme le Verre, le Cryſtal, l'Yvoire, &c. que les Diamants à facettes ont plus de vertu que ceux qui ont une grande table, que ceux qui ſont épais en ont plus que les autres, qu'enfin il y en a dans leſquels il a été impoſſible d'exciter aucune vertu; que l'Ambre n'attire pas plus les corps qu'il en eſt attiré, & que cela dépend de ſon volume; qu'il attire toutes les liqueurs, & même le Mercure; qu'il y a des liqueurs que l'Ambre n'attire plus, lorſqu'il en a été mouillé, quoiqu'il ſoit enſuite frotté à l'ordinaire; telles ſont les Eaux diſtillées, l'Eau commune, le Vin, le Vinaigre, les liqueurs acides, les liqueurs tirées des Animaux, le Baume, les Juleps, les Huiles diſtillées, enfin tout

ce qui se tire par distillation ; au lieu que l'Huile pétréole, l'Huile commune, l'Huile d'Amandes douces, ou d'Amandes ameres, le Suif, le Lard, font un effet contraire, &c. Ces derniéres expériences m'ayant paru très-singuliéres, je les ai faites avec beaucoup d'éxactitude, mais je n'ai trouvé aucune liqueur qui ne fût attirée par les corps électriques, après même que ces corps en ont été mouillés, pourvû qu'ils soient ensuite bien essuyés, & parfaitement séchés, ainsi il y a apparence que ces faits tenoient à d'autres principes ; mais avant que d'entrer dans un examen plus particulier, il faut rapporter les progrès qui, depuis ces premiers temps de la Physique, ont été faits sur cette matiére.

On trouve dans les Transactions Philosophiques N.° 308 & 309, plusieurs expériences faites par M. Hauksbeé, touchant l'électricité du Verre ; le même Auteur ayant continué ses recherches, a considérablement augmenté le nombre de ses expériences, & le détail s'en trouve en divers endroits des Transactions Philosophiques : il a ensuite rassemblé dans un seul ouvrage toutes ses découvertes, tant sur l'Electricité que sur la Lumiére, & sur la différence de ces phénomenes dans le Vuide ou dans le Plein ; c'est dans ce Livre imprimé à Londres en 1709, en Anglois, & traduit en Italien en 1716, que nous avons pris ce que nous allons rapporter en peu de mots pour continuer l'idée que nous avons commencé de donner des progrès de cette découverte.

M. Hauksbeé remarqua qu'un tuyau de verre long d'environ 30 pouces, gros d'un pouce, ou un pouce & demi, & bouché par une de ses extrémités, étant frotté avec la main, du papier, de la laine, de la toile, &c. devenoit si fort électrique, qu'il attiroit d'un pied de distance des feuilles de métal, qu'ensuite il les repoussoit avec force, & leur donnoit en tous sens divers mouvements très-singuliers. On a vû dans le récit des expériences de Magdebourg des effets tout pareils, produits par le globe de Soufre. Il remarqua de plus que la différente température de l'air apportoit un grand changement à tous ces effets, qui étoient bien plus considérables quand l'air

étoit pur & ſerein; il obſerva que cette vertu étoit preſque entiérement détruite, lorſque le tube étoit vuide d'air, & ſe rétabliſſoit lorſqu'on l'y laiſſoit rentrer; que lorſque le tuyau étoit frotté, & qu'on en approchoit les doigts, ou quelque autre corps ſans le toucher, on entendoit un petillement dans la ſurface du tuyau, & que ſi on le mettoit proche le viſage, on ſentoit comme une eſpece de voile délié ou de toile d'araignée qui venoit frapper le viſage.

Ces expériences faites dans l'obſcurité, étoient accompagnées de circonſtances très-ſingulières, car tandis qu'on frottoit le tuyau, on en voyoit ſortir une lumiére conſidérable, & même des étincelles qui accompagnoient ces petillements dont nous venons de parler; lorſque le tube étoit vuide d'air, cette lumiére étoit plus vive en dedans, mais elle ne ſortoit pas au dehors, & ne s'attachoit pas aux corps voiſins, comme lorſqu'il étoit rempli d'air. Voilà les principales expériences qu'il fit avec le tuyau; on pourra conſulter le Livre, ſi on en veut un plus grand détail, & on y trouvera pluſieurs circonſtances curieuſes.

M. Haukſbeé prit enſuite un vaiſſeau de verre ſphérique, & diſpoſé de ſorte qu'on le pût faire tourner ſur ſon axe par le moyen d'une grande rouë, & d'une machine qu'il décrit, & qu'il eſt très-aiſé de ſe repréſenter; l'un des pivots ſur leſquels tournoit le globe, étoit un robinet qui s'ajuſtoit ſur la Machine pneumatique pour en pouvoir pomper l'air quand il jugeoit à propos. Ce vaiſſeau étant ainſi diſpoſé, & tournant très-rapidement ſur ſon axe, devenoit lumineux intérieurement lorſqu'il étoit vuide d'air, & qu'on appliquoit la main deſſus, mais lorſqu'il étoit rempli d'air, l'effet étoit bien plus ſingulier, car la lumiére s'élançoit au dehors, & s'attachoit aux corps voiſins en forme d'étincelles, ou de petites particules de Phoſphore. A l'égard de la vertu électrique de ce globe, voici de quelle maniére il imagina de la rendre extrêmement ſenſible; il fit un demi-cercle de fer qui entouroit le globe à environ un pied de diſtance de ſa ſurface; il avoit attaché à ce demi-cercle des fils de laine qui n'étoient pas tout-à-fait

aſſés longs pour atteindre la ſurface du vaiſſeau. Venant enſuite à faire tourner ce globe rapidement ſur ſon axe, & poſant la main deſſus, en ſorte que cela occaſionnoit un frottement très-conſidérable, les fils qui auparavant pendoient librement, étoient alors attirés tous enſemble par la ſurface du vaiſſeau ſphérique, & ſembloient tendre vers ſon centre. Cette même direction ou tendance des fils ſubſiſtoit 4 ou 5 minutes après que le mouvement du globe étoit ceſſé, & qu'on avoit retiré la main de deſſus. Si le frottement avoit été fait ſur l'équateur du globe, les fils tendoient au centre ; au contraire s'il avoit été fait vers un des poles, le point de tendance ſe trouvoit dans l'axe, mais plus proche de ce pole que de l'autre. La direction de ces fils étoit dérangée, lorſqu'on approchoit de leur extrémité le doigt, ou quelque autre corps, & ils en étoient attirés ou repouſſés très-ſenſiblement. On a vû dans ce que nous avons rapporté des expériences de Magdebourg, quelque choſe de tout-à-fait ſemblable, lorſqu'on approche le doigt des fils qui ſont attirés par la boule de Soufre, mais l'effet eſt beaucoup plus ſenſible dans l'expérience préſente, au moyen de la diſpoſition des fils ſur un cercle de bois ou de fer. M. Haukſbeé ayant introduit dans ce même globe un axe garni dans ſon milieu d'un cylindre de bois ou de liége, à la ſurface duquel étoient attachés de pareils fils, un peu trop courts pour atteindre la ſurface intérieure du globe; ces fils s'écartoient en rayons, lorſque par la rotation du globe & la main appliquée deſſus, on avoit excité ſa vertu électrique, ainſi ces fils tendoient alors du centre à la circonférence, au lieu que dans l'expérience précédente, lorſqu'ils étoient placés au dehors du vaiſſeau, ils paroiſſoient tendre de la circonférence vers ſon centre. On troubloit de même cette direction, & on la dérangeoit lorſqu'on approchoit le doigt de la ſurface extérieure du globe ſans cependant la toucher, ce qui eſt bien ſingulier, car l'épaiſſeur du verre ſemble devoir ôter toute communication entre ces fils qui ſont renfermés en dedans & le doigt qu'on ne fait qu'en approcher par dehors. Le même dérangement étoit cauſé en ſoufflant ſimplement avec la

bouche à la diſtance de deux ou trois pieds du globe.

On trouve encore dans le même ouvrage un grand nombre d'obſervations, tant ſur l'électricité du Verre, que ſur celle de la Gomme lacque, du Soufre, de la Poix, de la Colophonne; mais comme nous avons rapporté les principales, & que les autres n'en ſont que des ſuites, dont les variétés réſultent du changement de quelques circonſtances, nous nous en tiendrons à celles dont nous venons de parler, & nous paſſerons aux autres découvertes qui ſe ſont faites depuis ſur la nature de l'électricité.

En 1720 M. Etienne Gray donna dans les Tranſactions Philoſophiques, N.° 366, la découverte qu'il avoit faite de l'électricité de pluſieurs corps dans leſquels cette vertu n'étoit point connuë; tels ſont les plumes, les cheveux, des échevaux de ſoye, le poil des animaux, des rubans paſſés avec vîteſſe dans la main, ou entre les doigts, de la toile de lin, de chanvre & de coton, de la laine, du papier, des copeaux de bois, du cuir, du parchemin, les peaux dont on ſe ſert pour battre les feuilles d'or; toutes ces matiéres étant chauffées, ou ſeulement bien ſéchées, acquiérent la vertu électrique, lorſqu'on les frotte vivement, & non ſeulement elles s'approchent de la main, ou de quelque autre corps qu'on leur préſente, mais elles attirent quelquefois d'aſſés loin les corps que leur peu de volume met en état d'être enlevés.

M. Gray remarque auſſi que la plûpart de ces corps étant frottés dans l'obſcurité, rendent de la lumiére, & même que la lumiére en ſort, & s'attache aux doigts, comme il arrive avec le tuyau de verre, & ainſi que M. Haukſbeé l'avoit remarqué à l'égard du globe. La ſoye, la toile & le papier ſont ce qui fait le mieux, mais il faut les avoir chauffés auſſi vivement que les doigts peuvent le ſouffrir. J'obmets pluſieurs circonſtances curieuſes que l'on peut voir dans l'Auteur, mais qui ne donnent aucunes connoiſſances particuliéres ſur la nature de la vertu électrique, ce qui eſt actuellement notre objet principal.

Si les découvertes dont on vient de rendre compte, ont

paru ſingulières, on peut aſſûrer que celles dont on va parler doivent étonner les eſprits les plus hardis en conjectures, puiſqu'elles étendent les bornes de la vertu électrique fort au de-là de ce que l'on pouvoit imaginer, & qu'elles laiſſent doûter ſi elles ne peuvent pas être portées encore infiniment plus loin. C'eſt le même Auteur, dont nous venons de parler, qui les rapporte dans les Tranſactions Philoſophiques, N.° 417; nous ne parlerons que des principales, mais nous exhorterons à lire l'ouvrage entier, dans lequel on trouvera une ſuite d'expériences ſurprenantes qui ont enfin conduit l'Auteur juſqu'à celles que nous allons rapporter.

Il s'eſt ſervi d'un tube de verre long de 3 pieds, & d'un peu plus d'un pouce de diametre; ce tube étoit bouché par chacune de ſes extrémités avec un bouchon de liége, il s'aviſa d'abord d'ajuſter dans le bouchon de l'extrémité la plus éloignée de ſa main, lorſqu'il tenoit le tuyau, une baguette fort longue; l'extrémité de cette baguette entroit dans une boule d'yvoire percée, alors le tuyau étant rendu électrique par le frottement, la vertu ſe communiqua à la boule, en ſorte qu'elle avoit, de même que le tuyau, la vertu d'attirer & de repouſſer les feuilles d'or, le duvet, &c. Ayant porté la longueur de cette baguette, formée de pluſieurs piéces, juſqu'à 32 pieds, & ne pouvant, à cauſe de l'embarras de l'expérience, la porter plus loin, il s'aviſa d'y ſubſtituer une corde, & ayant monté ſur un lieu élevé, il vit que l'électricité ſe continuoit de même par le moyen de la corde, & à 52 pieds de diſtance, la boule faiſoit les mêmes effets que le tuyau; il vint enfin à poſer la corde horiſontalement, & après avoir levé un grand nombre de difficultés qui ſe rencontroient à chaque inſtant, il la ſoûtint d'eſpace en eſpace ſur une ſoye déliée, & l'étendant tantôt en ligne droite, tantôt lui faiſant faire pluſieurs allées & venuës, tours & détours, il parvint à lui donner la longueur de 886 pieds Anglois, la boule ſuſpenduë à l'extrémité de cette corde, & à une ſi grande diſtance du tuyau, étoit encore ſenſiblement électrique, & auroit peut-être pû être portée beaucoup plus loin ſans avoir perdu toute ſa vertu; &

afin qu'on ne soupçonnât pas que la boule d'yvoire eût quelque propriété particuliére, il a suspendu au bout de la corde différents corps, comme du bois, du plomb, du liége, des feuilles, une pierre d'aimant, une boule de savon, un fer rouge, un poulet, une mappemonde, un parasol, &c. & chacun de ces corps a contracté la vertu électrique aussi parfaitement que l'yvoire.

M. Gray a remarqué de plus qu'il n'est pas nécessaire que le tube touche immédiatement le bout de la ficelle, ou de la perche, pour que la vertu passe à l'autre extrémité, il suffit de l'en approcher lorsqu'il a été frotté & rendu électrique ; il a fait à ce sujet plusieurs expériences très-curieuses avec diverses matiéres, & entre autres avec un Enfant de huit à dix ans suspendu sur deux cordes dans une situation à peu-près horisontale; mettant alors le tuyau proche des pieds de l'enfant, sa tête, ses cheveux, son visage devenoient électriques; ce qui arrivoit de même aux pieds, lorsque l'on approchoit le tube proche de la tête de l'enfant. Les mêmes expériences ont été faites à peu-près avec les mêmes-circonstances, en se servant d'un Cylindre de verre solide, d'environ un pied de long, & de près d'un pouce de diametre, mais l'effet n'en étoit pas ordinairement si considérable.

On a de même transmis la vertu électrique par le moyen d'un Cercle, ou Cerceau, soit qu'il fût posé horisontalement, ou verticalement; la partie opposée à celle où l'on appliquoit le tube devenoit électrique, soit que le tube y touchât immédiatement, ou qu'il en fût seulement approché.

En faisant toutes ces expériences, on réussit bien mieux, & l'électricité est beaucoup plus sensible, & agit de plus loin, si l'on pose les feuilles d'or, plumes, ou autres corps légers, sur une espece de petit gueridon élevé d'un pied, ou un pied & demi, que sur la table, ou sur le plancher; ce qui vient sans doute de ce que les écoulements électriques, de quelque nature qu'ils soient, s'étendent le long de la table, & qu'il y en a une moindre partie qui exerce son action sur les feuilles. C'est par la même raison que si, dans l'expérience que nous

avons rapportée, on se sert de cordes ou de bois pour soûtenir la corde qui porte l'électricité du tube à la boule, cette vertu n'y parvient point; elle s'attache à cet appui, & il semble que cette détermination à un corps plûtôt qu'à un autre, dépende du volume des corps qu'elle rencontre. Il arrive la même chose, & la vertu de la boule est arrêtée de même si l'on pose sur la ligne de communication le doigt, un bâton, ou quelque autre corps capable de détourner les écoulements électriques.

M. Gray finit, en remarquant que les corps de même nature & de même espece sont diversement susceptibles d'électricité, relativement à leur couleur, en sorte que le rouge, l'orangé ou le jaune attirent trois ou quatre fois plus fortement que le verd, le bleu ou le pourpre, mais il se réserve à donner une autre fois le détail de ces expériences.

Dans un autre endroit des Transactions Philosophiques de l'année derniére, N.° 422, M. Gray fait voir que l'Eau peut devenir électrique. Voici de quelle maniére se fait cette expérience. On remplit d'eau une petite écuelle de bois, ou une soucoupe de porcelaine, on la pose sur un de ces petits guéridons, ou sur un verre à boire bien sec, & un peu chauffé; pour lors ayant frotté ce tube, on l'approche de la soucoupe, le passant par dessus & par les côtés deux ou trois fois, sans néantmoins y toucher, cela suffit pour communiquer une vertu électrique très-sensible à l'écuelle, ou la soucoupe, & à l'eau qui y est contenuë, ce que l'on reconnoît en approchant un cheveu, ou un fil délié dans une situation horisontale de la surface de l'eau, on voit alors ce fil s'en approcher jusqu'à ce qu'il s'y soit plongé. Cette expérience m'a réussi de la maniére que je viens de la décrire, & avec autant de facilité, de la maniére suivante. J'avois ajusté au bout de mon tuyau un bouchon de liége auquel étoit attaché un bout de corde, le tuyau étant rendu électrique par le frottement, j'ai plongé l'extrémité de la corde dans la soucoupe remplie d'eau, & posée sur un verre chauffé, ce qui a communiqué la vertu à la surface de l'eau, de même que par l'opération précédente,

& il eſt vraiſemblable qu'il en ſeroit de même de toutes les liqueurs, mais il eſt à obſerver que cette vertu eſt moins conſidérable dans l'eau que dans les corps ſolides.

M. Gray rapporte auſſi dans le même endroit que l'eau eſt attirée par ce tube, mais cela avoit déja été obſervé par Otto de Guerike & pluſieurs autres Phyſiciens à l'égard du Soufre, de la Gomme lacque & de l'Ambre; il ajoûte que lorſque l'expérience ſe fait dans l'obſcurité, on voit ſortir de la petite élévation d'eau qui ſe forme à l'approche du corps électrique, une eſpece de lumiére accompagnée d'un petit bruit.

Voilà à peu-près quels ſont les progrès qui ont été faits juſqu'à préſent ſur cette matiére, &, pour ainſi dire, l'hiſtoire abrégée de l'Electricité. Je ne répéterai pas que mon deſſein n'a point été de parler de tous ceux qui en ont traité, on voit aſſés que mon objet a été de ne faire mention que de ceux qui y ont fait quelque découverte ſinguliére, & qui ont contribué à porter les connoiſſances que nous en avons au point où elles ſont aujourd'hui; je ne pouvois me diſpenſer de faire cet abrégé, afin de mettre ſous les yeux du Lecteur l'état où eſt actuellement cette partie de la Phyſique, & cela étoit d'autant plus néceſſaire, qu'aucun des Auteurs dont je viens de faire mention n'a parlé des découvertes de ceux qui l'ont précédé, il ſemble même qu'ils les ayent ignorées, & l'on a pû voir que les derniers ont quelquefois donné comme des obſervations nouvelles, des choſes qui avoient été remarquées par les premiers, c'eſt ce qui m'a engagé à rapporter le plus ſuccinctement qu'il m'a été poſſible, ce qui a été écrit de plus important ſur cette matiére juſqu'à préſent, avant que d'en venir aux expériences que j'ai faites, & dont je donnerai le détail dans les Mémoires ſuivants.



ADDITION

Qu'il faut faire aux Quarts-de-Cercle fixes dans le Méridien.

Par M. GODIN.

11 Février 1733.

UN Quart-de-Cercle fixé dans le plan du Méridien a ordinairement sa Lunete en alhidade, dirigée au Midi, & on s'en sert pour prendre les hauteurs méridiennes des Astres, depuis le point *Sud* de l'horizon jusqu'au Zénith. Pour avoir de la même maniére les hauteurs méridiennes des Astres, depuis le point *Nord* de l'horizon jusqu'au Zénith, il faut fixer un autre Quart-de-Cercle, semblable au premier, dans le plan du Méridien, mais tourné du côté du Nord.

M. Roëmer fit part à M. Leibnitz en 1700 d'un Instrument de son invention, qui servoit à prendre en même temps les hauteurs, tant au Sud qu'au Nord : cet Instrument est succintement décrit dans le troisiéme tome des *Miscellanea Berolinensia*. Page 276. C'est un Cercle entier placé dans le Méridien, & porté par un Axe fermement appuyé de part & d'autre, sur deux murs. Ce Cercle porte une Lunete en alhidade, & l'Instrument entier est placé dans une chambre, dont le toit & les deux côtés, Nord & Sud, sont ouverts d'une longue fenêtre, dirigée le long du Méridien. Cette machine est assés difficile à bien exécuter, mais quand elle seroit une fois bien exécutée, elle seroit d'ailleurs sujette à beaucoup d'inconvénients.

Voici un moyen facile, & qui peut être exact, d'avoir au même Quart-de-Cercle, fixé du côté du Midi, les hauteurs des Astres qui sont vers le Nord.

Il faut ajoûter à l'extrémité de la Lunete du Quart-de-Cercle, à un pouce ou un pouce & demi de distance de l'Objectif, un petit miroir rond, d'environ un pouce de

diametre, lequel ſoit incliné à la ligne de foi de la Lunete, ſous un angle de 45 degrés. La face du miroir qui réfléchit, regardant le Nord, les Aſtres qui paſſeront par le Méridien du côté du Nord ſeront peints ſur ce miroir, & leur image ſera réfléchie au foyer commun des verres de la Lunete, lorſqu'on fera répondre cette Lunete au degré du complement de la hauteur de l'Aſtre ſur l'horizon; ce qui eſt évident, à cauſe de l'égalité des angles d'incidence & de réfléxion, & que le miroir eſt incliné de 45 degrés à l'axe de la Lunete; on aura donc ſur le même Inſtrument, & de la même maniére, les hauteurs des Aſtres & leurs paſſages par le Méridien, ſoit au Midi, ſoit au Nord.

On peut faire cette addition à une ſeconde Lunete qu'on fera convenir avec celle dont on ſe ſert du côté du Midi. Je crois cependant qu'il eſt plus ſimple de la faire à la Lunete même dont on ſe ſert.

En ce cas, il faut pouvoir ôter & remettre le miroir toutes les fois qu'on voudra, car s'il reſtoit toûjours, il boucheroit le champ de la Lunete pour les Aſtres qui ſont au Midi. Il faut donc que le miroir ſoit logé dans une couliſſe bien ſolide, & ſolidement attachée ſous un angle de 45 degrés, aux regles qui portent la Lunete de l'Inſtrument, & de cette maniére on pourra retirer & remettre aiſément le miroir dans ſa couliſſe. Ce qu'on peut faire encore par le moyen d'une petite vis qui l'élevera ou l'abbaiſſera, & par ce moyen laiſſera l'ouverture de la Lunete libre.

Il eſt néceſſaire de pouvoir vérifier l'inclinaiſon du miroir à la ligne de foi de la Lunete; car ſi l'angle d'inclinaiſon étoit de plus ou moins que 45 degrés, les hauteurs de l'Aſtre ne ſeroient pas les mêmes que celles que la Lunete indiqueroit ſur le limbe : mais cette vérification ſe peut très-aiſément faire.

1.° En obſervant avec un autre Quart-de-Cercle vérifié, les hauteurs méridiennes du côté du Nord, & les comparant à celles que l'on aura trouvées par la nouvelle méthode.

2.° Si l'on applique pour cela une ſeconde Lunete au

Quart-de-Cercle, il faudra la mettre en dessus de la premiére, & en ce cas on pourra, par le moyen des 6 où 7 degrés de plus que l'on marque sur le limbe, au de-là de 90, prendre la hauteur d'une Etoile qui passera à 6 ou 7 degrés près du Zénith par les deux Lunetes, c'est-à-dire, par les deux méthodes, ce qui fera voir s'il y a de l'erreur dans la position du miroir.

3.° En ne se servant que d'une seule Lunete, on pourra faire la même chose que je viens de dire, & par cette voye rectifier la position du miroir, ou tenir compte de l'erreur qu'il produira dans les hauteurs.

Outre cette position du miroir incliné de 45° à la ligne de foi, il faut encore que son plan soit exactement dirigé dans la *ligne de six heures*, ou de l'Est à l'Oüest, supposé le Quart-de-Cercle exactement dans le plan du Méridien ; si cela n'étoit pas, le moment auquel l'Astre passeroit dans la Lunete, ne seroit pas celui de son passage par le Méridien : & c'est une objection que M. Cassini m'a faite avec raison, contre l'usage de cette addition. Mais cette position nécessaire du miroir, & même la premiére, quoiqu'il soit peut-être moralement impossible de les lui donner, ou de les lui conserver, ne doivent pas plus en faire rejetter l'usage, que celui des Quarts-de-Cercle fixes ordinaires, dont il n'y aura peut-être jamais un seul qui soit exactement dirigé dans le plan du Méridien. On employe cependant ceux-ci tous les jours, & on se contente de faire qu'ils ne soient que très-peu éloignés de leur juste position, & d'en connoître, ce qu'on peut toûjours aisément, la déclinaison, qui est ordinairement différente en différents points.

Pour m'assûrer donc de la position du miroir que je propose, je ferai les mêmes opérations que pour m'assûrer de la position d'un Quart-de-Cercle fixe dans le Méridien.

J'observerai, par exemple, *Capella*, dont la hauteur est d'environ 86° 55′ avec la Lunete ordinaire de mon Quart-de-Cercle fixe, & dans le même instant de son passage par le Méridien, je la ferai passer aussi par le vertical de la Lunete à miroir, ce que je peux faire en élevant la Lunete à 3° 5′ au-

dessus du point de 0° sur le limbe. Je placerai donc alors le miroir en telle situation qu'il transmette dans la ligne de foi de la Lunete, l'image de l'Etoile à l'instant de son passage par le Méridien ; ce qui ne se peut faire sans que ce miroir ne soit dirigé exactement Est & Ouest, comme il faut qu'il le soit.

Je prendrai ensuite des hauteurs correspondantes de quelques autres Etoiles du Nord, afin d'avoir l'heure de leur médiation, & après les avoir observées par la Lunete à miroir rectifiée, comme je viens de dire, je connoîtrai la différence, s'il y en a, qui conviendra à chaque point du limbe : Cette différence doit s'accorder à la déclinaison des mêmes points du limbe, que l'on doit connoître d'ailleurs pour l'usage ordinaire du Quart-de-Cercle, & indépendamment de cette addition.

REFLEXIONS SUR LA HAUTEUR DU BAROMETRE

Observée sur diverses Montagnes.

Par M. CASSINI.

17 Janvier 1733.

DANS le Voyage que nous avons fait en 1700 pour mesurer la grandeur de la Terre, & prolonger la Ligne méridienne de l'Observatoire de Paris jusqu'à l'extrémité méridionale du Royaume, nous avions entrepris de déterminer la hauteur de diverses Montagnes d'Auvergne, du Languedoc, du Roussillon & des Pyrenées sur le niveau de la Mer, dans le dessein d'y faire des observations du Barometre, pour pouvoir connoître quelle étoit à ces différentes élévations l'abaissement du Mercure causée par la diminution du poids de l'Atmosphere.

Comme la saison étoit avancée, auquel temps les plus hautes Montagnes des Pyrenées sont inaccessibles à cause des neiges dont elles sont couvertes ; nous ne pûmes faire les observations du Barometre que sur celles dont la hauteur perpendiculaire n'excédoit pas 860 toises, & nous nous contentâmes de déterminer l'élévation des plus hautes Montagnes que nous pûmes appercevoir, pour servir à ceux qui auroient dans la suite occasion de s'y transporter pour faire de ces sortes d'observations.

C'est ce qui vient d'être executé par M. de Plantade, Avocat général de la Cour des Aydes de Montpellier, qui a été chargé par les Etats de Languedoc, de la direction des Observations nécessaires pour lever une Carte exacte de cette Province.

Il nous avoit déja fait part des opérations géométriques qu'il avoit faites dans les lieux que nous avions déterminés par nos Triangles, où il avoit trouvé dans la plûpart une conformité avec nos opérations au de-là de ce que l'on peut esperer; il

il vient présentement de nous envoyer quelques Observations du Barometre qu'il lui a réussi de faire sur diverses Montagnes de Roussillon & des Pyrenées, nonobstant les différents obstacles qu'il lui a fallu surmonter, tant par la difficulté de se transporter avec des instruments sur le sommet de ces Montagnes, que par la vicissitude du temps & la température de l'air, qui y a été telle, qu'il y a ressenti des froids extrêmes dans le temps de la plus grande chaleur de l'Eté.

M. de Plantade remarque d'abord qu'il a trouvé de grandes variations dans la suspension du Vif-argent en divers tuyaux dont il s'est servi, & qu'à une élévation sur le niveau de la Mer qui n'excédoit pas 1000 toises, le Vif-argent s'est toûjours tenu plus bas dans les tuyaux, d'un diametre étroit que dans ceux qui étoient plus larges, & cela constamment sur seize Montagnes différentes, où il a fait des expériences avec toutes les précautions nécessaires, mais que depuis 1000 toises & au dessus, le Vif-argent s'est mis au même niveau dans tous les tubes, de quelque diametre qu'ils fussent, larges ou étroits.

Sur le Pic de Canigou, au haut de la pointe de la Pyramide élevée pour les opérations de la Méridienne, M. de Plantade mit le 4 Août 1731 à 10 heures du matin, par un temps assés tranquille, trois tubes de différente largeur en expérience, & le Vif-argent descendit dans tous les trois à 20 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$.

Pour déterminer par le moyen de cette expérience, l'abaissement du Vif-argent qui répond à la hauteur de cette montagne sur le niveau de la Mer, que nous avons trouvée par nos opérations de 1441 toises, nous avons crû devoir employer les observations du Barometre qui ont été faites à Marseille par M. Arazy dans un lieu élevé seulement de 6 pieds au dessus du niveau de la Mer, & qui nous ont été communiquées par le P. Pezenas, & nous avons préféré ces observations à celles qui ont été faites à Paris, qui se trouve beaucoup plus éloigné, sous un climat fort différent, & dont nous ne connoissons la hauteur que sur le niveau de la Mer Océane, qui peut être un peu différente de celle de la Méditerranée,

à l'égard de laquelle nous avons mesuré les différentes hauteurs des Montagnes.

La hauteur du Barometre étoit ce jour-là à Marseille, de 28 pouces 2 lignes, dont retranchant celle qui a été observée sur le haut du Canigou de 20 pouces $2^l \frac{1}{2}$, reste 7 pouces $11^l \frac{1}{2}$ pour l'abaissement du Mercure, qui répond à la hauteur de cette montagne sur le niveau de la Mer, que nous avons déterminée de 1441 toises, & que M. de Plantade a trouvée par plusieurs opérations géométriques & réïtérées, de 1453 toises, plus grande que suivant nos dimensions, de 12 toises, qui est une différence que nous ne jugeons pas de grande conséquence dans ces sortes d'observations.

M. de Plantade remarque à cette occasion que par les expériences que M. Scheuchzer a faites pendant les cinq derniers mois de l'année 1728 sur le Mont S.t Godard, qu'il dit être le plus haut des Alpes, & la plus haute Montagne de l'Europe, il a trouvé que le Vif-argent n'a jamais été au dessous de 21 pouces, au lieu que sur le Canigou il a été de 20 pouces $2^l \frac{1}{2}$, ce qui fait voir que cette Montagne est plus haute que le Mont S.t Godard, & qu'en général, les Pyrenées sont beaucoup plus hautes que les Alpes.

Le 18 Août 1732 M. de Plantade ayant mis en expérience sur la montagne du Mouflet les mêmes tubes à une heure après midi, par un vent d'Est assés grand, le Vif-argent demeura dans tous les trois, à 20 pouces $10^l \frac{2}{3}$. Il étoit ce jour-là à Marseille de 28 pouces 0^l au bord de la Mer. On aura donc 7 pouces $1^l \frac{1}{3}$ pour l'abaissement du Mercure, qui répond à 1289 toises, dont il a trouvé que la pointe la plus élevée de cette montagne étoit au-dessus du niveau de la Mer. Nous avons déterminé dans le voyage de la Méridienne, la hauteur du Mouflet de 1253 toises, plus basse de 36 toises que M. de Plantade ne l'a trouvée, ce qui lui fait croire que celle que l'on nous indiqua pour le Mouflet, est la pointe du Bernard sauvage, que l'on appelle aussi communément dans ce païs, la montagne de Madre ou du Mouflet, & à laquelle nos angles paroissent répondre.

Enfin, le 25 Août à Midi, il mit les trois mêmes tubes en expérience sur la pointe la plus occidentale de la montagne de S.t Barthelemy, & la hauteur du Vif-argent fut observée dans tous les trois de 21 pouces $0^{l}\frac{1}{3}$. Le vent étoit à l'Ouest assés fort, le Ciel fort serein, & il faisoit un froid très-aigu & très-cuisant, ensorte que trois étangs qui étoient vers le haut de cette montagne étoient entiérement glacés, & toute la montagne, de même que les voisines, couverte de verglas, avec de la neige en divers endroits.

La hauteur du Barometre étoit ce jour-là à Marseille de 28 pouces 0^{l} au bord de la Mer, dont retranchant 21 pouces $0^{l}\frac{1}{3}$, hauteur observée sur S.t Barthelemy, on aura 6 pouces $11^{l}\frac{2}{3}$ pour l'abaissement du *Mercure*, qui répond à l'élevation de cette montagne sur le niveau de la Mer, que nous avons déterminée de 1184 toises & demie, plus petite seulement de 5 toises & demie que celle que M. de Plantade a trouvée de 1190 toises. Cette élevation peut être regardée comme la mesure du Mont S.t Godard, où, suivant M. Scheuchzer, le Mercure n'est jamais descendu plus bas de 21 pouces.

Nous ajouterons à ces observations, celles qui ont été faites en 1704 par le P. Feuillée sur le Pic de Ténériffe, dont il avoit mesuré géométriquement la hauteur perpendiculaire sur le niveau de la Mer de 2213, *c'est-à-dire*, d'environ une lieuë à plomb, ce qui surpasse de 760 toises la plus haute que l'on a mesurée jusqu'à present dans les Pyrénées. La hauteur du Barometre fut observée sur le haut de cette montagne de 17 pouces $5^{l}\,0'$, qui étant retranchés de 28 pouces 0^{l}, hauteur moyenne du Barometre au bord de la Mer, donnent 10 pouces 7^{l} pour l'abaissement du Vif-argent, à la hauteur de 2213 toises. Nous avons préferé la hauteur moyenne du Barometre à celle qui avoit été observée quatre jours auparavant au bord de la Mer de 27 pouces $9^{l}\frac{3}{4}$, à cause que dans cet intervalle il peut y avoir eu quelque variation.

Si l'on compare présentement les observations que nous venons de rapporter, avec la table de la hauteur de l'air, qui répond à l'abaissement du Vif-argent, qui est inserée dans les

Mémoires de l'Académie de l'année 1705, p. 72, où l'on a marqué quelle doit être cette hauteur, tant ſuivant les principes de M. Mariotte, que ſuivant nos obſervations ; on trouve que la hauteur du Mercure ayant été obſervée ſur la montagne de S.t Barthelemy de 21 pouces 0l $\frac{1}{3}$, plus baſſe qu'au niveau de la Mer de 6 pouces 11l $\frac{2}{3}$, la hauteur de cette montagne auroit dû être, ſuivant M. Mariotte, de 1012 toiſes, plus petite de 178 toiſes que celle que M. de Plantade a déterminée; & qu'au contraire, ſuivant les regles fondées ſur des obſervations faites ſur des montagnes moins élevées, cette hauteur auroit dû être de 1427 toiſes, plus grande de 237 toiſes qu'elle ne l'eſt effectivement.

Si l'on examine de même l'obſervation du 18 Août, faite ſur la montagne du Mouflet, qui eſt élevée de 1289 toiſes ſur le niveau de la Mer, on trouve que l'abaiſſement du Vif-argent y a été de 7 pouces 1l $\frac{1}{3}$, plus grand ſeulement d'une ligne & deux tiers, qu'on ne l'a trouvé le 25 Août ſur S.t Barthelemy, quoiqu'il y ait une différence de 99 toiſes de hauteur entre ces deux montagnes, ce qui peut venir de ce que dans l'obſervation du 25 Août, les frimats qui ſe ſont fait ſentir ſur cette montagne, ont cauſé quelque variation extraordinaire dans l'Atmoſphere.

Suivant cette obſervation, on trouve que la hauteur du Mouflet devoit être, ſuivant les principes de M. Mariotte, de 1035 toiſes, plus petite de 254 toiſes qu'on ne l'a déterminée, &, ſuivant notre méthode, de 1467 toiſes, plus grande de 178 toiſes qu'elle ne l'eſt en effet.

Dans l'obſervation du Barometre, faite le 4 Août, ſur le ſommet du Canigou, qui, ſuivant M. de Plantade, eſt élevé de 1454 toiſes ſur le niveau de la Mer; on a trouvé que la diminution de la hauteur du Mercure a été de 7 pouces 11l $\frac{1}{2}$. Comme la Table qui eſt rapportée dans les Mémoires de l'Académie de 1705, ne s'étend qu'à 7 pouces 2 lignes, nous l'avons prolongée ſuivant les mêmes principes; & nous avons trouvé que la hauteur de l'air, qui répond à 7 pouces 11l $\frac{1}{2}$ devoit être, ſuivant M. Mariotte, de 1183 toiſes, plus petite

de 271 toises que M. de Plantade ne l'a déterminée; &, suivant nos principes, de 1728 toises, plus grande de 275 toises qu'elle ne l'est en effet ; de sorte que la véritable mesure se trouve à peu-près moyenne entre les déterminations de M. Mariotte & les nôtres.

Enfin, si l'on compare les observations du Barometre, faites par le P. Feuillée, sur le Pic de Ténériffe, avec la hauteur de cette montagne, qu'il a déterminée de 2213 toises, c'est-à-dire, d'environ une lieuë à plomb, ce qui surpasse de 760 toises les plus hautes que l'on a mesurées jusqu'à présent dans les Pyrenées; on trouvera que l'abaissement du Mercure ayant été observé sur le haut de cette montagne de 10 pouces 7^{l}, son élevation n'auroit dû être, suivant M. Mariotte, que de 1686 toises, plus petite de 533 toises qu'elle n'a été observée, & qu'au contraire, suivant notre méthode, cette hauteur auroit dû être de 2624 toises, plus grande de 411 toises qu'elle ne l'est en effet.

Les regles que nous avons rapportées pour trouver la hauteur de l'air, qui répond à l'abaissement du Vif-argent, étant donc insuffisantes, nous avons cherché si l'on pouvoit en trouver quelqu'autre qui pût répresenter les Observations qui ont été faites sur les diverses Montagnes dont on a observé la hauteur sur le niveau de la Mer.

Nous avons consideré pour cet effet, que puisque suivant les expériences de M. Mariotte, l'air renfermé dans un tube se condense à proportion des poids dont il est chargé, & que cette regle ne s'observe pas dans la dilatation de l'air observée sur les Montagnes lorsqu'il est libre, il faut nécessairement que l'air en liberté suive d'autres regles que lorsqu'il est renfermé.

Comme il seroit difficile de déduire cette regle immédiament de quelque cause Physique, parce qu'il faudroit connoître la nature du ressort de l'air, nous avons supposé que cette dilatation se fait dans la raison réciproque du quarré des poids dont il est chargé.

Dans cette supposition, le poids de l'Atmosphere étant au

niveau de la Mer en équilibre à une colonne de Mercure de 28 pouces de hauteur, & à l'élevation de l'air qui répond à une ligne de diminution de Mercure de 63 pieds, comme M. Mariotte l'a déterminé, il suit que lorsque le poids de l'Atmosphere sera diminué de moitié, & que la hauteur du Mercure sera de 14 pouces, l'air sera dilaté quatre fois davantage, & occupera 42 toises : car si l'on fait comme le quarré de 14 est au quarré de 28, c'est-à-dire, comme 1 est à 4; ainsi la dilatation de l'air, lorsqu'il est au niveau de la Mer où une ligne de Mercure répond à 63 pieds de hauteur, est à sa dilatation lorsqu'il n'est chargé que de la moitié du poids de son Atmosphere; on trouvera 42 toises pour la hauteur de l'air, qui répond alors à une ligne de diminution du Mercure, ce qui est le double de celle qui résulte des principes de M. Mariotte.

Suivant cette regle, la hauteur de l'air qui répond à un pouce d'abaissement de Mercure, est de 130 toises,

Celle qui répond	à	2	pouces est de	269
	à	3	pouces de	419
	à	4	pouces de	582
	à	5	pouces de	759
	à	6	pouces de	962
	à	7	pouces de	1173
	à	8	pouces de	1405
	à	9	pouces de	1662
	à	10	pouces de	1947

Toutes ces mesures se trouvent moyennes entre celles de M. Mariotte & les nôtres, dont elles s'écartent d'abord davantage, & se rapprochent ensuite, comme on le peut voir dans la Table que nous avons citée.

En comparant présentement les observations qui ont été faites sur les Montagnes, dont la hauteur est mesurée, avec la regle que nous venons de proposer, nous trouvons que la dilatation qui en résulte n'est pas encore suffisante pour représenter les observations; car dans celle qui fut faite le 12 Mars 1701 sur le haut de la tour de la Massane, on a trouvé qu'à la hauteur de 397 toises, entre le sommet de cette Montagne, &

le lieu où nous faisions nos observations à Collioure sur le bord de la Mer, l'abaissement du Mercure a été de 2 pouces 7[l], au lieu que suivant cette derniére regle, la hauteur de l'air qui répond à cette diminution de Mercure, n'auroit dû être que de 354 toises.

Cette différence est encore plus grande sur la montagne de Bugarach, où nous avons trouvé pour 648 toises 3 pouces 10[l] d'abaissement de Mercure, au lieu que la hauteur de l'air qui répond à cette diminution, n'auroit dû être que de 564 toises.

Sur les montagnes de la Côte & de la Courlande en Auvergne, dont la premiére est élevée de 851 toises sur le niveau de la Mer, & la seconde de 838 toises, on a observé 4 pouces 10[l] de diminution de Mercure, ce qui n'auroit dû donner que 759 toises pour la hauteur de ces Montagnes, c'est-à-dire 79 toises moins que la plus petite, & 91 toises moins que la plus grande.

Sur la montagne de S.t Barthelemy dont la hauteur, suivant nos mesures, est de 1184 toises $\frac{1}{2}$ & suivant celle de M. de Plantade, de 1190 toises, on a trouvé l'abaissement du Mercure, de 6 pouces 11[l] $\frac{2}{3}$, ce qui suivant la derniére regle, auroit dû donner 1168 toises pour la hauteur de cette Montagne, peu différente de celle que l'on a déterminée, quoique toûjours moindre.

Sur la montagne du Mouflet, qui suivant M. de Plantade, est de 1289, on a trouvé l'abaissement du Mercure, de 7 pouces 1[l] $\frac{1}{3}$, ce qui auroit dû donner la hauteur de cette Montagne, de 1200 toises, plus petite de 89 toises que celle que l'on a déterminée.

Sur le Canigou, qui suivant nos mesures, est de 1441 toises, & suivant celles M. de Plantade, de 1454 toises, l'abaissement du Mercure étoit de 7 pouces 11[l] $\frac{1}{2}$, ce qui auroit dû donner la hauteur de cette Montagne, de 1394 toises, plus petite de 47 toises que nous ne l'avions trouvée, & de 60 toises, que suivant M. de Plantade.

Enfin sur le Pic de Ténériffe, qui suivant les mesures du

P. Feuillée, eſt élevé de 2213 toiſes ſur le niveau de la Mer; l'abaiſſement du Mercure y a été trouvé de 10 pouces 7^{l}, ce qui, ſuivant la derniére regle, auroit dû donner 2120 toiſes pour la hauteur de cette Montagne, 93 toiſes moins qu'on ne l'a obſervé.

De ce que nous venons de rapporter, il réſulte que la dilatation de l'air dans l'Atmoſphere, à différents degrés de hauteur, ſe fait encore dans une proportion plus grande que les quarrés des poids dont il eſt chargé, ce qui doit donner la hauteur de l'Atmoſphere beaucoup plus grande qu'on ne l'a crû juſqu'à préſent, puiſque ſuivant cette regle, lorſque l'air ne ſera chargé que du poids d'une ligne de Mercure, l'étenduë qui y répond ſera de 1185450 toiſes, ou plus de 500 lieuës.

Nous n'entreprendrons point ici de donner des cauſes Phyſiques de cette dilatation, & nous nous ſommes contentés de faire voir le rapport qu'il y a de la dilatation réelle de l'air avec celle qui réſulte de diverſes hypotheſes dont les Phyſiciens pourront ſe ſervir dans la ſuite pour expliquer ſes divers effets.

RE'FLE'XIONS

RÉFLEXIONS SUR LE TIRAGE DES CHARRETTES ET DES TRAISNEAUX.

Par M. COUPLET.

L'USAGE des Charrettes & des Traîneaux pour transporter de lourds fardeaux est si ancien, qu'il seroit étonnant que ces machines n'eussent point toute la solidité qui leur est nécessaire, & toutes les commodités qu'on en peut attendre. 29 Avril 1733.

Un Traîneau sur un plan horisontal parfaitement dur & poli, sera mû par la moindre puissance, quelle que soit la charge du Traîneau.

Une Charrette dont les rouës seroient parfaitement dures & rondes, dont l'essieu & le moyeu seroient aussi parfaitement durs, polis & centrés, étant sur un plan horisontal parfaitement dur & poli, sera aussi mûë par la moindre puissance, quelle que soit la charge de la Charrette.

Mais il s'en faut beaucoup que les Charrettes, les Traîneaux & les chemins où ils passent, ayent les perfections dont nous venons de parler.

Les rouës des Charrettes ne sont point parfaitement rondes, les cloux de leurs bandes y font même des éminences qui obligent la charrette & sa charge à s'élever; les chemins sont remplis de tant d'éminences & d'orniéres, qu'il faut continuellement monter & descendre, qu'on est obligé d'appliquer aux Charrettes & aux Traîneaux, un nombre considérable de chevaux pour les traîner.

Ce nombre de chevaux ne peut point être déterminé par la charge seule de la voiture, il faut encore avoir égard aux chemins par lesquels elle doit passer.

Le Traîneau demande une troisiéme attention; c'est la longueur des traits du dernier cheval de volée; car nous ferons

voir dans la suite de nos réfléxions, que plus il faudra de chevaux pour le tirage, plus les traits de ce dernier cheval doivent être longs, pour qu'il puisse résister à la charge qu'il auroit à souffrir.

La comparaison de la Charrette & du Traîneau mérite encore quelques attentions.

M. Duquet a présenté il y a quelque temps à l'Académie, un Modelle de Charrette posée sur un chemin incliné, sur lequel il y avoit des inégalités comme il s'en trouve sur un chemin pavé, & cette Charrette tirée par une certaine puissance, n'a pû monter ce chemin incliné.

La même Charrette devenuë Traîneau par la suppression de ses rouës & de son essieu, étant posé sur le même chemin & tiré par la même puissance, a facilement monté le chemin.

L'Auteur fondé sur cette expérience, a prétendu que l'usage du Traîneau étoit préférable à celui des autres voitures portées sur des rouës; mais au lieu de conclure comme il a fait, examinons ce qui est arrivé dans sa propre expérience.

Fig. 1. & 2. 1°. La puissance *P* qui a fait monter le Traîneau, agissoit suivant une direction *FB* (*Fig.* 2e.) presque parallele au plan incliné *CB*, & cette même puissance qui n'a pû faire monter la Charrette, agissoit suivant une direction *AB* (*Fig.* 1re.) inclinée au même plan *CB*.

2°. Le Traîneau n'étant autre chose que la Charrette dont on avoit ôté l'essieu & les rouës, étoit beaucoup plus leger que la Charrette.

L'on avoit donc donné au Traîneau deux avantages sur la Charrette.

1°. On a donné le premier avantage au Traîneau en le tirant suivant la direction la plus avantageuse, sçavoir suivant la direction parallele au plan.

2°. L'on a donné au Traîneau le second avantage sur la Charrette, en le faisant plus leger qu'elle.

Il n'est donc pas étonnant que la même puissance *P*, qui a enlevé le Traîneau, n'ait pû enlever la Charrette.

L'expérience même a fait voir que le Traîneau n'avoit point

d'autres avantages ſur la Charrette, que ceux qu'on lui avoit donnés; car ayant ôté au Traîneau le ſecond avantage, c'eſt-à-dire, l'ayant chargé des rouës & de l'eſſieu pour le rendre auſſi peſant que la Charrette, la puiſſance *P*, qui n'a pû monter la Charrette, & qui avoit monté le Traîneau ſans être chargé des rouës & de l'eſſieu, n'a pû monter le Traîneau lorſqu'il en a été chargé, quoique le Traîneau eût encore ſur la Charrette le premier avantage, qui eſt celui de la direction du tirage.

Si l'on eſt obligé de convenir que dans les chemins pavés le Traîneau a un avantage réel ſur la Charrette, en ce que le Traîneau gliſſe ſur le pavé comme ſur un plan, au lieu que la Charrette a ſouvent ſes rouës enfoncées entre deux pavés, & eſt par conſéquent obligée de monter comme ſur un plan *ED*, perpendiculaire au rayon *AF*, & par conſéquent plus roide que le plan général du pavé *FGHI*, que le Traîneau toucheroit en ces ſeuls points.

Il faut auſſi avoüer que la Charrette a un autre avantage ſur le Traîneau, en ce que le frottement de l'eſſieu de la Charrette dans le moyeu de ſes rouës eſt moindre, & plus facile à vaincre que le frottement du Traîneau ſur le pavé. Fig. 1. & 2.

1°. Le frottement dans le moyeu des rouës eſt moindre, parce que la ſurface frottante eſt plus petite, & qu'elle peut être enduite de graiſſe qui fait l'office de rouleaux entre le moyeu & l'eſſieu, ce que l'on ne ſçauroit faire dans le Traîneau ſimple.

2°. Le frottement de l'eſſieu dans le moyeu eſt plus facile à vaincre que celui du Traîneau ſur le pavé, quand même les frottemens ſeroient les mêmes, car on n'a aucun levier pour vaincre le frottement du Traîneau contre le pavé, & l'on a preſque tout le rayon de la rouë pour vaincre le frottement qui ſe fait dans le moyeu; de ſorte que la tenacité du frottement eſt à la force qui peut le vaincre, étant appliquée à la circonférence de la rouë comme le rayon de l'eſſieu eſt au rayon de la rouë.

Cet avantage eſt ſi conſidérable, qu'il compenſe de reſte les deſavantages que trouve la charrette dans l'inégalité du pavé.

L'on voit tous les jours des charrettes attelées de trois

chevaux, porter autant de pierres qu'un traîneau attelé de ſept à huit chevaux.

Lorſqu'on a tranſporté par tronçon les Figures qui ſont au-deſſus d'un des portails de S.t Sulpice, on l'a fait ſur un traîneau attelé de 10 à 12 chevaux; cependant il n'y avoit ſur le traîneau que deux tronçons, qui vrai-ſemblablement avoient chacun été apportés en charrette chés le Sculpteur; l'on pourroit même aſſûrer que le Sculpteur a perdu plus d'un quart de la pierre, en ſorte que l'une des deux pierres apportées de la carriére, peſoit les deux tiers de ce qu'il y avoit ſur le traîneau, puiſque le traîneau n'étoit chargé que du poids d'une $+\frac{1}{2}$ de ces pierres, ou 6 quarts, & que la charrette en avoit apporté une entiére, ou 4 quarts.

Cependant l'on ne voit preſque jamais dans Paris plus de trois chevaux ſur une charrette chargée de pierres.

Une charrette attelée de trois chevaux a donc apporté auſſi peſant que les deux tiers de la charge d'un traîneau attelé de dix à douze chevaux; d'où il ſuit que trois chevaux tirent en charrette auſſi peſant que les deux tiers de 10 à 12 chevaux, c'eſt-à-dire, auſſi peſant que 7 à 8 chevaux attelés ſur un traîneau.

Un ſi grand avantage de la charrette ſur le traîneau pourroit paſſer pour un paradoxe, ſi la charrette n'avoit d'autres avantages ſur le traîneau que la facilité de vaincre ſes frottements.

L'on eſt aſſés porté à croire que cet avantage eſt compenſé & détruit par les difficultés que la charrette trouve à paſſer par deſſus les éminences du pavé, mais cette difficulté même qu'elle trouve dans ſon chemin, ſe compenſe en partie par les avantages qui la ſuivent.

Fig. 1. Si la charrette trouve quelques difficultés à monter l'éminence *F* d'un pavé, elle trouve enſuite de la facilité à deſcendre de l'autre côté du pavé, elle acquiert même en le deſcendant par ſon propre poids, une force capable de lui faire monter une partie de l'éminence du pavé ſuivant, & cette force acquiſe, aidée de la puiſſance moyenne des chevaux,

suffira pour monter ce pavé en entier, quoique cette puissance moyenne des chevaux ne soit point seule capable de lui faire monter ce pavé ; ainsi une charrette en repos, prête à monter l'éminence d'un pavé, ayant reçû, pour la mettre en mouvement, un coup de colier plus vif que la force moyenne des chevaux, n'a plus besoin dans la suite que de cette force moyenne pour continuer son mouvement; la charrette trouve donc souvent des avantages dans les difficultés mêmes qu'elle rencontre, ce qui n'arrive point dans le traîneau, qui a besoin d'une puissance presque toûjours égale à celle qui a commencé à le mouvoir.

C'est donc une erreur de dire que le traîneau est plus avantageux que les voitures *ordinaires*.

Je ne prétends pas cependant détruire les avantages du traîneau, je sçais qu'il en a de réels, mais ces avantages ne consistent pas dans la facilité du transport des marchandises; ils consistent seulement dans leur sûreté.

Quantité de corps arrivent sans accident au lieu de leur destination, qui ne pourroient soûtenir les cahots d'une charrette.

D'ailleurs le traîneau, comme plus bas, est plus facile à charger & à décharger; aussi, après la lecture que j'ai faite à l'Académie de ce Mémoire, M. Duquet m'a-t-il dit que le principal objet qu'il avoit envisagé, en proposant l'usage du traîneau, étoit de transporter des personnes incommodées.

J'ai encore remarqué dans le transport des Figures de S.t Sulpice sur un traîneau, que le dernier cheval de volée étoit extrêmement fatigué, & qu'il auroit été hors d'état de faire une traite un peu longue, attendu que ses traits étoient trop courts, & qu'il résultoit de la résistance du traîneau & de la puissance des premiers chevaux de volée une charge trop considérable sur le dernier.

Les réfléxions que j'ai faites à l'occasion de ce Traîneau que j'ai comparé à la charrette, m'ont engagé à faire quelques remarques sur le Tirage des chevaux attelés, soit à une charrette, soit à un traîneau.

Du Tirage des chevaux attelés à une Charrette.

Le tirage d'un cheval se fait de son poitrail, directement à l'essieu de la charrette ; l'essieu engagé dans les moyeux des rouës les pousse en avant par l'intérieur de leur moyeu, & les oblige à tourner, & par conséquent à parcourir un espace égal au chemin circulaire que fait un point quelconque de la circonférence de la rouë autour de son essieu.

Fig. 3. Le rayon *AN* de la rouë, qui porte sur le sol, peut donc être regardé comme un levier ; le point *N* ou *B* du sol où porte le rayon, ou contre lequel ce rayon arc-boute, peut être regardé comme l'appui du levier, & le centre *A* de la rouë, comme le point où est appliquée la puissance *P*.

Si la rouë ne portoit jamais que sur un rayon vertical *AN*, il est évident qu'un tirage infiniment peu puissant la feroit tourner, & feroit par conséquent marcher la charrette sur un plan horisontal dur & poli.

Si la rouë porte sur plusieurs rayons, comme il arrive quand elle enfonce dans le terrein sur lequel elle roule, ou qu'elle se trouve sur un sol inégal tel que le pavé, il y a toûjours des rayons qui portent avant d'être arrivé au vertical ; le point *B* où porte ce rayon oblique *AB*, doit être consideré comme l'appui, & pour lors le plan naturel du chemin *FL* se trouve dans ce point *B* transformé dans le plan *GH*, perpendiculaire au rayon d'appui *AB*, la perpendiculaire *BM* tirée de cet appui *B* sur le tirage *AD*, comme le levier employe à faire tourner la rouë, & la perpendiculaire *BC*, tirée de ce même point d'appui *B* sur la verticale *AN*, qui passe par le centre *A* de l'essieu, comme le levier où est appliquée la charge de la voiture.

Or, plus un bras de levier est long, plus la puissance qui lui est appliquée a d'avantage ; il faut donc, autant qu'il est possible, conserver la longueur du bras de levier auquel le tirage est appliqué.

Mais ce bras de levier où est appliqué le tirage ne peut jamais être plus grand que le rayon de la rouë ; il faut donc

faire en ſorte que le tirage ſoit perpendiculaire au rayon qui arc-boute ſur le terrein.

Comme le rayon *AB* qui arc-boute ſur le terrein eſt toûjours incliné vers le derriére de la voiture, le tirage (pour être le plus avantageux) devroit être oblique à l'horiſon, comme, ſuivant *AI* perpendiculaire au rayon *AB*, c'eſt-à-dire, que le poitrail du limonier devroit être plus élevé que l'eſſieu, ou que le centre *A* de la rouë.

Mais comme le poitrail d'un cheval eſt d'environ 3 pieds $\frac{1}{2}$ de haut, il ſembleroit que les rouës qui auroient moins que trois pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, ſeroient plus avantageuſes que de plus grandes rouës.

Cependant plus les rouës ſont grandes & plus elles ont d'avantage, car l'on voit que dans les rouës dont les rayons *AB*, *CB*, ſont différents, le levier *FB* de la plus grande qui eſt employé dans le tirage *CD*, eſt plus grand que le levier *AB* de la petite rouë qui eſt employé dans le tirage *AD*, pris du même point *D*, & avec la même puiſſance *P*, il faut donc faire les rouës les plus grandes que l'on pourra, & conſerver en même temps, autant qu'il ſera poſſible, la longueur du levier du tirage. Fig. 4.

Si la longueur du tirage eſt déterminée, comme il l'eſt ordinairement par la longueur des charrettes, ou plûtôt par la diſtance qui ſe trouve entre l'eſſieu & le bout des limons, la hauteur des rouës pour être la plus avantageuſe qu'il eſt poſſible, doit être telle que le tirage ſe faſſe de haut en bas ſous un angle de 45°, comme il eſt facile de le démonter.

THEOREME I.

La longueur du tirage étant déterminée, comme pour exemple de la longueur du cordage AB, *dont on veut ſe ſervir le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible pour faire effort ſur le levier* AC, *il faudroit que la direction du tirage ſe fît ſous un angle* CAB *de 45.°* Fig. 5.

Quoique cette propoſition ſoit connuë, comme elle vient

au sujet present, je ne laisserai pas d'en rapporter la démonstration le plus en abregé qu'il sera possible.

Dans quelque position que se trouve le cordage *AB*, entre les côtés de l'angle droit *ACB*, le milieu *F* de ce cordage sera toûjours éloigné du sommet *C* de cet angle de la quantité $BF = \frac{AB}{2}$; car si du milieu *F* du cordage l'on abaisse *FG* perpendiculaire sur *CB*, elle la coupera en deux également, ce qui donnera $CF = FB = \frac{AB}{2}$.

Puisque le point *F*, milieu du cordage *AB*, est toûjours à une même distance du point *C*, il s'ensuit que ce point *F* décrira un arc de cercle, si l'on fait glisser les deux extrémités du cordage *A* & *B* le long des côtés *AC*, *CB*, de l'angle droit *ACB*, en tenant ce cordage *AB* toûjours tendu.

Il suit aussi que l'angle *BAC* étant de 45°, la ligne *CF*, moitié de *AB*, sera perpendiculaire sur *AB*.

Ainsi la corde *AB* faisant un angle *CAB* de 45°, aura un levier *CF* égal à sa moitié $\frac{AB}{2}$.

Mais si le cordage *AB* prenoit la situation aβ, dans laquelle il ne seroit point incliné de 45°, la droite *CF*, qui étoit levier dans le premier cas, tombera en *C*ϕ.

Or, *C*ϕ étant oblique sur le cordage, aβ ne sera plus le levier employé, mais ce sera la perpendiculaire *CQ*, tirée du point *C* sur ce même cordage aβ, laquelle sera plus courte que l'oblique *C*ϕ, & par conséquent plus courte que $\phi\beta$ ou *FB*, qui sont chacune moitié de leur corde *AB*, ou son égal aβ.

Donc, quand la corde aβ fait un angle $Q\beta C$, moindre de 45°, le levier *CQ* de cette corde est plus court que sa moitié $= CF$, au lieu que quand l'angle est de 45°, le levier que cette corde employe est égal à sa moitié, c'est-à-dire, $= CF$.

Donc, la corde doit être inclinée de 45°, pour avoir le plus grand levier qu'il est possible; mais cette théorie ne peut point s'appliquer au tirage des Charrettes, comme nous le voyons dans le Theoreme suivant.

THEOREME

THEOREME II.

En supposant, comme nous avons fait, la hauteur du poitrail d'un cheval de 3 pieds $\frac{1}{2}$, & donnant 6 pieds de place horisontale pour le limonier, si le tirage AP *étoit incliné de haut en bas sous un angle* CAM *de 45°, pour lors le rayon* AC *des rouës seroit de la hauteur* PD *ou* BC *du poitrail du limonier, plus de la distance* AP *de l'essieu* A *au bout* P *des limons multiplié par* $\sqrt{\frac{1}{2}}$. Fig. 6.

Car le rayon $AC = BC + AB$.

Mais AB *étant le côté du triangle rectangle & isoscele,* ABP *est* $= AP \times \sqrt{\frac{1}{2}}$, *car* $AP^2 = AB^2 + BP^2 = 2AB^2$.

Ainsi $AB^2 = \frac{1}{2} \times AP^2$, *& tirant la racine quarrée, l'on aura* $AB = AP \times \sqrt{\frac{1}{2}}$.

DANS CE CAS

1.° Le cheval seroit incommodé par le tirage de haut en bas.

2.° La caisse de la charrette seroit beaucoup moins longue que le diametre de ses rouës.

Car la distance *AP* de l'essieu *A* au bout *P* des limons réduite à l'horisontale, seroit $PB = AB$, qui est plus court que *AC* de la hauteur *BC* du poitrail du cheval, laquelle nous avons supposée de 3 pieds $\frac{1}{2}$.

Et comme le cheval doit être commodément dans les limons, les limons doivent saillir d'environ 6 pieds au de-là de la caisse de la charrette; ainsi prenant $PE = EF = bG$ de 6 pieds pour la place du limonier dans les limons, pour lors $EB = FG = AG$ seroit la demi-longueur de la caisse de la charrette réduite à l'horisontale.

Et par conséquent le rayon *AC* de la rouë surpasseroit la demi-longueur *AG* de la caisse de la grandeur $CB + BG = CB + PE = 3$ pieds $\frac{1}{2} + 6$ pieds $= 9$ pieds $\frac{1}{2}$.

D'où il suit que le diametre de la rouë surpasseroit la longueur de la caisse de 19 pieds.

Ainsi, faisant le diametre de la rouë de 19 pieds, il ne se trouveroit point de caisse à la charrette, & par conséquent

des rouës d'une grandeur démesurée, comme de 25 pieds de diametre ne pourroient admettre qu'une caisse de six pieds de longueur, ce qui formeroit une charrette, qui seroit tout à la fois fort pesante, fort petite, & impraticable; car,

3.° De si grandes rouës demanderoient des essieux fort longs, pour que la charrette ne soit point trop exposée à verser, elles demanderoient encore de fort longs moyeux pour ne point vaciller sur l'essieu.

4.° L'essieu étant fort long, & la charrette fort élevée, la voiture non seulement ne pourroit pas entrer dans les portes ordinaires des maisons, mais encore par les portes des villes, outre que les charriéres ordinaires ne lui pourroient pas servir.

Les charrettes les plus avantageuses pour le tirage, & pour la commodité, ne sont donc pas celles dont les rouës sont les plus hautes, & où le tirage donné de longueur tire suivant la direction la plus avantageuse; il faut tout combiner dans la construction d'un instrument dont l'usage est frequent, l'on a non seulement égard à la conservation, & à la commodité des animaux qu'on employe, mais encore au coût, & à la solidité de la voiture.

C'est pourquoi, sans avoir égard aux raisons Géométriques qui peuvent donner un avantage d'une voiture sur une autre, l'usage n'a donné que six à sept pieds de diametre aux plus grandes rouës; par là, le poitrail du cheval se trouve un peu au-dessus du centre de l'essieu, & par conséquent le tirage a pour levier presque tout le rayon de la rouë.

AVERTISSEMENT.

Dans l'examen que je ferai du tirage de la charrette & du traîneau, je supposerai le poitrail du cheval de même hauteur que l'essieu; & par conséquent, je supposerai toûjours le tirage parallele au sol.

PROBLEME I.

Fig. 3. *Le Rayon* AN, *& la charge* p *d'une rouë estant donnée avec la hauteur* BE *d'une éminence, par-dessus laquelle elle*

doit passer, déterminer quelle force P, *faisant l'horisontale* AD, *il faut appliquer à cette rouë, pour la faire passer par-dessus l'éminence* BE*!*

SOLUTION.

Du centre A de la rouë soit tirée la verticale AN, & l'horisontale AD, du point B, de l'éminence contre lequel la rouë est arcboutée, soient tirées la verticale BM & l'horisontale BC ; MBC sera un levier coudé, B l'appui de ce levier, BM le bras de la puissance horisontale appliquée à la rouë, & BC le bras de la charge de la rouë.

Soit maintenant la charge de la voiture ou de la rouë $= p$.
Le rayon AN ou AB de la rouë . . . . $= a$.
La hauteur du point B contre lequel arcboute la rouë $= b$.
La puissance P du tirage horisontal . . . . $= x$.

L'on aura BM ou $AC = a - b$, & $\overline{BM}^2 = aa - 2ab + bb$, BC ou $MA = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{aa - aa + 2ab - bb} = \sqrt{2ab - bb}$.

Mais les puissances p, x étant en équilibre, sont entre-elles en raison réciproque de leurs bras BC, MB, ou de leur distance à l'appui B.

L'on aura donc cette analogie, $MB : BC :: p : x$, c'est-à-dire, $a - b : \sqrt{2ab - bb} :: p : x$.

Donc $x = p = \frac{\sqrt{2ab - bb}}{a - b} = \frac{\sqrt{2abpp - bbpp}}{a - b} = \frac{\sqrt{\overline{2a - b} \times bpp}}{a - b}$.

Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE.

Si une autre rouë, dont le rayon est A, chargée du même poids p, rencontroit le même obstacle dont la hauteur est b, appellant X le tirage horisontal des chevaux, l'on auroit par le Probleme précédent

$$X = \frac{\sqrt{\overline{2A - b} \times bpp}}{A - b}.$$

Mais nous avons trouvé dans le Probleme précédent

$$x = \frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp}}{a-b}.$$

Donc $X : x :: \frac{\sqrt{\overline{2A-b} \times bpp}}{A-b} : \frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp}}{a-b}$

$:: \frac{\sqrt{2A-b}}{A-b} : \frac{\sqrt{2a-b}}{a-b}.$

C'est-à-dire, que les puissances qu'il faut appliquer à differentes rouës également chargées, pour surmonter un même obstacle, sont en raison composée de la directe des racines des différences qui se trouvent entre les diametres des rouës & la hauteur de l'obstacle, & de l'inverse des differences qui se trouvent entre les rayons de ces rouës, & la hauteur du même obstacle.

Application du Probleme.

Soit le poids de la charrette, ou. . . . $p = 4000$.
le rayon de la rouë, ou. . . . . $a = 36$ pouces.
la hauteur du point B contre lequel arcboute
la rouë, ou. . . . . $b = 6$ pouces,

$$\begin{array}{lrcr} \text{L'on aura} & pp & = & 16000000. \\ & bpp & = & 96000000. \\ \hline & \overline{2a-b} & = & 66. \\ & \overline{2a-b} \times bpp & = & 6336000000. \\ \& & \sqrt{\overline{2a-b} \times bpp} & = & 79599. \\ \hline & a-b & = & 30. \end{array}$$

& $\frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp}}{a-b} = x$, qui est l'effort horisontal requis $= 2653 \frac{3}{10}$.

Si l'on suppose avec M. de la Hire, page 153 & suiv. des Mémoires de l'Academie, de l'année 1699, qu'un homme

tire dans un travail continuel, avec une force de 27 livres, pour lors admettant avec lui, qu'un cheval tire autant que 7 hommes, il tirera avec 189 livres de force, ou environ, 200 livres.

Donc, si l'on divise par 189 ou 200, la puissance motrice horisontale, 2653 $\frac{3}{10}$, que nous venons de trouver qu'il est nécessaire pour faire mouvoir la charrette, le quotient qui est de 13 à 14, exprimera qu'il faudroit 13 à 14 chevaux pour surmonter l'obstacle proposé de 6 pouces de hauteur, avec une charge de quatre milliers.

Mais comme dans un obstacle accidentel les chevaux sont capables d'un effort au moins quadruple de celui qu'ils sont capables d'employer dans un travail continuel, l'on voit qu'avec 3 à 4 chevaux, la charrette surmontera l'obstacle proposé.

REMARQUE.

Nous avons jusqu'à présent consideré la charge entiére de la charrette, comme portée sur une seule rouë; cependant comme elle est portée sur deux rouës dans ces sortes de voitures, & que par conséquent chaque rouë ne porte que la moitié de la charge totale, chaque rouë pourra donc surmonter au moins deux fois plus facilement les obstacles qui se présenteront, surtout en profitant de la longueur des limons que l'on pourra employer, comme levier pour rabattre de côté & d'autre, ce qui se fait en calant une rouë pour l'empêcher de reculer, dans le temps que l'autre surmonte l'obstacle, après-quoi ayant acoré ou calé la rouë montée, pour l'empêcher de redescendre, l'on fait monter l'autre rouë à son tour, en rabattant les limons sur la rouë la premiére montée, ce qui facilite beaucoup; ensorte qu'avec deux chevaux, l'on peut par ce moyen surmonter des obstacles que le double de chevaux ne surmonteroit qu'à peine, en faisant leur tirage direct.

Si l'on se servoit de chariots, les rouës fatigueroient de moitié moins que celles des charrettes, & les chevaux du timon fatigueroient beaucoup moins que les limoniers des charrettes.

Il faut encore remarquer que des rouës qui ne sont point rondes, font le même effet que des éminences qu'il faudroit

monter; car les rouës n'étant point rondes, la voiture & sa charge sont obligées de s'élever, comme elles s'éleveroient en montant une éminence.

Le défaut de rondeur aux rouës, cause encore un désavantage, qui est que souvent la voiture & ses rouës trouvent moins de résistance à glisser qu'à s'élever, lorsque le plus grand rayon de la rouë approche du sol.

L'essieu même monte dans son moyeu plus qu'à l'ordinaire, & retombe brusquement lorsque la résistance de la voiture diminuë considérablement, & cette chute, jointe à la vacillation de l'essieu dans son moyeu, cause souvent la rupture de l'essieu ou des rouës, & même de tous les deux ensemble.

Fig. 7. Nous avons dit, qu'il faut autant qu'il est possible, que le tirage se fasse perpendiculairement au rayon d'appui de la rouë, sans quoi il y a une force perduë, proportionnément à la quantité dont cette ligne de tirage déclinera, de côté ou d'autre, soit en dessus soit en dessous de cette perpendiculaire, qui passeroit par le centre de la rouë, & qui a pour levier son rayon d'appui, qui est le plus grand levier que l'on puisse employer, comme il est aisé de s'en convaincre.

Car si la ligne de tirage étoit suivant la direction *AD*, parallele au sol *NO*, qui est parallele à la ligne *BE*, qui passe par le point d'appui *B* de l'obstacle à surmonter, l'on voit qu'elle n'auroit pour levier, que la partie *AC* du rayon de la rouë.

De même, si cette ligne de tirage étoit *AE*, elle n'auroit que sa perpendiculaire *BF* pour levier, qui est encore plus petit que celui *AC*, comme il arrive quand il faut que les rouës passent sur quelqu'éminence, ou que l'on double quelque montagne; car dans cet état, le tirage devient oblique comme ici.

Mais si le tirage au lieu d'être suivant les directions *AD*, *AE*, qui n'ont que *AC*, *BF*, pour levier, se faisoit suivant la direction *AG*, perpendiculaire au rayon d'appui *AB* de la rouë qui se trouve avoir un obstacle *B* à surmonter, le tirage auroit pour lors le rayon entier *AB* pour levier, qui est le cas le plus avantageux que l'on puisse avoir, comme on l'a vû ci-devant,

(Fig. 3.) lorſque le tirage *AI* s'eſt fait parallelement au plan *GH*, & perpendiculaire au rayon d'appui *AB*.

Et ſi le tirage ſe faiſoit ſuivant les directions *AH, AI*, également éloignées du tirage *AG*, perpendiculaire au rayon d'appui *AB* de la rouë, ils ſeront tous deux également foibles, puiſque pour lors le tirage *AH* aura ſa perpendiculaire *BL* pour levier, & que le tirage *AI* prolongé, aura ſa perpendiculaire *BM* pour levier, & que *BL, BM*, ſont égaux & plus petits que l'hipotenuſe *AB* des deux triangles rectangles *ALB, AMB*. Fig. 7.

L'on voit que ces deux tirages *AH, AI*, ſont moins avantageux que celui *AG*, mais qu'ils ſont préférables à celui *AD*, & beaucoup plus à celui *AE*.

Enſorte que la différence qui eſt entre les leviers *BF, BM, BL, BA, AC*, chacun perpendiculaire à la direction de ſon tirage *AE, AI, AH, AG, AD*, indique parfaitement le tirage préférable.

De ce que nous venons de dire, l'on voit que les plus grands chevaux limoniers ſont les plus avantageux, puiſqu'ils tirent de plus haut, ayant le poitrail plus élevé que d'autres, & que nous venons de voir, que lorſqu'il y a des orniéres ou des obſtacles *B*, comme dans la Figure 7e, les directions du tirage, comme *AH*, & particuliérement comme *AG*, ſont plus favorables que l'horiſontale *AD*, & encore beaucoup plus que celle *AE*, qui lui eſt inclinée de haut en bas.

L'on voit que les chevaux ſont capables d'un effort beaucoup plus conſiderable que celui que nous leur avons donné ci-devant pour force moyenne, puiſque les charrettes ordinaires attelées de trois chevaux, ménent coûtumiérement ſur le pavé, une charge de pierre de taille d'environ 50 pieds cubiques, & par conſéquent de près de 7 milliers ; & auſſi à Rome, les charrettes montées à l'ordinaire, ſur leurs rouës de 6 pieds de diametre, & attelées d'un ſeul cheval, ménent-elles des charges que l'effort moyen de 200 livres ne pourroit pas ſurmonter, comme nous le voyons à Paris, ſur nos haquets de braſſeur, attelés d'un ſeul cheval grand & fort, ou ſur un charrette chargée à l'ordinaire, d'une demie corde de bois qui eſt d'environ

64 pieds cubiques, & par conséquent de plus de 4 milliers, outre que souvent cette même charrette se trouve chargée encore d'autres marchandises au par-de-là du poids de la charrette même.

Si l'on tenoit les rouës des voitures d'un rayon plus grand que la hauteur du poitrail du limonier, pour lors les fardeaux dont la charrette seroit chargée, seroient sur un plan incliné; & par conséquent tendroient & feroient effort pour glisser & charger le limonier, & glisseroient réellement si on ne les assujettissoit fortement avec des cordages ou des chaînes: mais ces cordages toûjours tendus & forcés, romperoient bien-tôt, & la charge glissant inopinément écraseroit le limonier, surtout dans les descentes.

PROBLEME II.

Fig. 8.

Le nombre de chevaux qu'il faut atteler sur un traîneau, & la hauteur du poitrail du dernier cheval de volée étant donnée avec la charge moyenne d'un cheval, & la hauteur des crochets B *du traîneau, déterminer quelle doit être la longueur des traits de ce dernier cheval de volée, c'est-à-dire, la distance qu'il doit y avoir entre les crochets & la dossiere de ce cheval, pour qu'il n'ait qu'une charge moyenne à supporter?*

SOLUTION.

Le nombre des chevaux qu'il faut atteler sur le traîneau soit . . . . $= m$.

La hauteur AD du poitrail du cheval de volée $= a$.

La hauteur BF ou CD du point B du crochet d'où part le trait au dessus du sol GFD . . . $= b$.

La charge moyenne d'un cheval . . . . . . $= p$.

La longueur AB du trait du dernier cheval de volée . . . . $= x$.

L'on aura AC . . . . $= a - b$.

$$BC = \sqrt{xx - aa + 2ab - bb}.$$

Et tirant CE parallele à AB, l'on aura aussi

$$AE = \sqrt{xx - aa + 2ab - bb}.$$

Soit

Soit f. le tirage d'un cheval.

mf ſera le tirage du nombre m de chevaux.

Mais BE étant un parallelogramme, & le tirage des chevaux ſe faiſant ſuivant ſon côté AE, la réſiſtance du traîneau ſuivant AB, & la réſultante de ces deux puiſſances, qui eſt la charge de ce dernier cheval de volée, ſe faiſant ſuivant la diagonale AC, ces trois forces doivent être entr'elles comme les côtés AB, $AE = BC$, & la diagonale AC du parallelogramme BE, ou comme les trois côtés AB, BC, AC, du triangle rectangle ACB.

Ce qui donnera cette analogie $mf : p :: AE : AC$, c'eſt-à-dire, $mf : p :: \sqrt{xx - aa + 2ab - bb} : a - b$.

Donc $\frac{mf \times \overline{a-b}}{p} = \sqrt{xx - aa + 2ab - bb}$.

Quarrant chaque membre, l'on aura $\frac{mmff \times \overline{a-b}^2}{pp} = xx - aa + 2ab - bb$.

Tranſportant $-aa + 2ab - bb$, l'on aura $\frac{mmff \times \overline{a-b}^2}{pp} + aa - 2ab + bb = xx$.

Ou bien $\frac{mmff \times \overline{a-b}^2}{pp} + \overline{a-b}^2 = xx$.

Et donnant même dénominateur au premier membre, l'on aura $\frac{mmff \times \overline{a-b}^2 + pp \times \overline{a-b}^2}{pp} = xx$, c'eſt-à-dire, $\frac{\overline{mmff+pp} \times \overline{a-b}^2}{pp} = xx$.

Tirant la racine quarrée de chaque membre, l'on aura $\sqrt{mmff+pp} \times \frac{a-b}{p} = x$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Application du Probleme.

Soit le nombre m des chevaux. . . $=$ 10
Le tirage f d'un cheval. . . . . . $=$ 200
La charge moyenne p d'un cheval. . $=$ 300
La hauteur a du poitrail d'un cheval. $=$ 3 pieds $\frac{1}{2}$
La hauteur b du crochet . . . . . $=$ 6 pouces ou $\frac{1}{2}$ pied.

L'on aura mm . . . . $=$ 100.
ff . . . . $=$ 40000.

Donc $mmff$. . . . . $=$ 4000000.
pp . . . . $=$ 90000.

Donc $mmff + pp$. . . . . $=$ 4090000.
Et $\sqrt{mmff + pp}$ . . . . $=$ 2022.

Mais $a - b$ . . . . $=$ 3 pieds.

Donc $\sqrt{mmff + pp} \times \overline{a - b}$ $=$ 6066.

Enfin $\frac{\sqrt{mmff + pp} \times \overline{a - b}}{p}$ . . . $=$ 20 pieds $\frac{1}{5}$.

C'eſt-à-dire, que le dernier cheval de volée doit avoir ſes traits de 20 pieds $\frac{1}{5}$ pour n'être chargé que de 300 livres, qui eſt celle que nous avons pris pour charge moyenne.

Le même probleme, ou plûtôt ſa réſolution, ſervira à déterminer la charge du dernier cheval de volée, quand la longueur de ſes traits ſera donnée, le nombre des chevaux attelés ſur le traîneau auſſi donné, avec la hauteur du poitrail ou du tirage, & la hauteur des crochets du traîneau, comme auſſi le nombre des chevaux qu'il convient de mettre ſur un traîneau étant donné, la longueur des traits du dernier cheval de volée ſera toûjours déterminée, ſelon les différentes charges que l'on voudra lui faire ſupporter.

Car nous ſervant des expreſſions du Probleme précédent, nous aurons, comme dans ce Probleme,

$$mf : p :: \sqrt{xx - aa + 2ab - bb} : \overline{a - b}.$$

D'où l'on tire la charge $p = \frac{mf \times \overline{a-b}}{\sqrt{xx - aa + 2ab - bb}}$

$= \frac{mf \times \overline{a-b}}{\sqrt{\overline{x+a-b} \times \overline{x-a+b}}}$.

Comme la longueur x des traits eſt ſuppoſée connuë, & qu'il n'y a que la charge p d'inconnuë, le ſecond membre de cette équation eſt connu, & par conſéquent, la valeur de la charge p eſt trouvée.

Il eſt évident, que moins x ſera grand, & plus la valeur de p ſera grande; c'eſt-à-dire, que moins la longueur des traits du dernier cheval de volée ſera grande, plus la charge de ce cheval ſera conſidérable.

Si l'on étoit obligé d'employer un trop grand nombre de chevaux pour enlever le traîneau, les traits du dernier cheval de volée ſe trouveroient exceſſivement longs, & cauſeroient par conſéquent un embarras au moindre détour, & le tirage deviendroit impoſſible, pour peu que le détour fût conſidérable.

Il y a un moyen facile d'éviter cet inconvénient; c'eſt d'atteler tous les chevaux ſur une charrette, ou ſur ce que les Charpentiers appellent un diable, & d'attacher le traîneau à l'eſſieu de la charrette; car ſi l'on étoit obligé de ſe ſervir de traits trop courts, le dernier cheval de volée ſeroit hors d'état de ſoutenir la charge réſultante de la réſiſtance du traîneau & du tirage des chevaux de volée.

L'on pourroit encore, ſi le terrein le permettoit, mettre tous les chevaux de front, & dans ce cas, ils ſeroient tous chargés également; mais le moyen ſeroit difficile, ou du moins ſeroit très-embarraſſant quand il y auroit un nombre conſidérable de chevaux à employer.

Un autre moyen, ſeroit de tenir les crochets du traîneau, auſſi élevés que le poitrail des chevaux : dans ce cas, on les atteleroit à l'ordinaire, ſans que le dernier cheval de volée fatiguât plus que les autres; mais cette élévation des crochets,

donneroit un levier égal à toute cette élevation, qui dans les tournants, feroit renverser le traîneau que l'on n'employe cependant que pour que sa charge soit plus en sûreté que dans une autre voiture : donc, les crochets trop élevés ne doivent point être employés. Il est vrai que si l'on n'avoit qu'une droite route à parcourir, ces crochets élevés, ou ces mats antés sur le devant du traîneau, se pourroient employer; mais ces mats ne conviennent que sur un fluide.

Nous venons de voir que dans les traîneaux, les traits les plus longs sont ceux qui soulagent davantage le dernier cheval de volée, de la charge que les chevaux de la volée entiére lui feroient souffrir. De même, les limons les plus longs sont les plus avantageux pour le soulagement du limonier : mais de si longs limons ne peuvent avoir lieu dans la plûpart des lieux habités où le tournant & la largeur des ruës leur donnent des bornes absoluës.

J'ai dit que les moyeux devoient être fort longs pour empêcher que la rouë ne balotte sur son essieu; mais cette longueur fait encore que les moyeux & l'essieu s'usent moins, puisque le frottement se fait sentir sur une plus grande surface. Il convient encore que les moyeux soient fort épais, parce que la saillie de ses rayes en devient d'autant plus courte, & par conséquent plus renforcée. Une attention qui est encore nécessaire, est que les semelles dans lesquelles s'encastre l'essieu, soient fort épaisses, parce que la rouë, ou l'essieu, se cassant, ces semelles serviront d'appui au corps de la charrette, & garantiront les jambes du limonier, qui pourroient se trouver dessous les limons dans cet accident.

Fig. 9. Les rouës des voitures, en se cassant, se plient ordinairement en-dessous.

Je vais examiner pourquoi cette rupture se fait de cette maniére

Soit une rouë quelconque, dont le centre est en *A*, par lequel passe l'essieu.

Selon la construction commune à toutes les rouës; ce centre *A*, est le sommet d'un cône droit dont la base est formée par

un plan circulaire, terminé par la bande qui recouvre les jantes, & dans la ſurface duquel cône paſſent tous les rayes qui s'écartent en dehors dans la figure conique.

Dans cet état, chaque raye venant à ſon tour chercher ſon appui ſur le ſol que la rouë parcourt, il ſe trouveroit incliné ſur lui dans la direction *AG*, qui n'eſt point la plus avantageuſe qu'elle puiſſe avoir.

Mais pour y remédier; c'eſt-à-dire, pour que chaque raye ſe trouve vertical ſur le ſol, comme *AB*, l'on fait l'eſſieu coudé ou cambré en deſſous dans la longueur du moyeu ſeulement, de maniére que ce cambre rachette l'écu de la rouë; c'eſt-à-dire cette ſaillie que les rayons de la rouë ont en dehors, ſuivant la conſtruction de la rouë, en ſorte que par ce mécaniſme, le raye *AB* ſe trouve vertical ſur le ſol où il doit avoir ſon appui, qui eſt la direction la plus avantageuſe pour qu'il réſiſte plus facilement à ſa charge.

Mais ſi l'eſſieu eſt trop aiſé dans ſon moyeu, la rouë vacillera continuellement, & le raye qui rencontrera le ſol, au lieu de s'y trouver vertical ſelon *AB*, s'y trouvera incliné ou ſuivant *AC*, ou ſuivant *AG*.

Il eſt évident que plus cette inclinaiſon du raye *AB*, tranſformée en celui *AC*, ſera conſidérable, plus le raye ſera facile à rompre, & qu'il ſe rompra de ce côté-là.

Car ſi de l'extrêmité *C* du raye incliné *AC*, l'on éleve la verticale *CE*, & que du centre *A* de la rouë qui eſt le point de rencontre de tous les rayes, l'on méne l'horiſontale *AE*, perpendiculaire ſur cette verticale *CE*; pour lors la verticale *CE* exprimant la charge que la rouë *A* reçoit, l'horiſontale *AE*, ou ſon égale *BC*, exprimera le levier que cette même charge employe pour rompre le raye *AC*, d'où il réſultera un momentum de *AE*, multiplié par *EC*, qui fera effort ſuivant la direction *EC*, pour rompre *AC*. Donc la rouë ſe doit rompre en deſſous de la charrette: ſi au contraire les rayes étoient dans les directions inclinées *AG*, *AF* dans les deux rouës de la charrette, ſes rayes ſe contrebutteroient & ne pourroient point caſſer, à moins qu'il n'arrivât un cas extraordinaire.

Donc lorsqu'une rouë casse, ce doit être plus ordinairement lorsque le raye de l'une est perpendiculaire comme *AH* sur le sol, dans le temps que le raye de l'autre rouë est incliné comme *AC*, parce que pour lors, la charge que la rouë supporte, employera le levier *AE* pour rompre le raye *AC*, avec d'autant plus de facilité que l'essieu *AA* présente dans cet état un plan incliné *AA*, sur lequel le centre de gravité de la charge entiére de la charrette, se trouvera d'autant plus porté sur le raye *AC* que son inclinaison sera grande, sur-tout si le sol est encore incliné de ce côté-là, & dans la rupture du raye *AC*, le raye *AH* se transformera en celui *AF* en contrebuttant.

L'on voit qu'attendu l'assemblage des jantes à tenon & mortoise, & les bandes de fer qui les retiennent dans la forme circulaire qu'elles doivent avoir, le raye *AC* ne cassera point que les autres rayes ne cédent, ni même que quelque jante ne se détruise, soit en s'éclatant ou se fendant, soit en rompant leur tenon, & en même temps que quelque bande ne se détache absolument, puisque toutes les parties quelconques de la rouë, tendent ensemble à leur conservation mutuelle, & qu'une partie ne peut pas se détruire que la rouë ne change de forme, & ne sorte de la surface d'un cône droit, dans laquelle tous les rayes sont placés; d'où l'on voit que cette forme conique est avantageuse, & que par conséquent la force & le grand nombre des rayes sont également nécessaires, pour avec leurs jantes bien assemblées & bandées, & leur moyeu renforcé, conserver à la rouë sa forme & sa résistance, & que sur-tout aux charrettes qui sont destinées à voiturer de lourds fardeaux, l'on ne peut faire les moyeux trop gros ni trop longs, puisque sans se trouver trop affoiblis, ils pourront recevoir autant de mortoises que l'on voudra mettre de rayes, qui se trouveront d'autant moins saillants, & par conséquent d'autant plus renforcés que le moyeu sera gros, outre que ce n'est point par l'affoiblissement que ces mortoises causent au moyeu que la rouë périt, puisque surtout quand le moyeu est long, on peut l'armer de bandes de fer (que l'on nomme frettes) autant & aussi fortes que l'on voudra, de sorte que si la rouë périt, c'est plûtôt par

les jantes qui étant mortoisées tout à travers pour recevoir les tenons des rayes, se fendent & s'éclatent.

Quoique les jantes n'ayent pas besoin d'une épaisseur considérable, cependant il leur en faut donner une d'autant plus grande que les tenons des rayes seront plus forts.

Il faut encore avoir attention que les jantes soient faites de courbes naturelles, afin que leurs fibres ne soient point coupées, comme aussi de n'y laisser aucun obié; car si l'obié est dans la partie concave de la gente, le tenon du raye fera éclater l'obié, & ce raye sera comme inutile : si au contraire l'obié est dans la partie convexe de la jante, les bandes, & particuliérement les bouts des bandes seront forcés par la charge à entrer dans la jante, & la rouë perdant sa rondeur, sera plus difficile à rouler, & ira par sauts & secousses qui contribuëront beaucoup à sa destruction entiére, & à casser la bande qui porteroit à faux.

SCHOLIE.

L'écu des rouës; c'est-à-dire cette forme de section conique, porte avec elle plusieurs avantages.

1.° Ces rouës qui dans les carosses & dans les chaises roulent ordinairement avec vîtesse, ont par leur forme conique; (dont comme nous l'avons déja dit, le sommet est du côté de la caisse) l'avantage par leur direction de jetter leurs éclaboussures plûtôt en dehors que du côté de la caisse.

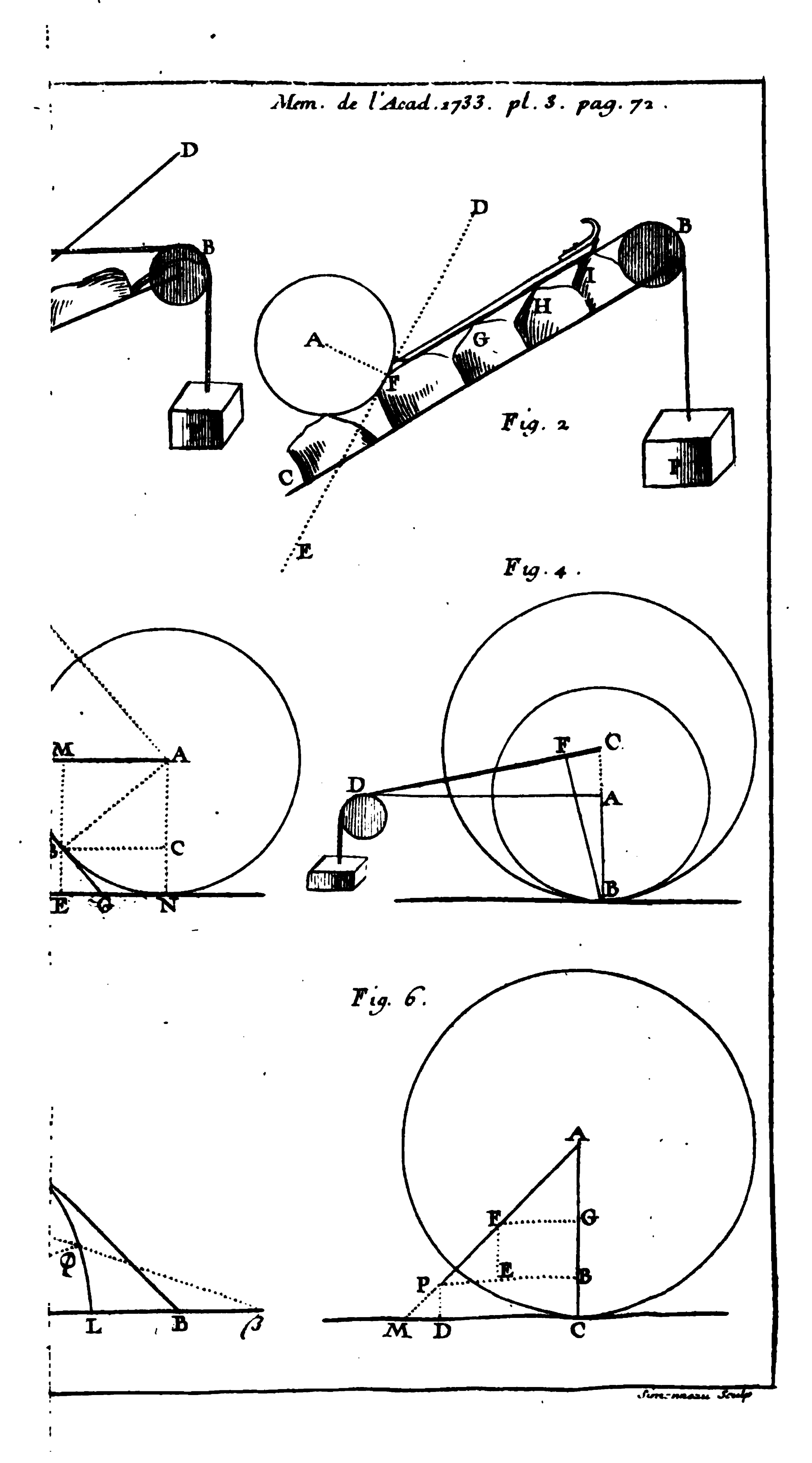
2.° Cette forme de rouë permet par sa saillie en dehors, que la caisse soit renflée vers le siége; ce qui donne à ces voitures une commodité trés-considérable.

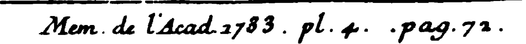
3.° Cette même forme de rouë permet à la caisse les mouvements indispensables qu'elle a sur les côtés par ses oscillations, occasionnées tant par ses suspensions ordinaires, que par les inégalités des chemins, sans pour cela rencontrer la rouë, qui dans sa partie supérieure deverse en dehors, pour l'éviter & lui donner le champ nécessaire à ses balancements, dans le temps même que le raye inférieur qui sert de point d'appui, se trouve vertical au sol qu'elle parcourt, & cela au moyen du cambre que l'on donne à la partie de l'essieu qui occupe le moyeu.

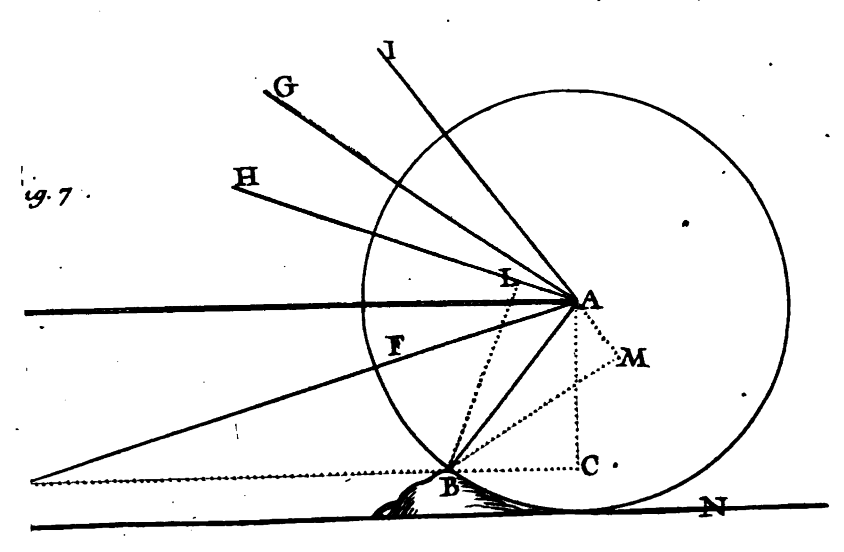
4.° Cette rouë de figure conique eſt ſelon le mécaniſme qui eſt employé dans ſa conſtruction, beaucoup plus ſolide; c'eſt-à-dire, beaucoup moins facile à changer de figure, & par conſéquent beaucoup moins facile à rompre que ſi elle étoit d'une figure plane (qui eſt celle de toutes la plus facile à plier), parce que ſes rayes ſont tous autant de reſſorts occupés mutuellement à la conſervation de cette figure conique qu'on lui a donnée, & à laquelle on l'a aſſujettie, tant par l'union des jantes en forme circulaire, que par la bande qui renferme & contient le total dans ſa premiére forme; ce qui n'arrive point dans la figure plane, où une partie peut céder ſans que l'autre s'y oppoſe, au lieu que dans la figure conique lorſqu'un raye eſt forcé, tous les autres le ſont à la fois, puiſqu'une partie quelconque de cette rouë conique, ne peut changer de place que toutes les autres n'en ſoient, pour ainſi dire, averties & ne s'y oppoſent, puiſqu'il ſe trouve entr'elles une parfaite adhéſion & une mutuelle correſpondance, pour conſerver cette forme conique.

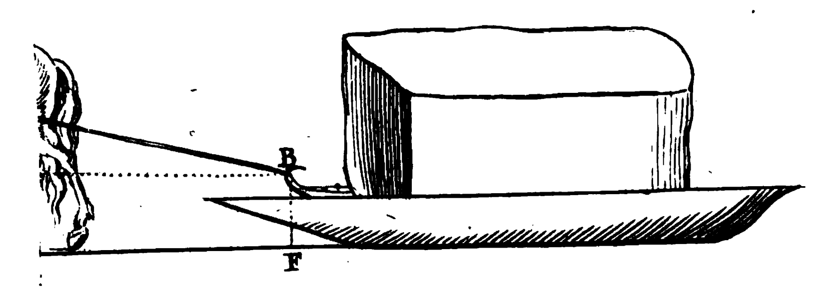
Il eſt vrai que cet écu, c'eſt-à-dire, cette ſaillie en dehors, demanderoit à ces rouës une plus grande voye que ſi elles étoient planes; mais cette ſaillie ſe trouve rachetée par le moyeu qui eſt incliné ſur le ſol, de la même quantité que ce même écu cherche à s'en écarter, & qu'il eſt ſaillant ou incliné du côté oppoſé à la caiſſe; en ſorte que tout conſideré, il me paroît que cette forme eſt la plus avantageuſe que l'on puiſſe donner aux rouës, ſur-tout appliquées aux caroſſes & aux chaiſes, & qu'il convient de conſerver aux moyeux le plus de groſſeur & de longueur qu'il ſera poſſible, ſans cependant devenir trop diſgracieux.

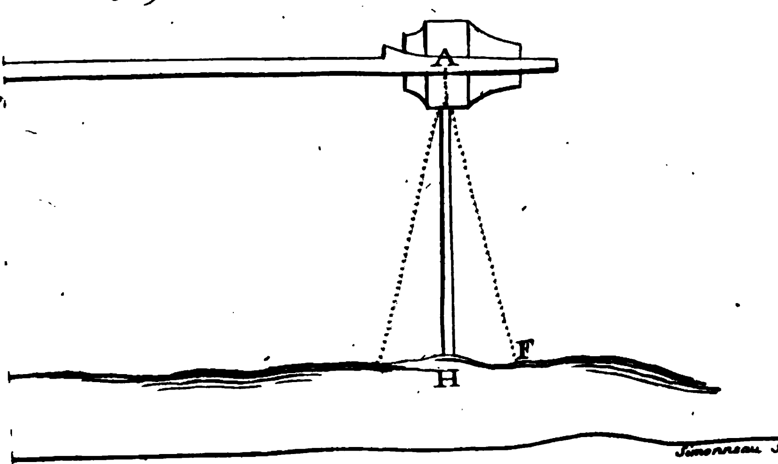



D
B
D
B
A
F
G
H
I
C
E
Fig. 2
Fig. 4.
M
A
C
E
G
N
F
C
D
A
B
Fig. 6.
L
B
β
A
F
G
P
E
B
M
D
C
Simonneau Sculp.


Mem. de l'Acad. 1783. pl. 4. pag. 72.


Fig. 7
I
G
H
L
A
F
M
C
B
N


Fig. 8.
B
F


Fig. 9.
A
F
H
Simonneau Sculp

SECOND MEMOIRE SUR L'ELECTRICITE.

Par M. DU FAY.

Quels sont les Corps qui sont susceptibles d'Electricité.

IL se présente, comme on le voit par le premier Mémoire que j'ai donné sur l'Electricité, plusieurs objets à considérer qui méritent d'être examinés chacun en particulier, & qui peuvent fournir un grand nombre de nouvelles découvertes ; je vais exposer ces différents objets, & je rapporterai ensuite, tant dans ce Mémoire, que dans les suivants, les expériences que j'ai faites sur chacun en particulier. 22 Mai 1733.

Il s'agit, 1.° De sçavoir si tous les corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes ; si ceux dans lesquels on ne sçauroit parvenir à exciter cette vertu, ne sont tels, que parce qu'ils ne sont pas susceptibles d'un frottement convenable ; enfin si l'électricité est une qualité commune ou applicable à toute la matiére. 2.° Si toute matiére est susceptible de contracter cette vertu, soit par l'attouchement immédiat d'une corde, ou de tout autre corps continu qui est attaché au corps électrique, soit par la simple approche du corps électrique. 3.° Quels sont les corps qui peuvent arrester, ou faciliter la transmission de cette vertu, soit qu'elle se fasse par le moyen d'une corde, d'une baguette, ou de la seule approche du tuyau, & quels sont ceux qui sont le plus vivement attirés par les corps électriques. 4.° Ce qu'a de commun, la vertu qu'ont les corps électriques de repousser, avec celle d'attirer, & si ces deux propriétés sont liées l'une à l'autre, ou indépendantes l'une de l'autre. 5.° Quelles sont les circonstances qui peuvent apporter quelque changement à l'électricité pour l'augmentation ou la diminution de sa force, comme le vuide, l'air comprimé, la température de l'air, &c. 6.° Quel rapport

il y a entre l'électricité, & la faculté de rendre de la lumiére qui est commune à la plûpart des corps électriques, & ce qu'on peut inférer de ce rapport. Ces six différents objets semblent renfermer tout ce qui concerne l'électricité : les deux premiers, qui sont ceux qui ont le plus de liaison entre-eux, seront la matiére de ce Mémoire.

ARTICLE I.

Si tous les Corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes.

Une proposition aussi générale auroit paru bien étrange lorsqu'on ne connoissoit cette propriété que dans l'Ambre, & dans un petit nombre d'autres corps dont on s'étoit avisé de faire l'épreuve; mais après ce que nous venons de voir des découvertes qui ont été faites sur ce sujet, on est disposé à croire que tous les corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes, & que cette vertu est une propriété commune à tous les corps, quoiqu'elle ait été jusqu'à present inconnuë, & regardée seulement comme particuliére à quelques-uns : c'est ainsi que nous avons vû* tous les corps devenir des éponges de lumiére, tandis que la Pierre de Boulogne avoit été pendant plus d'un siécle seule en possession de cette propriété, que l'on trouvoit alors si singuliére.

* *Mem. Acad. 1730. p. 524.*

L'Electricité semble être moins éloignée de devenir générale, par les différents corps que nous avons reconnu pouvoir l'acquérir; cependant, comme plusieurs habiles Physiciens ont travaillé dans cette vûë, sans y pouvoir parvenir, & que la plûpart ont soûtenu qu'il y avoit des matiéres qui ne pouvoient devenir électriques, il a fallu apporter dans les expériences plus de soin & d'attention, & il s'y est trouvé plus de difficultés que dans la recherche des Phosphores, dont personne ne s'étoit avisé jusqu'à présent.

Les matiéres qui ont été les premiéres reconnuës électriques, sont l'Ambre, les Résines, les Bitumes, & les Pierres précieuses ; entre ces derniéres il y en a qui ont été soûtenuës électriques par quelques Auteurs, tandis que d'autres le

nioient ; on a même vû quelque chose de plus singulier, c'est que Boyle dit avoir deux Cornalines, dont l'une étoit électrique, & l'autre n'avoit jamais pû le devenir ; ces bizarreries & ces contrariétés m'ont fait examiner la chose avec plus d'attention, & m'ont engagé à faire plusieurs fois les mêmes expériences que je vais décrire en peu de mots, après les avoir divisées par matiéres principales.

Toutes les matiéres résineuses, bitumineuses ou grasses, qui ont assés de solidité pour être frottées, sont électriques, telles sont l'Ambre, le Jayet, l'Asphalte, la Gomme copal, la Gomme lacque, la Colophonne, le Mastic, le Soufre, la Cire blanche, le Vernis de la Chine, &c.

On croira aisément que toutes ces matiéres ne sont pas également électriques, mais un détail de leurs différents degrés de force seroit très-difficile, nous meneroit trop loin, & ne seroit d'aucune utilité ; je me contenterai de remarquer les différences les plus considérables : le Vernis de la Chine, par exemple, est beaucoup moins électrique que toutes les matiéres que je viens de nommer, & il a besoin d'être chauffé assés fortement avant que d'être frotté ; je dirai à cette occasion qu'il y a plusieurs corps qu'il m'a été impossible de rendre électriques sans les avoir chauffés auparavant, & que ceux même qui n'ont pas besoin de cette préparation, le deviennent beaucoup plus fortement lorsqu'on les a chauffés, ou du moins parfaitement séchés.

Il ne manque aux autres corps résineux ou bitumineux pour devenir électriques, que la solidité nécessaire pour être frottés, car si on mêle avec la Poix, ou la Thérébentine assés de brique pilée, pour en faire un corps dur, on les rendra électriques par le frottement ; ainsi, voilà déja une espece générale, & une nature de corps qui sont tous susceptibles d'électricité par le simple frottement.

Ceux qui sont le plus connus ensuite pour avoir la même propriété, sont d'une nature bien différente, ce sont les Pierres précieuses transparentes, je les ai toutes essayées, & je n'ai pas trouvé que leur vertu fût plus grande, à raison de leur dureté.

ou de leur tranſparence ; voici à peu près l'ordre qu'elles tiennent entre-elles, ſuivant leur degré de vertu ; le Diamant blanc eſt ordinairement le plus électrique de toutes, ſur-tout celui qui eſt brillanté, car celui dont les faces ſont plus larges, l'eſt beaucoup moins ; les Diamants de couleur, & principalement les jaunes, le Grenat, le Péridore, la Pſeudopale, ou Oeil de chat, le Saphir de toutes eſpeces, le Rubis, la Topaſe, l'Amethyſte, le Cryſtal de roche, (je comprends ſous ce nom les Cailloux du Rhin, de Médoc, & autres) l'Emeraude, l'Opale, la Jacinte. On conçoit aſſés qu'il ſe rencontre de grandes variétés dans la vertu de ces différentes pierres, mais il y a tant de circonſtances deſquelles elles peuvent dépendre, qu'il eſt abſolument inutile de s'y arrêter.

Je mettrai encore dans la claſſe des corps électriques, les Verres de toutes eſpeces, & de toutes couleurs, mais plus que tous le Verre blanc & tranſparent, la Porcelaine, la Fayence, la Terre verniſſée, le Verre de Plomb, d'Antimoine, de Cuivre, enfin toutes les vitrifications; le Talc de Veniſe, & celui de Moſcovie, le Phoſphore de Berne, le Gyps, & les Sélénites tranſparentes, & généralement toutes les pierres tranſparentes de quelque nature qu'elles ſoient.

Venons maintenant aux pierres opaques en totalité, ou en partie ; la plûpart des Auteurs qui ont écrit ſur cette matiére, aſſûrent qu'elles ne peuvent point devenir électriques, & je ne connois perſonne qui ait dit y avoir réuſſi ſur aucune ; nous avons ſeulement vû que Boyle a trouvé une Cornaline électrique, quoique les autres ne le fuſſent point ; mais il aſſûre, ainſi que tous ceux qui ont écrit ſur ce ſujet, que les Agates, les Jaſpes, les Marbres, &c. ne le peuvent devenir. J'ai été auſſi dans la même opinion, lorſque je me ſuis tenu à la méthode ordinaire, & qui ſuffit pour les matiéres dont nous avons parlé juſqu'à preſent ; mais la maniére de rendre électriques ces derniéres étoit ſi ſimple, que je ne comprends pas qu'on ne s'en ſoit point aviſé ; on ſçavoit qu'en chauffant le corps avant que de le frotter, on augmentoit conſidérablement ſon électricité, il étoit facile d'imaginer qu'il

pouvoit y avoir des corps dans lesquels cette vertu étoit si foible, qu'elle avoit besoin de chaleur pour être sensible, c'est en effet toute la préparation qu'il faut faire, & par ce moyen j'ai rendu électriques les Agates & Jaspes de toutes les especes que j'ai essayées, le Porphyre, le Granit, les Marbres de toutes couleurs, & de tous les degrés de dureté, l'Aimant, le Grès, l'Ardoise, la Pierre de taille; ensorte que je crois qu'il seroit très-difficile de trouver quelque espece de pierre qu'on ne pût rendre électrique par cette voye. Il est vrai qu'on peut considérer deux classes dans lesquelles se doivent ranger toutes les pierres; les unes sont électriques sans autre préparation que le frottement, & les autres ont besoin d'être chauffées précédemment, & même quelques-unes très-vivement; telles sont les Jaspes, les Agates opaques, les Marbres les plus durs; il faut qu'ils soient très-chauds, long-temps frottés, & l'électricité qu'ils acquiérent est peu considérable: il m'a paru que les pierres les plus dures avoient besoin d'être plus chauffées, & étoient moins électriques que les autres; le Marbre noir, par exemple, est moins électrique que le blanc, & le Marbre blanc moins que la Pierre de taille; cette loi néantmoins ne paroît être observée que dans les corps opaques, car le Diamant semble être la plus électrique des pierres fines, & le Péridore qui est très-tendre, l'est plus que le Saphir. J'aurois été tenté de croire que ces différences dépendent de la couleur de la pierre, mais je n'ai pas trouvé que cela fût exact, & j'examinerai ce point sur des matiéres plus homogénes, les pierres naturelles étant très-peu propres à cet examen par les grandes variétés qui se rencontrent, tant dans celles de différentes especès, que dans celles qui sont de même nature, & de même espece; il nous doit suffire pour le present, de sçavoir que toutes les pierres sont vraisemblablement susceptibles d'électricité, car n'en ayant trouvé aucune qui ne le fût, & en ayant essayé un très-grand nombre, il est à présumer que c'est une qualité commune à toutes les pierres.

Si maintenant on ajoûte aux corps dont nous venons de parler, ceux qui ont été reconnus électriques par les Auteurs

que nous avons cités dans le premier Mémoire, on verra que le nombre en devient prodigieux ; car nous avons vû que toutes les matiéres filées, comme ſoye, laine, fil, coton, ſont de ce nombre, les plumes, les cheveux, le poil de tous les animaux morts ou vivants ; entre ceux-ci, ce qui m'a paru le plus ſingulier, c'eſt le dos du chien, & principalement celui du chat, l'un & l'autre ſont fort électriques, & ſur-tout ceux dont le poil eſt le plus rude, pour peu qu'on y ait paſſé la main trois ou quatre fois, ils attirent & repouſſent des petits flocons de laine ou de plume. On a vû auſſi que le papier, le parchemin, le cuir, pouvoient le devenir, mais ce ſont là les corps électriques, que je nomme de la ſeconde claſſe, car ils ont beſoin d'être chauffés, & même vivement, pour que leur vertu ſoit excitée ; j'ai reconnu par expérience qu'on pouvoit mettre dans cette claſſe, la paille, & toutes les herbes ſéches, l'yvoire, les os, la corne, l'écaille, la baleine, les coquilles de toutes eſpéces ; la plûpart de ces matiéres demandent à être chauffées juſqu'à être rouſſies, ou commencées à brûler, pour que leur vertu ſoit manifeſtée ; je ne doute pas qu'on ne la trouve de même dans les matiéres qui peuvent être analogues à celles-là, & que je n'ai pas eſſayées, par l'impoſſibilité qu'il y a de tout eſſayer, & le temps infini que cela demanderoit : je me ſuis donc contenté d'en éprouver un certain nombre de chaque eſpéce, & je crois qu'on peut, ſans trop de hardieſſe, préſumer qu'il en eſt de même des autres.

J'ai fait, par exemple, l'examen des bois, & j'y ai trouvé d'abord des variétés, &, pour ainſi dire, des caprices qui m'ont étonné ; venant enſuite à examiner de plus près, j'ai reconnu que des brouillards, de l'humidité, qui avoient pénétré les pores du même bois plus avant dans des endroits que dans d'autres, étoient la cauſe de tous ces caprices ; enfin il réſulte de mes expériences, que tous les bois dont je me ſuis aviſé de faire l'épreuve, ſont, ou peuvent devenir électriques. Nous avons vû que M. Gray avoit trouvé que les copeaux de ſapin l'étoient, quant à moi je n'ai point trouvé de bois qui ne le fût, mais avec des différences qui méritent extrémement

d'être remarquées par l'analogie qui s'y rencontre, avec ce que nous avons vû arriver à l'égard des pierres, dont les plus dures demandent à être chauffées plus vivement que les autres pour que leur vertu puiſſe être excitée, car il arrive la même choſe dans les bois ; les plus durs, tels que le buis, l'ébéne, le gayac, &c. doivent être chauffés très-vivement, & même rouſſis & prêts à brûler ; le ſantal, le chêne, l'orme, le freſne, &c. le doivent être un peu moins ; & enfin le tilleul, le ſapin, l'ozier, le liége, &c. ſont ceux de tous qui le doivent être le moins ; ces différences ſont fort ſenſibles, & très-aiſées à remarquer, car lorſque l'on fait chauffer un morceau de bois, & qu'on le frotte enſuite, on voit que dans les uns, c'eſt la partie qui a été le plus chauffée qui attire, au lieu que dans les autres, c'eſt celle qui l'a été le moins. J'ai encore eſſayé la canne ordinaire, le roſeau, le rottin, ou petit roſeau des Indes, & pluſieurs autres bois dont je ne fais aucune mention, parce qu'ils ſont tous devenus électriques ; enſorte qu'on peut dire à l'égard des bois ce que nous avons dit à l'égard des pierres, c'eſt qu'il eſt très-vraiſemblable qu'il n'y en a aucun qui ne puiſſe acquérir la vertu électrique en le chauffant d'abord, & le frottant enſuite plus ou moins fortement, ou plus ou moins long-temps.

Quoique mon deſſein ne ſoit pas de parler ici de toutes les matiéres qui ſont ſuſceptibles d'Electricité, parce que ce ſeroit faire l'énumération de tout ce qui eſt renfermé dans la nature, il y en a néantmoins encore quelques-unes qui méritent qu'on en diſe un mot en particulier ; tels ſont les gommes aqueuſes, & les ſels ; les premiéres ne m'ont point paru électriques en les frottant ſimplement ſans les chauffer, & lorſque je les ai voulu chauffer, elles ſe ſont amolies, enſorte qu'elles ne peuvent plus être frottées, ainſi elles deviennent dans le cas des matiéres que leur conſiſtance ne permet pas de mettre au rang des corps électriques. Il en eſt de même de la colle forte, de la colle de poiſſon, & des autres matiéres ſemblables.

A l'égard des ſels, je n'ay eſſayé que l'alun, & le ſucre candi, qui, tous deux, ſont devenus électriques en les chauffant, & les frottant enſuite : mais outre que les ſels ſont à peu-près

dans le cas des corps dont nous venons de parler, puisque plusieurs s'humectent en les chauffant, ils ont encore l'inconvenient de s'altérer pour la plûpart en les approchant du feu, ce qui jette dans ces expériences des difficultés qui ne méritent pas d'être surmontées. Il faut de plus que les sels soient exactement polis pour les pouvoir frotter commodément, de façon que je m'en suis tenu aux deux dont je viens de parler, que j'ai reconnû très-sensiblement être électriques, & qui me font présumer que les autres le seroient de même, si l'on vouloit se donner la peine de prendre toutes les précautions qui seroient nécessaires pour y parvenir.

Il ne reste plus que les métaux, mais quelque peine que je me sois donnée, & de quelque maniére que je m'y sois pris, je n'ai pû parvenir, non plus que M. Gray, à les rendre électriques; je les ai chauffés, frottés, limés, battus, sans y remarquer d'électricité sensible; j'ai cru quelquefois y appercevoir quelque légere vertu, mais cela ne s'est pas confirmé, lorsque j'ai examiné la chose de plus près; je ne voudrois pas assûrer néantmoins qu'ils ne pussent le devenir par quelque voye que je n'ai point tentée, & dont quelqu'un s'avisera peut-être un jour, mais je n'ai pas cru que cela valût la peine de mettre beaucoup de temps & de soins à une chose que le hazard me presentera peut-être dans le moment que j'y penserai le moins. Qu'il nous suffise, quant à présent, de sçavoir, qu'à l'exception des métaux, & des corps que leur fluidité ou leur molesse met hors d'état d'être frottés, tous les autres qui sont dans la Nature sont doués d'une propriété qu'on a cru long-temps particuliére à l'Ambre, & qui, jusqu'à présent, n'avoit été reconnuë que dans un petit nombre de matiéres.

De ce que les métaux ne sont point rendus électriques par les moyens que je viens d'indiquer, il résulte l'éclaircissement d'un point qui me faisoit quelque peine, & qui fournissoit une objection contre l'universalité de cette propriété; car nous avons vû dans le Mémoire précédent, que le tuyau rendu électrique communiquoit sa vertu aux corps qu'il touchoit ou qu'il approchoit seulement sans les toucher: or, on pourroit croire

croire que la laine, la ſoye, ou le papier, dont on ſe ſert pour frotter les pierres, marbres, agates, &c. leur communiquent cette propriété par le ſeul attouchement, & qu'ainſi c'eſt le cas de l'approche du tuyau, & non une vertu particuliére à chacun de ces corps, qui ſeroit excitée en eux par la chaleur, & par le frottement; mais ce qui arrive aux métaux détruit cette objection, car ils ſont pour le moins auſſi ſuſceptibles que tous les autres corps, de contracter l'électricité par l'attouchement du corps électrique, & cependant quelque long-temps qu'ils ſoient frottés ſur la laine, la ſoye, &c. ils ne contractent aucune vertu; ce qui prouve que ſi les pierres, les bois, les ſels, & autres corps en acquiérent par ce moyen, c'eſt parce qu'elle eſt réëllement excitée en eux, & qu'ils doivent par conſéquent être mis dans la claſſe des corps électriques par eux-mêmes.

ARTICLE II.

Nous nous ſommes propoſés d'examiner maintenant ſi tous les corps peuvent devenir électriques, ſoit en les attachant au bout d'une corde liée à l'extrémité du corps électrique, ſoit par l'attouchement, ou ſimplement l'approche d'un corps dans lequel cette vertu a été puiſſamment excitée. Si l'on ſe borne à cet examen, la queſtion ſera bien-tôt décidée; car M. Gray rapporte un grand nombre de corps qu'il a attachés au bout de la corde qui étoit liée au tuyau, & il a toûjours trouvé qu'ils devenoient électriques, de quelque forme & de quelque matiére qu'ils fuſſent. J'ai éprouvé la même choſe, & tous les corps que je me ſuis aviſé d'y attacher, le ſont devenus, juſqu'à l'eau, lorſque j'y ai fait tremper le bout de la corde; il eſt vrai que tous ne le ſont pas également, mais comme cette inégalité peut venir de la différence de la forme, ainſi que je l'ai éprouvé, comme de celle de la matiére, je n'y ai eû aucun égard, & je me ſuis contenté de voir que tous les corps, ſans exception, peuvent contracter la vertu électrique par ce moyen.

L'autre moyen par lequel cette vertu peut être communiquée aux différents corps, a quelque choſe de plus ſingulier; ce n'eſt plus, comme dans le cas précédent, une tranſmiſſion

caufée par une continuité de corps, c'eft la feule approche du corps électrique fans aucun contact, & cette vertu ne laiffe pas d'être excitée très-puiffamment par ce moyen, & de durer quelque temps : voici de quelle maniére il m'a paru qu'il falloit s'y prendre, pour y réuffir le mieux qu'il eft poffible.

J'ai déja parlé de ces petits guéridons d'environ un pied de haut, fur lefquels on pofe les feuilles d'or ou autres corps legers qu'on veut expofer à l'action des corps électriques; c'eft de pareils guéridons qu'il faut fe fervir, afin que les écoulements électriques ne fe répandent pas trop au loin ; ce qui arriveroit fi l'on fe fervoit d'un appui ou fupport dont le volume feroit plus confiderable; cette circonftance eft non-feulement effentielle à obferver, mais le choix de la matiére du guéridon eft encore très-importante, comme l'on va voir par les expériences fuivantes.

En me fervant d'un guéridon de bois, j'ai remarqué qu'il n'y avoit que les corps capables de devenir électriques par le fimple frottement, qui contractaffent cette vertu par l'approche du tuyau; enforte que mettant fur un guéridon de bois un morceau de métal, de bois, de pierre, &c. ces matiéres n'acquéroient prefque point d'électricité fenfible ; je ne dis pas qu'ils en fuffent abfolument dénués, mais il falloit en approcher le tuyau à plufieurs reprifes pour y exciter une vertu très-foible, & même fouvent je n'en ai remarqué aucune; mais lorfque j'ai mis fur le même guéridon un morceau d'ambre ou de cire d'Efpagne, l'approche du tuyau les a rendus électriques; cette vertu n'étoit pas à la vérité bien confidérable, mais ils attiroient & repouffoient très-fenfiblement de petites parcelles de cotton.

J'ai fait les mêmes expériences avec des guéridons de métal, je me fuis fervi pour cet effet de chandeliers d'argent & de cuivre, il eft arrivé précifément la même chofe qu'avec celui de bois, foit que ces guéridons ayent été chauffés ou non, c'eft-à-dire que l'ambre & la cire d'Efpagne pofés deffus, ont acquis de l'électricité par l'approche du tuyau, mais que les métaux, le bois, la pierre, n'en ont point contracté.

Je me ſuis ſervi enſuite d'un guéridon de verre blanc, haut de 8 à 9 pouces, dont la baſe avoit 4 pouces de diametre, & la partie ſupérieure 3 : il eſt arrivé avec ce guéridon, ſans l'avoir chauffé, à peu près les mêmes phénomenes qu'avec les deux autres; le métal & le bois avoient néantmoins contracté quelque vertu, mais beaucoup moins que la cire d'Eſpagne & l'ambre; en tout, l'effet de ce guéridon n'étoit guéres différent des autres; je le fis chauffer enſuite, & je répétai les mêmes expériences; je n'avois fait que l'approcher du feu pendant quelques inſtants, de maniére que la chaleur en étoit très-ſupportable, même en l'appliquant au viſage, & à proprement parler, ce n'étoit que l'avoir parfaitement ſéché: tous les corps que je mis alors ſur ce guéridon, acquirent une vertu très-conſidérable par l'approche du tuyau; le bois, les métaux, l'agate, la pierre, une orange, un livre, enfin tout ce que je m'aviſai d'éprouver devint très-électrique, & je doute qu'il y ait quelque corps dans la Nature qui ne le devienne par ce moyen. On peut bien juger que cette vertu n'eſt pas également excitée dans tous les corps; mais ce qu'on ne s'aviſeroit pas de ſoupçonner, c'eſt que ceux dans leſquels elle eſt la moindre, ſont ceux qui l'acquiérent le plus facilement par le ſimple frottement, tels que ſont l'ambre, la cire d'Eſpagne, le verre blanc, &c. ces matiéres ne contractent pas à beaucoup près autant de vertu qu'un morceau de cuivre, de bois, un livre, &c. c'eſt préciſément ici le contraire de ce que nous avons vû arriver en ſe ſervant des guéridons de bois, ou de métal; car les corps les plus électriques par eux-mêmes, étoient les ſeuls qui puſſent acquérir quelque vertu, & les autres n'en recevoient aucune ſenſible.

Cette obſervation n'eſt pas du genre de celles que l'on peut prévoir, & n'eſt dûë qu'aux ſeules expériences : quelqu'éloignée qu'elle paroiſſe des idées les plus naturelles, on verra par l'uſage que nous en ferons dans la ſuite, qu'elle contribuëra peut-être plus qu'aucune autre à nous donner quelqu'éclairciſſement ſur la nature de l'Electricité. Pour m'aſſûrer davantage de l'effet des différents guéridons, j'en ai fait un de cire d'Eſpagne, dont les proportions étoient à peu-près les

mêmes que celles de celui de verre que j'ai décrit, pour voir s'il réüſſiroit de même, & je n'y ai pas remarqué de différence ſenſible; les corps qui acquéroient le plus d'électricité ſur celui de verre, étoient auſſi les plus électriques ſur ce dernier, & l'ambre, la cire d'Eſpagne, le verre, &c. étoient ceux qui contractoient le moins de vertu. On voit que cela confirme l'obſervation que nous venons de rapporter, & qu'on la peut regarder comme une des loix générales de l'Electricité.

Nous avons vû dans la premiére partie de ce Mémoire, que les liqueurs pouvoient devenir électriques; la ſeule maniére d'y réüſſir par l'approche du tuyau, eſt de les mettre dans un petit vaſe de verre, de porcelaine ou de fayence, & de poſer ce vaſe ſur un guéridon de verre ou de cire d'Eſpagne, car on le tenteroit en vain ſur un de bois ou de métal; on fera la même choſe avec un morceau de glace ou de la neige, & la vertu en eſt plus ſenſible, car on ne peut appercevoir celle de l'eau, qu'en tenant ſur ſa ſurface un fil délié ou un cheveu, au lieu que celle des corps ſolides ſe reconnoît facilement avec un petit morceau de cotton. Il réſulte donc de cet examen, que tous les corps peuvent devenir électriques par l'approche du tuyau de verre frotté d'une maniére convenable à exciter en lui cette vertu.

La ſeule exception à cette loi générale que j'aye remarqué, eſt que la flamme d'une bougie allumée ne devient point électrique par ce moyen; mais cela vient ſans doute de ce que les parties de la flamme ne ſubſiſtent qu'un moment les mêmes; d'ailleurs la flamme n'eſt point attirée par les corps électriques, & cette ſingularité mérite un examen particulier, dans lequel nous entrerons peut-être dans la ſuite; mais ce que nous pouvons aſſûrer quant à préſent, c'eſt que cela ne vient point de la chaleur ou de l'embraſement; car un fer rouge & un charbon ardent poſés ſur le guéridon de verre, le deviennent extrêmement, ainſi ce cas particulier n'eſt point une exception à l'obſervation générale que nous avons rapportée, qui eſt que tous les corps peuvent devenir électriques par la ſimple approche d'un autre corps dans lequel cette vertu a été excitée.

UNE BASE QUI EST EXPOSE'E au choc d'un Fluide étant donnée, trouver l'espece de Conoïde dont il faut la couvrir, pour que l'impulsion soit la moindre qu'il est possible !

Par M. BOUGUER.

LORSQUE le solide qui est exposé au choc d'un fluide, est un conoïde parfait, ou que sa base est exactement circulaire, nous connoissons déja la figure qu'il doit avoir. M. Newton s'étoit contenté dans ses principes Mathématiques de la Philosophie naturelle, de réduire la difficulté à une question de pure Géometrie; au lieu que M.rs de l'Hôpital, Bernoulli, Fatio & Herman, ont résolu entiérement le Probleme, par une méthode tout-à-fait différente. Une découverte si susceptible d'application, devoit, ce semble, être admise avec empressement dans la Pratique : elle ne l'a cependant point encore été, & ce qui en est peut-être la cause, c'est qu'on a reconnu qu'elle ne convenoit qu'à un cas trop particulier. En effet, les bases qu'il s'agit de garantir du choc des fluides, ne sont presque jamais des demi-cercles, elles en sont presque toûjours très-différentes ; & d'ailleurs le mouvement ne se fait pas le plus souvent selon le sens perpendiculaire. C'est ce qui nous a invité à résoudre le Probleme d'une maniére plus étenduë, non pas pour réünir sous le même point de vûë des vérités connuës d'ailleurs, mais pour considérer la chose dans toute sa difficulté & dans l'état de complication où elle se trouve réellement. Au surplus, on sçait combien on tire de secours d'une solution particuliére, lorsqu'on veut en former une générale : ainsi quoique notre Analyse indépendamment de sa longueur, soit beaucoup plus difficile que l'autre, & qu'elle nous conduise aussi à quelques remarques assés curieuses, nous ne sçaurions trop reconnoître combien y ont de part les excellens Mathématiciens que nous avons cités.

5 Avril 1733.

PRÉPARATIONS,

Et construction d'une formule qui servira à trouver l'impulsion des Fluides sur les Conoïdes, dont la base est une figure quelconque.

Fig. 1. Supposons que D*BD* (*Fig. 1.*) soit la base ou le plan vertical qu'il s'agit de garantir du choc, en mettant dessus le solide D*ADB*, qui doit souffrir de la part du fluide, moins d'impulsion que toutes les autres especes de conoïdes, dont on pourroit couvrir la même base. Nous nommerons b la ligne verticale *BC*, qui sert d'axe à ce plan; s les parties sensibles de la courbe D*BD*, qui le termine, & ds ses parties infiniment petites, comme *GH*, *gh*, &c. si aux points *G* & *g* de la même courbe, on tire ensuite les tangentes *GQ*, *gq*, &c. jusqu'à la rencontre de la ligne horisontale D*D*, prolongée de part & d'autre, & que du point *C* on abaisse les perpendiculaires *CN*, *Cn* sur ces tangentes, nous nommerons z ces perpendiculaires, & u les parties *CQ*, *cq* de la ligne horisontale D*D*, interceptées entre *C* & les tangentes. Toutes ces quantités que nous venons de désigner sont connuës, puisque la base D*BD* est donnée, & nous connoissons également l'angle *CAE*, que fait la direction du fluide ou son prolongement *AE*, avec l'axe *AC* du solide *A*D*BD*. Nous nommerons m la tangente de cet angle, & h sa sécante, en prenant n pour le sinus total; c'est-à-dire que les trois lettres n, m & h marqueront le rapport qu'il y a entre les trois côtés *AC*, *CE* & *AE* du triangle rectangle *ACE*, & que si le fluide venoit rencontrer la surface convexe D*ADB*, selon une direction exactement parallele à *AC*, alors *AE* tombant sur *AC*, m deviendroit nulle, & h égale à n. D'un autre côté, pour rendre notre solution plus générale, nous ne nous proposerons pas de trouver simplement le solide D*ADB*, qui souffre la moindre impulsion possible, selon le sens de l'axe, ou selon le sens perpendiculaire à la base, car ce ne seroit encore là qu'un cas très-particulier; mais nous voulons que l'impulsion soit la moindre, selon une

ligne donnée quelconque AF, qui fait avec l'axe AC un angle CAF, dont p est la tangente & q la sécante, pendant que n désigne toûjours le sinus total. Enfin nous marquerons par x les abscisses ou parties variables $A\Sigma$, AC de l'axe AC, à commencer au sommet A, & par y les ordonnées $\Sigma\Omega$, cb de la courbe $A\Omega B$, qui forme la saillie du solide. Toutes les autres courbes AIG, $A\Phi D$, &c. ne peuvent pas être égales à celle-ci, puisque la base DBD n'est pas circulaire : mais nous supposons qu'elles ne différent toutes entr'elles que dans l'espece; c'est-à-dire, qu'elles sont toutes, ou des paraboles ou des hyperboles, &c. & qu'elles ont leurs ordonnées exactement proportionnelles à celles de $A\Omega B$. Ainsi on voit qu'aussi-tôt que la base DBD est donnée, & qu'on a découvert la nature de la courbe de saillie $A\Omega B$, le solide est entiérement déterminé. Fig. 1.

Toutes ces choses étant supposées, il faut que nous cherchions l'expression générale du choc du fluide, sur une zone D$BD\delta b d$ de la surface du solide. Nous ne pouvons pas pour nous en dispenser, avoir recours aux formules de la page 52 du *Traité de la Mâture des Vaisseaux;* car quoique ces formules soient très-générales, elles sont néantmoins trop limitées pour ce cas-ci, parce qu'elles ne sont faites que pour les conoïdes dont la base est exactement circulaire. La zone DbD est retranchée sur la surface du solide, par les deux plans paralleles DBD, $\delta b d$, qui ne sont éloignés l'un de l'autre que de la distance infiniment petite $Cc = dx$. Dans cette zone DbD, nous ne considérons d'abord que le petit trapeze $IGHK$, qui est compris entre les deux courbes GIA & HKA, infiniment proches l'une de l'autre, & qui à cause de sa petitesse infinie dans tous les sens, peut être regardé comme une petite surface plane. Du point I j'abaisse sur le plan vertical DBD, la perpendiculaire IL, qui se trouvera parallele & égale à Cc & à $b\Theta$, & qui divisera CG au point L, en même rapport que CB est divisée au point Θ. Par la ligne IL, je fais passer le plan horisontal ΥIM, qui coupera en M la ligne GM qui touche la courbe DBD, au point G; & par la même ligne

Fig. 1. IL, je fais passer le plan LOI qui est perpendiculaire en O, à la tangente GM, & qui nous donne les deux perpendiculaires LO, IO à cette même tangente; l'une dans le plan DBD, l'autre dans le plan du petit trapeze GK, prolongé. Enfin si dans le plan horisontal IML, on conduit du point I la parallele IS à la direction AE du fluide, & que par le point S on fasse passer le plan STV parallelement à LOI, ce plan STV sera perpendiculaire, de même que LOI à la tangente HM, qui est la commune section du plan MTS, & du plan MTV, du petit trapeze GK: mais le plan STV étant perpendiculaire au petit trapeze, il n'y a qu'à tirer dans ce plan, la ligne SX perpendiculairement à TV, & elle sera perpendiculaire au trapeze. Ainsi SX sera le sinus de l'angle d'incidence que fait en I la direction du fluide avec la surface du conoïde: car puisque IS qui est parallele à AE, est le prolongement de la direction que suit le fluide, en venant frapper le point I, l'angle SIX, formé par IS & par la surface du petit trapeze GK, peut être pris pour l'angle d'incidence, & SX en est le sinus.

Pour parvenir à l'expression de ce sinus dont dépend, comme on le sçait, la grandeur de l'impulsion, il faut que nous passions par la connoissance de diverses autres lignes. Nous trouverons OL par cette analogie; CG est à GL, ou, ce qui revient au même, CB est à ΘB comme NC est à OL, ce qui nous donne $OL = \Theta B \times \frac{NC}{CB}$; & si à la place de ΘB, on met son expression dy, & qu'à la place de $\frac{NC}{CB}$ on mette $\frac{z}{b}$ qui convient à toutes les coupes du conoïde, faites parallelement à la base DBD, parce qu'elles sont toutes des figures semblables, nous aurons $OL = \frac{zdy}{b}$. Et considérant ensuite que le triangle OLI est rectangle en L, & que LI est égale à Cc, ou à $\Theta b = dx$, nous aurons $OI (= \sqrt{\overline{OL}^2 + \overline{LI}^2})$ $= \frac{\sqrt{z^2 dy^2 + b^2 dx^2}}{b}$. D'un autre côté nous trouverons ML par cette

cette analogie $CB : \Theta B :: CG : GL :: QC : ML = \Theta B \times \frac{QC}{CB}$: & si dans cette valeur de ML nous mettons dy à la place de ΘB, & $\frac{n}{b}$ à la place de $\frac{QC}{CB}$, il viendra $ML = \frac{ndy}{b}$. Après cela nous ferons attention que les trois côtés du petit triangle ILS étant paralleles aux trois côtés du grand ACE, nous pouvons faire cette analogie, le sinus total n est à $IL = dx$ comme la tangente m de l'angle LIS ou ACE de l'obliquité de la direction du fluide par rapport à l'axe du solide, est à $LS = \frac{mdx}{n}$, & comme la sécante h du même angle est à $IS = \frac{hdx}{n}$. Ajoûtant ensuite LS avec ML, il nous viendra $\frac{ndy}{b} + \frac{mdx}{n} = \frac{nudy + bmdx}{bn}$ pour la valeur de MS; mais il faut remarquer que cette expression n'appartient effectivement à MS que dans la moitié ADB de la surface du solide qui est la plus exposée à l'impulsion, parce que dans l'autre moitié il faut retrancher ls de ml, pour avoir $ms = \frac{udy}{b} - \frac{mdx}{n} = \frac{nudy - bmdx}{bn}$: de sorte que l'expression générale de MS est $\frac{nudy \pm bmdx}{bn}$. Cette petite ligne étant ainsi connuë, nous trouverons ST par cette analogie, $ML = \frac{udy}{b} : LO = \frac{zdv}{b} :: MS = \frac{nudy \pm bmdx}{bn} : ST = \frac{nuzdy \pm bmzdx}{bnu}$. Et enfin si nous considerons que les triangles OLI & TXS sont semblables, parce qu'ils sont rectangles, l'un en L, & l'autre en X, & qu'ils ont outre cela, les angles en O & en T égaux, nous aurons $OI = \frac{\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{b} : LI = dx :: ST = \frac{nuzdy \pm bnmzdx}{bnu} : SX = \frac{nuzdydx \pm bmzdx^2}{nu\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$. Ainsi nous avons maintenant l'expression de SX qui sert de sinus à l'angle d'incidence, lorsque IS est pris pour sinus total; & il suffit donc de faire cette simple analogie, pour avoir la valeur de ce sinus, par

Fig. 1.

Fig. 1. rapport au ſinus total n. $IS = \frac{hdx}{u} : SX = \frac{nuzdydx \pm bmzdx^2}{nu\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$ $:: n : \frac{n^2uzdy \pm bnmzdx}{hu\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$. C'eſt-là la valeur du ſinus d'incidence dont $\frac{n^4u^2z^2dy^2 \pm 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{h^2u^2 \times \overline{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$ eſt le quarré ; de ſorte qu'il n'eſt plus queſtion que de chercher l'étenduë du petit trapeze GK.

Nous avons déja l'expreſſion $\frac{\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{b}$ de ſa hauteur OI; & quant à ſa baſe GM, nous l'avons déſignée par ds, lorſqu'elle eſt une petite partie de la courbe DBD, dont $CB\ (b)$ eſt l'axe ; mais l'expreſſion générale eſt $\frac{yds}{b}$, parce que ces parties GH & IK, &c. ſe trouvent plus petites dans les autres courbes $\Phi\Omega\Psi$ à meſure que les lignes $\Sigma\Omega\ (y)$ qui leur ſervent d'axe, ſont moins longues. Or multipliant $\frac{yds}{b}$ par $\frac{\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{b}$ qui eſt la valeur de OI, on aura $\frac{yds\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{b^2}$ pour l'étenduë du petit trapeze GK, & le produit de cette petite étenduë par le quarré $\frac{n^4u^2z^2dy^2 \pm 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{h^2u^2 \times \overline{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$ du ſinus d'incidence donnera $\frac{yds}{b^2h^2u^2} \times \frac{n^4u^2z^2dy^2 \pm 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}$ pour la petite impulſion abſoluë que nous voulions d'abord découvrir.

Cette expreſſion eſt générale ; mais comme tous les petits trapezes ſont pouſſés ſelon des lignes différentes, on ne peut point encore prendre la ſomme ou l'intégrale de toutes les impulſions qu'ils reçoivent ; il faut auparavant que nous examinions quelle eſt la partie de l'effort qui agit ſelon une certaine direction déterminée. Cette direction eſt ici AF; & nous lui menons par le point I une paralléle IY, qui ſe trouve dans le plan horiſontal MIY. Comme nous ſçavons

d'ailleurs que l'impulsion des fluides sur les surfaces s'exerce toûjours sur une ligne perpendiculaire, nous élevons du point I la perpendiculaire IP au plan du petit trapeze $GIKH$, & nous la regardons comme la direction de l'impulsion dont nous venons de trouver la valeur Fig. 1.

$\frac{y\,ds}{b^2} \times \frac{n^4 u^2 z^2 dy^2 \pm 2 b n^3 m u z^2 dy dx + b^2 n^2 m^2 z^2 dx^2}{b^2 u^2 \sqrt{z^2 dy^2 + b^2 dx^2}}$. Il est clair que cette ligne IP sera perpendiculaire à OI, puisque OI est dans le plan du petit trapeze; & il n'est pas moins évident que cette ligne IP, qui est terminée en P par le plan MOL, est dans le plan LOI, puisque ce dernier plan passe par le point I & est perpendiculaire au plan du petit trapeze. Mais enfin si du point P on abaisse la perpendiculaire PZ sur la droite IY, il est sensible que IP réprésentant l'impulsion absoluë, la partie IZ de la ligne IY réprésentera la partie de l'impulsion qui s'exerce selon la direction IY. Nous n'avons par conséquent qu'à chercher le rapport de IP à IZ, & par une simple analogie, nous trouverons ensuite l'impulsion relative que nous avons interêt de connoître.

Au lieu d'abaisser du point P la perpendiculaire PZ pour déterminer le point Z, nous pouvons encore, si nous le voulons, laisser tomber du point P la verticale PR perpendiculairement sur MY, & du point R tirer la perpendiculaire RZ à la direction IY. On trouvera de cette maniére le même point Z que par la perpendiculaire PZ: car le plan PRZ est vertical, puisqu'il passe par la verticale PR, & aussi-tôt que la direction IY est perpendiculaire à une des lignes RZ de ce plan vertical, elle l'est pareillement à toutes les autres lignes comme PZ, qui sont dans le même plan. Cette seconde méthode de déterminer le point Z, nous fournissant un calcul plus simple, nous nous en servirons pour trouver IZ; & nous chercherons d'abord LP en considérant que le triangle ILP est semblable au triangle OLI, & en faisant cette proportion, $:: OL = \frac{z\,dy}{b} : LI = dx : LP = \frac{b\,dx^2}{z\,dy}$. Nous aurons

Fig. 1. ensuite $IP \left(= \sqrt{\overline{IL}^2 + \overline{LP}^2}\right) = \sqrt{dx^2 + \frac{b^2 dx^4}{z^2 dy^2}}$ $= \frac{dx \sqrt{z^2 dy^2 + b^2 dx^2}}{z dy}$. D'un autre côté la reſſemblance des triangles rectangles MLO, PLR, nous donnera ML $= \frac{u dy}{b} : OL = \frac{z dy}{b} :: LP = \frac{b dx^2}{z dy} : LR = \frac{b dx^2}{u dy}$. Et ſi après cela nous faiſons attention que l'angle I du triangle rectangle ILY eſt égal à l'angle CAF dont p & q déſignent la tangente & la ſécante, pendant que n eſt toûjours le ſinus total, nous aurons $n : LI = dx :: p : LY = \frac{p dx}{n} :: q$ $: IY = \frac{q dx}{n}$. Otant enſuite LR de LY, il viendra RY $= \frac{p dx}{n} - \frac{b dx^2}{u dy} = \frac{p u dx dy - b n dx^2}{n u dy}$, ou plus généralement $RY = \frac{p u dx dy \mp b n dx^2}{n u dy}$, en réuniſſant dans la même expreſſion, les deux diverſes valeurs qu'a RY dans les deux différentes moitiés du ſolide. Enfin, comme les triangles ILY & RZY ſont ſemblables, puiſqu'ils ſont rectangles en L & en Z, & qu'ils ont, outre cela, un angle commun Y, nous pouvons faire cette proportion $IY = \frac{q dx}{n} : LY = \frac{p dx}{n}$ $:: RY = \frac{p u dx dy \mp b n dx^2}{n u dy} : YZ = \frac{p^2 u dy dx \mp b n p dx^2}{n q u dy}$; & il ne reſtera plus qu'à retrancher ZY de IY pour avoir la valeur $\frac{q dx}{n} - \frac{p^2 u dy dx \pm b n p dx^2}{n q u dy}$ ou $\frac{q^2 u dy dx - p^2 u dy dx \pm b n p dx^2}{n q u dy}$ de IZ, valeur qui ſe réduit à $\frac{n u dy dx \pm b p dx^2}{q u dy}$, en mettant à la place de la quantité $q^2 - p^2$ le quarré n^2 du ſinus total qui lui eſt égal. Ainſi nous avons maintenant les valeurs de IP & de IZ qui marquent la relation qu'il y a entre l'impulſion abſoluë $\frac{y ds}{b^2} \times \frac{n^4 u^2 z^2 dy^2 \pm 2 b n^3 m u z^2 dy dx + b^2 n^2 m^2 z^2 dx^2}{b^2 u^2 \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}$ que ſouffre le petit trapeze GK, & l'impulſion partiale qui s'exerce ſur la direction IY: nous avons trouvé $IP = \frac{dx \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}{z dy}$,

& nous venons de voir que IZ eſt égale à $\frac{nudydx \pm bpdx^2}{qudy}$. Nous n'avons donc qu'à faire cette proportion, Fig. 1.

$$IP = \frac{dx\sqrt{b^2dx^2 + z^2dy^2}}{zdy} : IZ = \frac{nudydx \pm bpdx^2}{qudy}$$

$$:: \frac{yds}{b^2} \times \frac{n^4u^2z^2dy^2 \pm 2bn^3muz^2dydx + b^2n^2m^2z^2dx^2}{h^2u^2\sqrt{b^2dx^2 + z^2dy^2}}$$

$$: \frac{n^2yz^3ds}{b^2h^2qu^3 \times \overline{b^2dx^2 + z^2dy^2}} \times \overline{n^3u^3dy^3 \pm 2bn^2mu^2dy^2dx + b^2nm^2udydx^2 \pm bn^2pu^2dy^2dx + 2b^2nmpudx^2dy \pm b^3m^2pdx^3}\,;$$

& nous aurons dans le dernier terme de l'analogie, l'impulſion relative que reçoit le petit trapeze GK ſelon la direction IY, ou ſelon le ſens parallele à AF.

Mais l'expreſſion précédente en contient réellement deux autres, puiſqu'elle convient à l'une ou à l'autre moitié du conoïde, ſelon qu'on ſe ſert des ſignes ſupérieurs ou inférieurs. Si nous ſuppoſons que les deux moitiés du ſolide ſont égales, rien ne nous empêche de joindre enſemble les impulſions que ſouffrent de l'un & l'autre côté, les petits trapezes correſpondants ; & alors comme les termes affectés des ſignes contraires ſe détruiront, & que les autres termes ſe trouveront répétés deux fois, il nous viendra $\frac{n^2yz^3ds}{b^2qh^2u^3 \times \overline{b^2dx^2 + zdy^2}}$ $\times \overline{2n^3u^3dy^3 + 2b^2nm^2udydx^2 + 4b^2nmpudydx^2}$, ou $\frac{2n^5yu^3z^3dy^3ds + \overline{2b^2n^3m^2 + 4b^2n^3mp} \times yuz^3dydx^2ds}{b^2h^2qu^3 \times \overline{b^2dx^2 + z^2dy^2}}$, & c'eſt donc là l'impulſion relative ſelon le ſens parallele à AF ou à IY que reçoit chaque couple de petits trapezes élémentaires dont la zone DbD eſt formée. Or nous pouvons maintenant prendre l'intégrale de cette quantité pour avoir l'effort que ſouffre la zone entiére : car l'impulſion totale n'eſt autre choſe que la ſomme de toutes les impulſions particuliéres, auſſi-tôt qu'elles s'exercent toutes dans le même ſens. Ainſi

Fig. 1. l'effort sur toute la zone est $\frac{2n^5}{bh^2q}\int\frac{yz^3dy^3ds}{b^2dx^2+z^2dy^2}$ $+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{h^2q}\int\frac{yz^3dydx^2ds}{b^2u^2dx^2+z^2u^2dy^2}$, ou bien $\frac{2n^5ydy}{b^2h^2q}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$ $+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{h^2q}\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$, en divisant le numerateur & le dénominateur par dy^2, & en traitant y, dy & dx comme constantes, parce qu'elles le sont effectivement, tant qu'il ne s'agit que de chaque zone en particulier.

S'il étoit ici question de trouver l'impulsion d'un fluide sur un solide proposé D*ADB*, il n'y auroit, comme il est assés évident, qu'à intégrer une seconde fois l'expression $\frac{2n^5ydy}{b^2h^2q}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{h^2q}\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$.

La connoissance que nous aurions de la base D*BD* nous mettroit en état d'exprimer les lignes *CQ*(z), *CN*(u) & *GH*(ds) par une seule variable avec sa différentielle, ce qui rendroit la premiére intégration toûjours possible, au moins par voye d'approximation. On auroit de cette sorte l'impulsion que reçoit chaque zone; & regardant ensuite les abscisses x & les ordonnées y de la courbe *BΩA* comme variables, il n'y auroit qu'à intégrer une seconde fois pour avoir l'impulsion que souffre la surface entiére. On trouveroit de cette maniére par une seule formule les chocs relatifs selon tous les divers sens: le seul effort relatif vertical se refuseroit à cette recherche. Il faudroit, pour le découvrir, employer cette autre formule $\frac{2n^4ydx}{bh^2}\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2udx^2}{dy^2}+uz^2}+\frac{2bn^2m^2ydx^3}{h^2dy^2}\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2u^3dx^2}{dy^2}+u^3z^2}$ dont il n'est pas difficile de découvrir l'origine, & qui exprime l'effort relatif vertical du fluide sur chaque zone. Pour trouver cette formule, nous avons cherché la valeur de *PR*, qui est $\sqrt{\frac{b^2dx^4}{z^2dy^2}-\frac{b^2dx^4}{u^2dy^2}}$ ou $\frac{bdx^2\sqrt{u^2-z^2}}{uzdy}=\sqrt{\overline{LP}^2-\overline{LR}^2}$, & nous avons fait cette analogie, *IP* est à *PR* comme

l'impulſion abſoluë que ſouffrent les deux trapezes correſpondants GK & gk eſt à l'impulſion relative verticale. Cette impulſion étant trouvée, ſon intégrale $\frac{2n^4ydx}{bh^2}\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2udx^2}{dy^2}+uz^2}$ $+\frac{2bn^2m^2ydx^3}{h^2dy^2}\int\frac{z^2ds\sqrt{u^2-z^2}}{\frac{b^2u^3dx^2}{dy^2}+u^3z^2}$ donne l'impulſion que ſouffre la zone entiére, & il ne reſte plus par conſéquent qu'à intégrer une ſeconde fois pour avoir l'impulſion que reçoit tout le ſolide ſelon le ſens vertical. Fig. 1.

SOLUTION.

Mais pour revenir à notre Probleme du ſolide qui éprouve de la part des fluides le moindre choc poſſible, il faut que nous reprenions l'impulſion $\frac{2n^5ydy}{b^2h^2q}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{h^2q}$ $\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$ que ſouffre chaque zone comme DbD ſelon le ſens parallele à AF. Nous ne pouvons pas faire un *minimum* de cette impulſion, conſidérée ſeule : car plus on augmente la ſaillie de chaque zone, ou plus on augmente Θb, par rapport à Θ B, plus l'impulſion devient petite ; & cette impulſion qui diminuëroit ſans ceſſe, ne ſe trouveroit enfin nulle, que lorſqu'on auroit augmenté infiniment la ſaillie Θb de la zone. Mais nous pouvons au moins faire enſorte que deux zones conſécutives DdD, $d\Omega\delta$, compriſes entre deux courbes déterminées DBD, $\Phi\Omega\Upsilon$, ne ſoient expoſées priſes enſemble qu'au moindre choc poſſible. Nous n'avons pour cela qu'à faire varier la courbure $Bb\Omega$ formée par les deux petits cotés Bb, Ωb, en faiſant avancer ou reculer le point de ſéparation b ſur la petite ligne $\Theta\zeta$: la convexité $Bb\Omega$ ou $B\zeta\Omega$ étant plus ou moins grande, une des deux zones ſera enſuite expoſée à une plus grande impulſion; mais l'autre ſera expoſée en même temps à une plus petite, & des deux il pourra réſulter un effort total qui ſera un *minimum*.

Fig. 1. Or, pour découvrir les conditions qui donnent ce moindre, nous n'avons qu'à prendre la différentielle de l'impulsion

$$\frac{2n^5 y dy}{b^2 h^2 q}\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2}+z^2}+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{h^2 q}\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$$

de la zone DbD, en traitant simplement dx comme variable: cette différentielle sera une quantité complexe ou incomplexe R, multipliée par ddx; & nous aurons pour l'autre zone $d\Omega\delta$ la différentielle $Rddx$, qui, au lieu d'être affectée du signe $+$ le sera du signe $-$, parce que $b\zeta = ddx$ qui est positive ou additive par rapport à Θb, est négative ou soustractive par rapport à $\Xi\Omega$. En un mot, nous aurons Rddx $-Rddx$ pour la différentielle de l'impulsion que souffrent ensemble les deux zones: & comme il faut selon la théorie des questions *de Maximis*, égaler cette différentielle à zéro, nous aurons R$ddx = Rddx$, & R $= R$; ce qui nous apprend que dans notre conoïde, il faut que les impulsions, différentiées & ensuite divisées par ddx, soient les mêmes dans toutes les zones, ou qu'elles soient égales à une quantité constante. Alors prises deux à deux, elles recevront le moindre choc possible; & la surface entiére du solide aura donc aussi la même propriété.

Mais la méthode de différentier l'impulsion

$$\frac{2n^5 y dy}{b^2 h^2 q}\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2}+z^2}+\frac{2n^3m^2+4n^3mp}{h^2 q}\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$$

ou de trouver le changement qu'elle reçoit par la variabilité de dx, pouroit bien ne se pas presenter d'abord à l'esprit. Commençons par différentier $\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2}+z^2}$, en ne regardant donc que dx comme changeante. Je considére l'intégrale $\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2}+z^2}$, comme si elle exprimoit l'aire $ACDB$ de

Fig. 2. la Fig. 2; & cela en prenant les parties infiniment petites EF de l'axe AB pour ds, & les ordonnées comme EG pour

pour $\frac{z^3}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$; ce qui rend le petit trapeze élémentaire *GEFH* égal à $\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$, & par conſéquent l'aire entiére *ACDB* égale à l'intégrale $\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$. Cela ſuppoſé je fais augmenter dx de la petite quantité ddx, & je cherche le changement que cette petite augmentation apporte dans la valeur $\frac{z^3}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$ de chaque ordonnée *GE.* Je trouve $\frac{2b^2z^3dx\,ddx}{dy^2\times\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^2}$ en différentiant à l'ordinaire, & c'eſt donc la valeur de *Gg.* Maintenant il eſt clair que ſi l'on multiplie cette valeur par $EF = ds$, on aura $\frac{2b^2z^3dx\,ddx}{dy^2\times\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^2}\times ds$ pour le changement *GHhg* que ſouffre le trapeze élémentaire *GEFH* $\left(\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}\right)$ lorſque dx augmente de ddx; & il n'eſt pas moins évident qu'il n'y a qu'à intégrer ou prendre la ſomme infinie $\int\frac{2b^2z^3dx\,ddx}{dy^2\times\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^2}\times ds$ de tous les petits changements *GHhg*, pour avoir le changement total *CGDdhc* que reçoit l'aire entiere *ACDB* ou la quantité propoſée $\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$. On trouvera en ſuivant cette méthode que la différentielle de l'impulſion entiére que ſouffre la zone, eſt $\frac{4n^5y\,dy}{b^2h^2q}\int\frac{b^2z^3ds\,dx\,ddx}{dy^2\times\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^2} - \frac{4n^3m^2-8n^3mp}{h^2q}$

$$\times\frac{y\,dx\,ddx}{dy}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2} + \frac{4n^3m^2+8n^3mp}{h^2q}$$ Fig. 2.

Fig. 2. $\times \frac{y\,dx^2}{dy} \int \frac{b^2 z^3\,ds\,dx\,ddx}{dy^2 \times \left(\frac{b^2 u\,dx^2}{dy^2} + uz^2\right)^2}$; & il eſt aiſé de voir qu'on peut lui donner cette forme $\frac{4n^5 y\,dx\,ddx}{b^2 h^2 q\,dy} \int \frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2\,dx^2}{dy^2} + z^2\right)^2}$

$- \frac{4n^3 m^2 - 8n^3 mp}{h^2 q} \times \frac{y\,dx\,ddx}{dy} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 u^2\,dx^2}{dy^2} + u^2 z^2} + \frac{4n^3 m^2 + 8n^3 mp}{h^2 q}$

$\times \frac{b^2 y\,dx^3\,ddx}{dy^3} \int \frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2 u\,dx^2}{dy^2} + uz^2\right)^2}$. Car dx ayant reçû le petit changement ddx, demeure invariable de même que ddx & que dy dans tous les petits trapezes $GHhg$ dont l'aire CGHDdhc eſt formée. Enfin c'eſt cette différentielle de l'impulſion du fluide qu'il faut, conformément à ce que nous avons dit dans l'article précédent, diviſer par ddx, & égaler à une quantité conſtante. Nous prendrons $4an^2$ pour cette quantité ; & en diviſant de part & d'autre par $4n^2$, nous aurons $\frac{n^3 y\,dx}{h^2 q\,dy} \int \frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2\,dx^2}{dy^2} + z^2\right)^2} - \frac{nm^2 - 2nmp}{h^2 q}$

$\times \frac{y\,dx}{dy} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 u^2\,dx^2}{dy^2} + u^2 z^2} + \frac{nm^2 + 2nmp}{h^2 q} \times \frac{b^2 y\,dx^3}{dy^3} \int \frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2 u\,dx^2}{dy^2} + uz^2\right)^2}$

Fig. 1. $= a$ pour l'équation de la courbe $A\Omega B$ (*Fig. 1.*) qui doit former la ſaillie du conoïde, & il ne reſte plus qu'à réſoudre cette équation.

Nous n'avons pour cela qu'à conſidérer que quoique nous ne connoiſſions pas les différentielles dx & dy, nous pouvons cependant regarder comme connu leur rapport $\frac{dx}{dy}$, & le marquer par le rapport variable $\frac{t}{b}$ de l'arbitraire t & de la conſtante b; ce qui nous donnera tout d'un coup la valeur de y. En effet, ſi nous mettons $\frac{t}{b}$ à la place de $\frac{dx}{dy}$, nous changerons notre équation en $\frac{n^3 yt}{bh^2 q} \int \frac{z^2\,ds}{(t^2 + z^2)^2}$

$-\frac{nm^2-2nmp}{h^2q}\times\frac{yt}{b}\int\frac{z^3ds}{u^2t^2+u^2z^2}+\frac{nm^2+2nmp}{h^2q}$ Fig. 1.

$\times\frac{yt^3}{b}\int\frac{z^3ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}=a$ qui ne contient que y d'inconnuë, puiſque u, z & ds ſont données par la nature de la baſe DBD qu'il s'agit de garantir de l'impulſion, & que t eſt une quantité à laquelle nous pouvons attribuer ſucceſſivement quelle valeur nous voudrons. Or en dégageant y, on trouve la formule

$$y=\frac{abh^2q}{n^3t\int\frac{z^3ds}{\overline{t^2+z^2}^2}-\overline{nm^2-2nmp}\times\overline{t\int\frac{z^3ds}{u^2t^2+u^2z^2}-t^3\int\frac{z^3ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}}}$$

qui nous fera donc connoître toutes les ordonnées comme $\Sigma\Omega$ de la courbe $A\Omega B$. Et ſi de $\frac{dx}{dy}=\frac{t}{b}$ on en déduit $dx=\frac{tdy}{b}$, & par voye d'intégration, $x=\frac{ty}{b}-\int\frac{ydt}{b}$; il n'y aura qu'à introduire dans cette valeur de x celle de y, pour avoir auſſi en grandeurs entiérement connuës les abſciſſes $A\Sigma$ de la même courbe $A\Omega B$. La formule eſt

$$x=\frac{ah^2q}{n^3\int\frac{z^3ds}{\overline{t^2+z^2}^2}-\overline{nm^2-2nmp}\times\overline{\int\frac{z^3ds}{u^2t^2+u^2z^2}-t^2\int\frac{z^3ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}}}$$

$$-\int\frac{ah^2qdt}{n^3t\int\frac{z^3ds}{\overline{t^2+z^2}^2}-\overline{nm^2-2nmp}\times\overline{t\int\frac{z^3ds}{u^2t^2+u^2z^2}-t^3\int\frac{z^3ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}}}.$$

Ainſi le Probleme général que nous nous étions propoſé, eſt entiérement réſolu : car ſi nous ne connoiſſons point d'une maniére immédiate la relation des abſciſſes $A\Sigma$ de la courbe de ſaillie $A\Omega B$ à ſes ordonnées $\Sigma\Omega$; nous avons, & c'eſt la même choſe, la relation des abſciſſes & des ordonnées à une quantité arbitraire t, qui nous fournira autant de points de la courbe, que nous lui attribuërons de diverſes valeurs. Si l'on veut que ce ne ſoit pas la partie du choc qui tombe ſur AF, qui ſoit un *moindre* : mais celle qui agit ſelon l'axe AC, l'angle FAC s'évanouira, & ſa

Fig. 1. tangente p deviendra nulle, pendant que sa sécante q deviendra égale au sinus total n, ce qui nous donnera

$$y = \frac{abh^2}{n^2 t \int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2} - m^2 \times t \int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2} - t^3 \int \frac{z^3 ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}},$$

$$\& \; x = \frac{ah^2}{n^2 \int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2} - m^2 \times \int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2} - t^2 \int \frac{z^3 ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}}$$

$$- \int \frac{ah^2 dt}{n^2 t \int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2} - m^2 \times t \int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2} - t^3 \int \frac{z^3 ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}}.$$

On n'a outre cela qu'à suppoſer que le mouvement du fluide ſe fait parallelement à l'axe AC, ou que la tangente m de l'angle EAC eſt nulle, & nos formules ſe réduiront à d'autres

$$y = \frac{ab}{t \int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2}}, \; \& \; x = \frac{a}{\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2}} - \int \frac{a\,dt}{t \int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2}},$$

qui ſont encore plus ſimples, mais qui ſont cependant toûjours très-générales, par rapport au cas qu'on avoit examiné.

Application des Formules précédentes.

Fig. 3. Afin de ne pas laiſſer ces formules ſans quelque application, propoſons-nous de mettre à couvert de l'impulſion d'un fluide, la ſurface D*PRD* (*Fig. 3.*) qui eſt un demi-cercle dont on a retranché par le bas, le ſegment *PRS*. Nous choiſiſſons cette figure, à cauſe de ſa ſimplicité; & parce que la coupe verticale de quelques Navires, faite perpendiculairement à leur longueur, n'en eſt pas fort différente. Nous n'avons que faire d'avertir que l'impulſion eſt préciſément la même, & que le ſolide doit par conſéquent avoir toûjours la même propriété; ſoit que le fluide vienne le choquer, ou que ce ſoit le ſolide qui aille frapper le fluide. La perpendiculaire *CB* ſera marquée par b comme ci-devant; nous déſignerons par c le rayon *CD*, par e la moitié *PB* de la corde *PR*, & g

marquera la longueur de l'arc DP, & φ le sinus GT des arcs variables comme SG. Cela supposé, nous aurons, par la propriété du cercle, le rayon c pour la valeur de toutes les perpendiculaires abaissées du centre C sur les tangentes à la courbe DP; $\frac{c^2}{\varphi}$ $(=\frac{\overline{CD}^2}{CE})$ pour $CQ=u$; & l'intégrale $\int\frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2}$ se réduira à $\int\frac{c^3 ds}{\overline{c^2+t^2}^2}=\frac{c^3 g}{\overline{c^2+t^2}^2}$; puisque tous les petits arcs $GH=ds$ composent l'arc D$P=g$. Mais il faut observer que $\frac{c^3 g}{\overline{c^2+t^2}^2}$ ne marque que la partie de l'intégrale $\int\frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2}$ qui appartient à l'arc DP, & qu'il faut aussi trouver l'autre partie qui répond à la ligne droite PB, considérée comme portion de la ligne courbe DPB. Comme c'est $CB=b$ qui tient lieu dans cette seconde circonstance de perpendiculaire z, l'intégrale $\int\frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2}$ se réduit à $\int\frac{b^3 ds}{\overline{b^2+t^2}^2}$ qui est égale à $\frac{b^3 e}{\overline{b^2+t^2}^2}$, puisque ds désigne maintenant les petites parties dont $PB=e$ est formée. Ainsi la valeur totale de l'intégrale $\int\frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^2}$ est $\frac{c^3 g}{\overline{c^2+t^2}^2}+\frac{b^3 e}{\overline{b^2+t^2}^2}$. Fig. 3.

Il n'y aura pas beaucoup plus de difficulté à trouver la valeur des intégrales $\int\frac{z^3 ds}{u^2 t^2+u^2 z^2}$, & $\int\frac{z^3 ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}$: la première se réduira à $\int\frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2+t^2}\sqrt{c^2-\varphi^2}}$, en mettant à la place de z, de u, & de ds, les valeurs c, $\frac{c^2}{\varphi}$ & $\frac{c\,d\varphi}{\sqrt{c^2-\varphi^2}}$ que fournit le cercle; & si l'on considére que cette quantité $\frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2+t^2}\sqrt{c^2-\varphi^2}}$ est proportionnelle aux petits trapezes élémentaires $GTXH$ $(\frac{\varphi^2 d\varphi}{\sqrt{c^2-\varphi^2}})$ qui sont les produits de

Fig. 3. GT (φ) par TX égale à $HV = \frac{\varphi d\varphi}{\sqrt{c^2 - \varphi^2}}$, différentielle de $GE = \sqrt{c^2 - \varphi^2}$; nous aurons pour la valeur de $\int \frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2 + t^2}\sqrt{c^2 - \varphi^2}}$, ou de l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2}$, l'espace D$CBP$, ou le secteur D$CP$, & le triangle PCB, joints ensemble, divisés par $c^2 + t^2$, & en termes analytiques $\frac{\frac{1}{2}cg + \frac{1}{2}be}{\overline{c^2 + t^2}^2}$. Il faut remarquer que cette intégrale est complette, & qu'il n'y a rien à y ajoûter, pour PB considérée comme partie de la courbe : car u se trouve ici infinie, & doit rendre nulle la partie de $\int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2}$ qui répond à PB. On trouvera pareillement $\frac{\frac{1}{2}cg + \frac{1}{2}be}{\overline{c^2 + t^2}^2}$ pour l'intégrale de $\int \frac{z^3 ds}{\overline{ut^2 + uz^2}^2}$, & si l'on introduit ces valeurs dans nos formules générales, on aura

$$x = \frac{\overline{n^2 + m^2} \times aq}{\frac{n^3 c^3 q}{\overline{c^2 + t^2}^2} + \frac{n^3 b^3 e}{\overline{b^2 + t^2}^2} - \frac{\overline{nm^2 - 2nmp} \times \overline{c^3 g + c^2 be}}{2 \times \overline{c^2 + t^2}^2}}$$

$$- \int \frac{\overline{n^2 + m^2} \times abqdt}{\frac{n^3 c^3 gt}{\overline{c^2 + t^2}^2} + \frac{n^3 b^3 et}{\overline{b^2 + t^2}^2} - \frac{\overline{nm^2 - 2nmp} \times \overline{c^3 gt + c^2 bet}}{2 \times \overline{c^2 + t^2}^2}}, \&$$

$$y = \frac{\overline{n^2 + m^2} \times abq}{\frac{n^3 c^3 gt}{\overline{c^2 + t^2}^2} + \frac{n^3 b^3 et}{\overline{b^2 + t^2}^2} - \frac{\overline{nm^2 - 2nmp} \times \overline{c^3 gt + c^2 bet}}{2 \times \overline{c^2 + t^2}^2}}, \text{ qui}$$

fourniront autant de différents points de la courbe de saillie $A\Omega B$, qu'on fera t de différentes grandeurs; & il sera ensuite facile d'achever l'espece de conoïde qui doit servir de prouë. Si l'on vouloit calculer une Table des dimensions de ce solide, pour mettre les personnes qui ne sont point Géometres, en état de le former aisément, il n'y auroit qu'à

négliger le cas du mouvement direct dans lequel les Vaiſſeaux ſinglent toûjours aſſés bien, & ne conſtruire la Table que pour le cas du mouvement oblique, qui eſt le plus ordinaire en Mer, & dans lequel il importe beaucoup plus d'augmenter la rapidité du ſillage. Fig. 1.

Enfin deſcendons au cas particulier dans lequel la baſe qu'on veut garantir du choc eſt exactement un demi-cercle : mais ſuppoſons cependant toûjours que le mouvement ſe fait ſelon une direction oblique par rapport à l'axe, & que l'impulſion qui doit être un *moindre*, s'exerce auſſi ſelon une ligne oblique. La ligne CB (b) deviendra égale au rayon $CS = c$, & la corde PR deviendra nulle. Ainſi il n'y aura qu'à mettre c à la place de b, & effacer tous les termes qui contiennent $e = PB$ dans les valeurs de x & de y trouvées en dernier lieu, & nous les réduirons à $x = \frac{\overline{2n^2+2m^2} \times aq \times \overline{c^4+2c^2t^2+t^4}}{\overline{2n^3-nm^2-2nmp} \times c^3 g} - \int \frac{\overline{2n^2+2m^2} \times aqdt \times \overline{c^4+2c^2t^2+t^4}}{\overline{2n^3-nm^2-2nmp} \times c^3 gt}$ & à $y = \frac{\overline{2n^2+2m^2} \times acq \times \overline{c^4+2c^2t^2+t^4}}{\overline{2n^3-nm^2-2nmp} \times c^3 gt}$. Mais ce qui eſt très-digne de remarque, c'eſt que ſi l'on rend nulle la tangente m de l'obliquité de la route, la tangente de l'angle CAE (*Fig. 1.*) de même que la tangente p de l'angle CAF que fait l'axe AC du conoïde avec la ligne AF, ſelon laquelle l'impulſion doit être un *moindre*, on trouvera que la courbe de ſaillie eſt toûjours la même. Car il viendra pour les abſciſſes x, & pour les ordonnées y des valeurs $\frac{a \times \overline{c^4+2c^2t^2+t^4}}{c^3 g} - \int \frac{adt \times \overline{c^4+2c^2t^2+t^4}}{c^3 gt}$ & $\frac{ac \times \overline{c^4+2c^2t^2+t^4}}{c^3 gt}$, qui ont entre elles la même relation, & qui étant proportionnelles aux premiéres valeurs, leur deviendront parfaitement égales, auſſi-tôt qu'on fera la conſtante a plus grande ou plus petite; ce qui montre que la courbe de ſaillie ne change point, & que c'eſt par conſéquent

Fig. 1. le même ſolide qui a la propriété de trouver la moindre réſiſtance dans tous les cas. Nous étions déja parvenus par une autre voye à cette remarque, que la prouë qui ſouffre le moins d'impulſion ſelon ſon axe dans la route directe, en ſouffre auſſi le moins ſelon ſon axe dans les routes obliques. Mais nous voyons maintenant que ce ſont non-ſeulement les impulſions relatives dans ce ſens, qui ſont des *minimum*, mais que ce ſont auſſi toutes les autres; puiſque la courbe de ſaillie eſt auſſi indépendante des changements que peut recevoir l'obliquité CAF de la direction AF, que de ceux que peut recevoir l'obliquité CAE de la route : & il ſuit de-là que l'impulſion abſoluë horiſontale ſur quelque direction AF qu'elle tombe, doit être pareillement un *minimum*. Ainſi, lorſqu'on a crû par les Solutions particuliéres qu'on a publiées, ne conferer à la prouë qu'un avantage aſſés limité, on lui en a heureuſement conferé d'autres infiniment plus conſidérables, & tous ceux même qu'on pouvoit imaginer en ce genre.

Mais il y a cependant une exception à mettre, & même une exception ſi ſinguliére, qu'il eſt aſſés difficile de la prévoir. C'eſt que le conoïde dont il s'agit ici, lequel, comme nous venons de le voir, reçoit dans les routes obliques la moindre impulſion ſelon ſon axe, & ſelon tous les autres ſens, en reçoit auſſi le plus qu'il eſt poſſible dans une infinité d'autres rencontres, & paſſe tout d'un coup d'un cas à l'autre, comme s'il ne ſe plaiſoit que dans les propriétés les plus contraires. On appercevra la cauſe de cette ſingularité, ſi l'on remonte juſques vers les commencemens du Probleme, & qu'on éxamine le changement que ſouffre l'impulſion ſur une zone, lorſqu'on change la figure du conoïde. L'expreſſion générale de cette différentielle eſt $\frac{4n^5 y\,dx\,ddx}{h^2 q\,dy} \int \frac{z^3\,ds}{\overline{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}^{\,2}}$

$$- \frac{4n^3m^2 - 8n^3mp}{h^2 q} \times \frac{y\,dx\,ddx}{dy} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2} + u^2z^2} + \frac{4n^3m^2 + 8n^3mp}{h^2 q}$$

$$\times \frac{b^2 y\,dx^3\,ddx}{dy^3} \int \frac{z^3\,ds}{\overline{\frac{b^2u\,dx^2}{dy^2} + uz^2}^{\,2}}.$$ Et ſi à la place de b & de

de z, on introduit c; & à la place de u & de ds, les quantités Fig. 1.
$\frac{c^2}{\varphi}$ & $\frac{c\,d\varphi}{\sqrt{c^2-\varphi^2}}$ que fournit le cercle, nous trouverons, comme nous l'avons vû, il n'y a qu'un moment, $\frac{c^3 g}{\left(\frac{c^2dx^2}{dy^2}+c^2\right)^2}$ ou $\frac{cg\,dy^4}{\left(c\,dx^2+c\,dy^2\right)^2}$ pour la valeur de $\int\frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2\right)^2}$, $\frac{\frac{1}{2}cg}{\frac{c\,dx^2}{dy^2}+c^2}$ ou $\frac{g\,dy^2}{2c\,dx^2+2c\,dy^2}$ pour celle de $\int\frac{z^3\,ds}{\frac{b^2u^2\,dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$ $=\int\frac{\varphi^2\,d\varphi}{\left(\frac{c^2dx^2}{dy^2}+c^2\right)^2\sqrt{c^2-\varphi^2}}$, & $\frac{\frac{1}{2}cg}{\left(\frac{c^2\,dx^2}{dy^2}+c^2\right)^2}$ ou $\frac{cg\,dy^4}{2\times\left(c^2dx^2+c^2dy^2\right)^2}$ pour celle de $\int\frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2u\,dx^2}{dy^2}+uz^2\right)^2}=\int\frac{\varphi^2\,d\varphi}{\left(\frac{c^2dx^2}{dy^2}+c^2\right)^2\sqrt{c^2-\varphi^2}}$: Et ces valeurs étant ſubſtituées dans l'expreſſion générale de la différentielle, nous aurons $\frac{4n^5g-2n^3m^2g-4n^3mpg}{ch^2q}\times\frac{y\,dy^3dx\,ddx}{\left(dx^2+dy^2\right)^2}$.
Ainſi nous pouvons, conformément à ce que nous avons dit ci-devant, prendre $\frac{4n^5g-2n^3m^2g-4n^3mpg}{ch^2q}\times \mathrm{R}\,ddx$ $-\,R\,ddx$, pour la différentielle de l'impulſion que ſouffrent deux zones conſécutives : nous n'avons pour cela qu'à ſuppoſer que R & *R* déſignent les deux valeurs qu'a $\frac{y\,dy^3\,dx\,ddx}{\left(dx^2+dy^2\right)^2}$ dans les deux zones. C'eſt cette différentielle, comme on s'en ſouvient, qui étant égalée à zéro, confére au conoïde la propriété de recevoir la moindre impulſion poſſible. Mais pour que la choſe arrive effectivement, il faut que $\frac{4n^5g-2n^3m^2g-4n^3mpg}{ch^2q}\times\overline{\mathrm{R}\,ddx-R\,ddx}$ avant que de devenir nulle, ſoit négative : car ſi elle étoit poſitive, ce ſeroit une marque que l'impulſion deviendroit de plus grande en

Fig. 1. plus grande, à meſure qu'en changeant la figure du ſolide, on approcheroit du cas où la différentielle eſt égale à zéro ; & on trouveroit par conſéquent un *maximum*, au lieu de trouver un *minimum*. Or, c'eſt ce qui doit avoir lieu dans une infinité de rencontres ; puiſque la négation ou l'affirmation de la différentielle ne dépend pas plus de la figure du conoïde qu'elle dépend de la diverſe ſituation des directions AE & AF. En un mot, il n'eſt pas fort difficile de s'aſſûrer que la quantité $\mathrm{R}ddx - Rddx$, conſidérée ſeule eſt négative ; & il ſuit de là que la différentielle $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{ch^2q}$ $\times \mathrm{R}ddx - Rddx$ l'eſt auſſi, pourvû que le coëfficient $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{ch^2q}$ ſoit poſitif. Mais cela ſuppoſé, la différentielle ſe trouvera néceſſairement poſitive, toutes les fois que $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{ch^2q}$ ſera négatif ; & alors le choc que ſouffrira notre prouë ſera infailliblement un *maximum* ; c'eſt-à-dire, qu'il ſera plus grand que celui que recevroit tout autre conoïde.

Ainſi pour ſçavoir dans quelle rencontre l'impulſion de l'eau ſur notre ſolide eſt un *minimum* ou un *maximum*, nous n'avons qu'à examiner dans quel cas $4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg$ eſt poſitif ou négatif; & la queſtion ſe réduit par conſéquent à diſcuter les circonſtances qui rendent le terme $4n^5g$ plus grand ou plus petit que les deux autres $2n^3m^2g + 4n^3mpg$. On trouve $p < \frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$ pour le premier cas, & $p > \frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$ pour le ſecond : de ſorte que pour chaque route EA que peut embraſſer le Vaiſſeau, & dont m eſt la tangente de l'obliquité, il eſt une infinité de différentes lignes AF, ſelon leſquelles la prouë eſt pouſſée en même temps par l'eau le plus & le moins qu'il eſt poſſible. La prouë eſt pouſſée le moins qu'il eſt poſſible, ſelon toutes les lignes AF qui font avec l'axe AC un angle dont la tangente p eſt moindre que $\frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$; & la prouë eſt pouſſée en même temps le plus

qu'il est possible, selon toutes les lignes qui font avec l'axe un angle un peu plus grand. Ainsi, si l'impulsion absoluë tomboit sur une de ces derniéres lignes, ce seroit une marque qu'elle seroit aussi un *maximum*, & que la prouë seroit la moins propre de toutes pour le sillage. Fig. 1.

Enfin de même que pour chaque route *EA*, il y a une infinité de lignes *AF*, selon lesquelles l'impulsion du fluide est un *moindre*, ou un *plus grand*, il y a aussi une infinité de différentes routes qui convertissent en *minimum* ou en *maximum*, l'impulsion qui s'exerce sur chaque ligne *AF*; & les deux cas sont si voisins, qu'ils se touchent encore, pour ainsi dire, l'un l'autre. L'obliquité de la direction *AF* étant donnée, on trouvera, en supposant le coëfficient $4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg$ égal à zero, comme il l'est dans la séparation des deux cas, que $m = -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$; de sorte qu'on a dans le premier, $m < -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$, & $m > -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$ dans le second. Il n'importe donc quelle route *EA* on suive, pourvû que la tangente *m* de son obliquité *CAE* soit plus petite que $-p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$, l'impulsion sera toûjours un *minimum*. Mais aussi-tôt que la tangente *m* de l'obliquité sera plus grande, l'impulsion deviendra un *maximum*, & alors tout autre conoïde seroit préférable au nôtre. S'il peut arriver de cette sorte que la prouë la plus avantageuse, la prouë qui reçoit dans une infinité de cas la moindre impulsion possible, perde cette propriété tout-à-coup pour en contracter une contraire, c'est au moins un bonheur que cet inconvénient n'ait lieu qu'autant qu'il est nécessaire pour former une curiosité de Géométrie, & qu'on n'ait point à le craindre dans la pratique, parce que l'obliquité des routes n'est pas ordinairement assés grande. Nous laissons quelques autres réflexions à faire une autre fois, ne voulant pas rendre ce Mémoire plus long.

OBSERVATION

D'UNE HE'MORRAGIE PAR LA BOUCHE,

Qui, en moins d'une minute qu'elle a duré, a été ſuivie de la mort du Malade, & dont le Sang venoit immédiatement du tronc de l'artere ſouſclaviere droite.

Par M. MALOET.

LE 26 Juin dernier, un Soldat, âgé de 46 ans, entra l'après-midi, dans l'Infirmerie de l'Hôtel Royal des Invalides, je l'y vis le même jour, & je lui demandai pour quel mal il y étoit venu : il me répondit qu'il avoit eu chez lui, depuis ſix ſemaines, une fluxion de poitrine, pour laquelle il avoit été ſaigné ſix ou ſept fois, qu'il avoit touſſé beaucoup, & craché du ſang, qu'il lui reſtoit encore de la toux, & une douleur à la gorge; je viſitai ſon cou, pour voir s'il y auroit quelque élevation, je trouvai à ſa partie inférieure antérieure, une tumeur, de la groſſeur d'une noix, immédiatement au-deſſus de l'échancrure du ſternum, ſur laquelle elle portoit; elle étoit molle, ronde & égale, la couleur de la peau qui la couvroit, étoit naturelle, elle avoit un battement fort ſenſible & très-reglé, elle cedoit à la preſſion des doigts, mais elle ſe remettoit promptement & avec force; de tous ces ſignes, il me fut aiſé de conclurre que c'étoit un anevriſme vrai, & je jugeai qu'il étoit à la partie ſupérieure de l'aorte, que je ſuppoſai prolongée, indépendamment de l'anevriſme.

Je demandai à ce Soldat, depuis quand il portoit cette tumeur, & s'il s'étoit apperçû de quelque cauſe qui y eut pû donner lieu.

Il me répondit qu'il ne s'en étoit apperçû que depuis ſa fluxion de poitrine, & qu'il ne voyoit pas qu'il pût l'attribuer à autre choſe, qu'aux efforts qu'il avoit fait pour touſſer.

Comme il lui reſtoit encore de la toux, je lui ordonnai

Fig. 1
C
E
F
D
q
δ
Π
Σ
Ψ
A
n
m
h
t
g
Ξ
ξ
Θ
Ω
b
B
Fig. 3
Q
D
E
e
C
D
G
V
T
H
X
P
B
R
S

des remedes adouciſſants, & parce qu'il avoit un peu de fréquence dans ſon poulx, je le mis aux bouillons & à la tiſane, & je lui interdis toutes ſortes d'efforts, à cauſe de cet anevriſme.

Ayant été dans ce régime juſqu'au 29 du même mois, il me demanda ce jour-là, à ma viſite du matin, ſi c'étoit par mon ordre qu'on ne lui donnoit point de vin : lui ayant répondu qu'oui, il me repliqua que je lui coupois la gorge, qu'étant ouvrier, & travaillant de ſon mêtier dans les carriéres, il avoit beſoin d'en boire, & il me pria de lui en faire donner; ayant trouvé ſon pous plus calme que le jour qu'il étoit entré à l'Infirmerie, & ſa toux étant appaiſée, je le fis marquer pour avoir du vin.

Je ne fus pas plûtôt au lit qui étoit après celui de ce malade, que j'entendis derriére moi un bruit, comme de quelqu'un qui vomiſſoit. M'étant retourné, je vis que cet homme que je venois de quitter, rendoit par la bouche, des flots de ſang; je courus à lui, l'Apothicaire de l'Hôtel qui m'accompagne dans ma viſite, en fit de même, mais comme on ne pouvoit pas en approcher, ſans être inondé de ſang, & qu'il s'en inondoit lui-même, notre premier mouvement de l'un & de l'autre, fut de chercher promptement un vaiſſeau pour recevoir le ſang que ce Soldat rendoit ſans aucun effort, par fuſées, dont l'une à peine attendoit l'autre; jugeant le cas des plus preſſants, je criai à une Sœur de l'Infirmerie, de faire venir au plus vîte un Prêtre; le malade qui s'étoit mis ſur ſon ſéant, pour rejetter ce ſang, ſe coucha ſur ſon lit à la renverſe, & rendit encore du ſang dans un vaiſſeau que l'Apothicaire tenoit à portée de le recevoir, & il expira dans le moment, ſans donner le temps (à un Prêtre qui étoit dans l'Infirmerie, lorſque cet accident arriva, & qui accourut dans l'inſtant) de lui adminiſtrer aucun ſecours ſpirituel, car il ne ſe paſſa pas une minute depuis qu'il avoit commencé à rendre du ſang, juſqu'à ſa mort; ce ſang étoit rouge, vermeil & écumeux.

Quoique je m'attendiſſe bien à des ſuites funeſtes de la part de cette tumeur, telle que je viens de la décrire, j'avouë que

je ne comptois pas que la mort fût si prochaine; je m'attendois encore moins que cet anevrisme se vuidât par la bouche.

Il n'y avoit pourtant pas lieu de douter qu'il ne se fût ouvert, & que ce ne fût par cette ouverture que le malade avoit perdu tout son sang, d'autant plus qu'après sa mort, la tumeur du cou se trouva totalement dissipée. Mais comment ce sang avoit-il passé dans la bouche? car il ne paroissoit pas moins sûr que cette tumeur étoit une artere dilatée, & il n'y en a point qui ait naturellement de communication immédiate avec la bouche, ni avec aucun des canaux par lesquels cette prodigieuse quantité de sang avoit pû lui être fournie : je voyois bien qu'il falloit qu'il s'en fût fait une contre nature, mais comment avoit-elle pû se faire si subitement ? puisqu'il falloit pour cela qu'il se fût fait deux ouvertures en même temps, l'une dans l'artere où étoit l'anevrisme, l'autre dans la trachée, que je jugeois être la seule voye, que le sang, qui étoit sorti par cette hémorragie, avoit pû prendre, pour aller à la bouche; cela me paroissoit d'autant moins aisé à comprendre, que le fluide contenu dans cette tumeur paroissoit peu propre à ronger les parois de ces canaux, & que quand il en auroit été capable, comme il n'auroit pû agir sur les parois de la trachée artere, qu'après avoir percé celles de l'aorte; dans ce cas, c'est-à-dire, après avoir percé cette artere, il auroit dû se répandre dans la poitrine, & par-là il n'auroit pas été à portée de ronger la trachée, ni de passer par son canal dans la bouche.

L'ouverture du cadavre m'a levé ces difficultés, & pleinement satisfait sur tout cela, je la fis le soir du jour même de la mort du malade; je remarquai, avant de la commencer, qu'il couloit de sa bouche une écume sanguinolente, & qu'il ne restoit aucun vestige de la tumeur du cou.

J'ouvris la poitrine, & après avoir dégagé la grande artere, avec ses trois grosses branches, sçavoir la sousclaviére droite, la carotide gauche, & la sousclaviére gauche, je trouvai, que l'aorte avoit quelque chose de singulier; elle étoit dilatée dans la partie supérieure de son arcade, entre la sousclaviére droite, & la carotide gauche, entre lesquelles il y avoit à leur origine

(contre l'ordinaire) un eſpace de ſix lignes, l'artere ſouſclaviére droite étoit plus groſſe, & plus longue que de coûtume, ayant environ un pouce de diametre, & deux pouces de longueur, avant que de fournir la carotide; il s'étoit fait dans ſa partie ſupérieure, à ſa naiſſance de l'aorte, une poche à peu-près ronde, laquelle avoit formé la tumeur qui avoit paru à la partie inférieure du cou. Il réſulte de-là que cet anevriſme n'étoit pas tout-à-fait à l'aorte, comme je l'avois penſé, elle contribuoit pourtant un peu à le former, & elle étoit réellement dilatée, ou prolongée dans ſa partie ſupérieure, ainſi que je l'avois jugé.

La cavité de la poche dont je viens de parler, avoit environ deux pouces de diametre, en tous ſens, elle étoit placée au-devant de la partie antérieure de la trachée artere, depuis le 10ᵉ ſegment cartilagineux, juſqu'au 5ᵉ incluſivement, enſorte qu'elle couvroit ſix de ces ſegments; elle y étoit intimement adhérente par ſa partie poſtérieure, comme elle l'eſt encore par le côté gauche de cette partie, auquel je n'ai pas touché.

J'eſſayai de la détacher de la trachée artere, mais dès que j'y eûs porté le ſcalpel, le plus légérement qu'il me fût poſſible, elle s'ouvrit; voyant qu'il n'étoit pas poſſible de ſéparer cette poche entiére, comme c'étoit mon premier deſſein, j'aggrandis (pour regarder dans la cavité de ce ſac) l'ouverture que j'avois commencé à faire dans ſa partie latérale droite; je n'y trouvai rien, mais je fus ſurpris de voir à découvert les cartilages de la trachée artere; je cherchai la paroi poſtérieure de cette poche, ou artere dilatée, laquelle paroi, par la ſituation de cette même poche, auroit dû être appliquée contre ces cartilages; je n'en trouvai point, ſi ce n'eſt au bas de la poche, poſtérieurement, un petit lambeau, qui me parut extrémement mince, uſé, & même déchiré; je remarquai auſſi que les cartilages, contre leſquels cette poche ſe trouvoit appliquée, étoient plus foibles, plus applatis ſur le devant, & faiſoient moins de ſaillie, que les autres; enfin j'obſervai entre le 6ᵉ & le 7ᵉ de ces cartilages, au côté droit de la partie antérieure de la trachée; un trou à peu près rond, de deux lignes & demi dans ſon diametre vertical, & de deux lignes dans le tranſverſal.

Ce trou étoit pratiqué dans la membrane ligamenteuſe, par laquelle ces ſegments cartilagineux tiennent l'un à l'autre, il anticipoit même ſur le 6e & le 7e, qui en étoient un peu échancrés à cet endroit-là.

Je ſondai ce trou avec un ſtilet, & je trouvai qu'il perçoit juſques dans la cavité de la trachée artere, de maniére pourtant qu'il étoit plus grand, à ſon entrée, que dans le reſte de ſon trajet. Je crus devoir viſiter l'eſtomach, je le trouvai rempli de caillots de ſang.

Alors je ne fus plus en peine de ſçavoir par où étoit venu le ſang, qui étoit ſorti par la bouche, ni pourquoi il en étoit ſorti en ſi grande quantité, & ſi promptement, pourquoi même il n'y étoit pas venu plûtôt, quoique le trou pratiqué dans la trachée, ne parût pas fait depuis peu.

Il n'y a pas lieu, à ce que je crois, de douter que le ſang n'ait paſſé de la poche, à la faveur de ce trou, dans la trachée artere; de-là il falloit néceſſairement qu'il montât dans le larynx, ou qu'il deſcendît dans les bronches; mais l'air renfermé dans ceux-ci, l'ayant empêché de ſuivre cette derniére route, quoiqu'il y fût porté par ſon propre poids, il a été obligé de prendre celle du larynx, & d'aller de-là vers le fond du palais, d'où il eſt ſorti par la bouche.

Quoique ce trou ait paru avoir été fait, dans la membrane ligamenteuſe, dont je viens de parler, quelque temps avant la mort du malade, ou plûtôt, avant ſon hémorragie, cependant le ſang ne paſſoit pas de ce ſac, dans la cavité de la trachée, parce que la membrane interne de ce canal, étoit demeurée entiére, qu'elle bouchoit ce trou, du côté de cette cavité, & qu'elle lui en deffendoit l'entrée; mais cette membrane ayant été enfoncée, & rompuë dans le moment qui a précédé la mort du malade, alors le ſang du ſac anevriſmal, ou plûtôt celui de l'artere ſouſclaviére, n'a rien trouvé qui s'oppoſât à ſon paſſage dans la trachée.

Je dis que cette derniére membrane a été d'abord enfoncée, & enſuite rompuë, car outre que cela n'a guéres pû arriver autrement, parce qu'étant aſſés lâche, elle a dû prêter & être

pouſſée

poussée de dehors en dedans par le sang qui venoit de l'artere sousclaviére, cela paroît par la forme de son ouverture, dont les bords sont une saillie considérable, dans la cavité de la trachée artere, de maniére qu'en les repoussant vers le trou formé dans la membrane ligamenteuse, on en bouche la plus grande partie.

Il reste à sçavoir comment ce trou s'est fait, entre ces deux cartilages, dans la membrane par laquelle ils sont attachés l'un à l'autre; cela n'est pas difficile à comprendre.

La paroi postérieure de cette poche s'étant renduë adhérente à la trachée artere, ayant été usée, & à la fin rompuë, par les efforts & l'impétuosité du sang, qui y abordoit continuellement; cette paroi, dis-je, ayant été usée & même détruite, d'autant plus aisément, qu'elle étoit fort mince, & qu'elle étoit d'un côté appliquée à des corps plus durs qu'elle, & de l'autre exposée aux coups du sang dardé avec beaucoup de force, celui-ci s'est trouvé porter immédiatement sur la trachée, il ne s'est pas néantmoins répandu hors de cette poche, à cause de l'intime adhérence de celle-ci à la trachée, qui a servi de paroi, à la partie postérieure de ce sac; ce même sang, soit par sa sérosité, soit par quelques-unes de ses parties salines, soit par l'effort avec lequel il étoit poussé dans cette poche, a miné l'interstice des segments cartilagineux qui concourent à former la trachée, & a pratiqué cette ouverture entre le 6e & le 7e, parce que cet endroit s'est peut-être trouvé le plus foible, ou le plus exposé à l'effort du sang par la direction de celui-ci.

Mais cette ouverture n'a pas été faite dans un moment; elle s'est faite peu à peu, elle étoit déja commencée, & même fort avancée dans le temps que le malade me parloit avec tant de résolution, & m'accusoit de lui couper la gorge, parce que je lui avois retranché le vin; il ne croyoit pas sans doute, alors, être si près de l'avoir réellement coupée, ou du moins, percée; le sang s'étoit déja fait jour, entre deux segments cartilagineux de la trachée, à travers leur membrane ligamenteuse, & il étoit parvenu à la membrane interne de ce canal,

laquelle étoit le ſeul obſtacle, qui lui reſtoit à lever, pour s'y faire un paſſage; c'eſt véritablement dans ce temps-là, qu'il eût été vrai de dire, que la vie de ce Soldat, ne tenoit qu'à un filet, puiſqu'elle dépendoit uniquement, du plus ou du moins de temps, que devoit tenir une ſi foible membrane, contre tout l'effort du ſang de la premiére, & de la plus groſſe branche que fourniſſe l'aorte : il n'étoit pas poſſible que cette membrane tînt long-temps, contre un effort capable de vaincre les plus grandes réſiſtances; auſſi a-t-elle été enfoncée dans un moment, qui eſt celui qui a précédé la mort du malade.

La communication du ſac anevriſmal, avec la cavité de la trachée artere, s'étant trouvée libre, par l'enfoncement de cette membrane, le ſang de ce ſac, ou plûtôt de l'artere ſouſclaviére, a paſſé avec toute ſon impétuoſité, dans ce canal, & de là, il s'eſt porté par le larynx, comme je l'ai dit, vers le fond du palais, d'où il eſt ſorti par la bouche, tant que le malade a eû aſſés de force pour demeurer ſur ſon ſéant, mais ayant été obligé de ſe coucher, ou plûtôt étant tombé à la renverſe, par l'extrême foibleſſe où l'avoit réduit une ſi grande perte de ſang, & celui-ci continuant à ſe porter vers le fond du palais, il en eſt tombé alors une partie dans le pharynx, de-là dans l'œſophage, & dans l'eſtomach, d'autant plus facilement, que la ſituation du malade, le favoriſoit à y entrer par ſon propre poids, & qu'elle s'oppoſoit au contraire, à ſa ſortie par la bouche; de-là eſt venu le ſang qui s'eſt trouvé dans l'eſtomach, où il s'eſt mis en caillots par ſon ſéjour.

L'effort du ſang qui paſſoit de l'artere ſouſclaviére, dans le ſac anevriſmal, ayant heurté continuellement & à nud, pour ainſi dire, contre les cartilages de la trachée artere, il n'a pû manquer de les uſer, de les applattir, & de les émincer, comme j'ai remarqué qu'ils le ſont.

Cet anevriſme me paroît avoir été une ſuite, de l'augmentation de diametre, que j'ai obſervée dans l'artere ſouſclaviére droite, par quelque cauſe que cette augmentation ſoit venuë: car comme le diametre de cette artere, n'a pû augmenter, ſans que ſes parois ſe ſoient étenduës, & par conſéquent émincées,

comme elles l'étoient effectivement, ensorte qu'elles avoient perdu de leur épaisseur, à proportion qu'elles s'étoient dilatées; il est clair que ces parois étant devenuës plus minces, elles en ont eû moins de force pour résister à l'impétuosité du sang qui y abordoit, & qui y étoit d'autant plus grande, qu'il y venoit immédiatement de l'artere sousclaviére, & pour ainsi dire, de l'aorte; ces parois ont donc été obligées de ceder à cette force, de prêter & de se dilater dans quelques endroits (qui y étoient le plus exposés, ou qui se sont trouvés plus foibles), plus que dans d'autres, & comme ces endroits qui ont prêté plus que les autres, ont été portés au de-là de leur ressort, ils n'ont pû se rétablir, c'est ce qui a fait la poche ou l'anevrisme.

Les efforts que ce Soldat étoit dans l'usage de faire, travaillant de son mêtier dans les carriéres, ont pû donner lieu, à cette augmentation de diametre de l'artere sousclaviére droite, & par-là être plûtôt la cause de l'anevrisme qui y est survenu, que ceux qu'il avoit fait, en toussant, dans sa fluxion de poitrine, ausquels il l'attribuoit; car comme dans cette espece de travail, il faut que les muscles des bras se mettent dans de violentes contractions, & qu'ils s'y tiennent long-temps, ils n'ont pû manquer d'y intercepter le cours du sang dans les arteres qui le leur fournissent, mais plus dans celles du bras droit, que dans celles du gauche, parce que le premier fait ordinairement les plus grands efforts, & qu'il en fait plus souvent; le cours du sang ayant été intercepté dans les arteres du bras droit, il a dû s'arrêter dans le tronc de la sousclaviére, d'où ces arteres prennent leur origine, & qui se trouvoit à l'abri de toute compression; le sang ayant été arrêté dans ce tronc, n'ayant pû aller en avant, à la même proportion qu'il y étoit poussé par le cœur, & s'y étant accumulé, il a dû le dilater dans toute son étenduë; de-là est venu son augmentation de diametre.

Il est assés rare qu'un anevrisme vrai, s'ouvre & fasse périr le malade en si peu de temps, sur-tout quand il n'est pas plus considérable que celui-là l'étoit; car on en voit qui en

portent pendant plusieurs années, de beaucoup plus gros; au lieu que celui-ci s'est ouvert dans l'espace d'environ six semaines.

La raison qu'on en peut donner, est, ce me semble, parce qu'il s'est trouvé appliqué contre les cartilages de la trachée artere; j'ai dit plus haut, la part que ces cartilages ont eu, à la destruction de la paroi postérieure de cette poche, & par conséquent à son ouverture.

Il est peut-être encore plus rare, qu'on rende par la bouche, du sang venant immédiatement du tronc de l'artere sousclaviére. Comme je n'en ai point vû d'exemple jusqu'ici, ni trouvé dans un assés grand nombre d'Auteurs, que j'ai lû exprès, pour y en chercher, cela m'a déterminé, à donner cette observation, qui m'a paru singuliére.

SUR LA FIGURE DES DENTS DES ROUES, ET DES AISLES DES PIGNONS,

Pour rendre les Horloges plus parfaites.

Par M. CAMUS.

DE toutes les figures qu'on peut donner aux Dents des Roues & des Pignons d'une Horloge, celle qui tend à la faire marcher avec une force & une vîtesse uniforme, & qui fait que les piéces font toûjours les unes sur les autres des efforts égaux, doit être regardée comme la meilleure. 21 Février 1733.

Cette égalité de force est non seulement nécessaire pour faire mouvoir une Horloge uniformément, mais encore pour la faire mouvoir avec la moindre puissance motrice qu'il est possible.

Une Machine qui ne va pas avec une force toûjours uniforme, ou dont les piéces agissent les unes sur les autres avec des forces tantôt plus grandes & tantôt plus petites, a besoin pour aller, qu'on lui donne toute la puissance motrice qui lui est nécessaire dans la situation la plus desavantageuse de ses piéces, en sorte que la puissance motrice qui pourroit la faire marcher dans une situation moyenne entre la plus avantageuse & la moins avantageuse, ne suffiroit pas pour la faire toûjours aller.

Une Machine au contraire dont la force est toûjours uniforme, c'est-à-dire, où les piéces font toûjours les unes sur les autres des impressions également avantageuses, pourra toûjours marcher avec la puissance motrice moyenne qui ne pouvoit point faire aller la premiére.

M. de la Hire examinant la courbure qu'il faut donner aux dents des roues pour qu'elles meuvent un pignon avec une

vîteſſe toûjours égale à celle qu'elles ont elles-mêmes, a démontré dans ſon Traité des Epicycloïdes & de leur uſage dans les Méchaniques, qu'une dent de rouë devoit avoir la figure d'une épicycloïde engendrée par un point de la circonférence du pignon, qui rouleroit ſur la circonférence convexe de la rouë. Mais cette épicycloïde n'a lieu que quand le pignon eſt une lanterne dont les fuſeaux ſont infiniment déliés.

Quoique l'épicycloïde dont je viens de parler ne ſoit point propre pour mener uniformement une lanterne dont les fuſeaux auroient un diametre fini, M. de la Hire s'en ſert comme de baſe pour avoir la courbe qui doit produire la force uniforme qu'il cherche.

Quand M. de la Hire a conſtruit l'Epicycloïde qui doit mener la lanterne dont les fuſeaux ſeroient infiniment déliés, il lui tire en dedans une parallele à la diſtance du rayon du fuſeau qu'il ſuppoſe cylindrique. Comme cette parallele qui rogne l'épicycloïde d'une quantité égale au rayon du fuſeau doit mener le fuſeau cylindrique par ſa circonférence, l'épicycloïde répond toûjours au centre du fuſeau, en ſorte que la parallele à l'épicycloïde mene la lanterne par la circonférence de ſon fuſeau, comme l'épicycloïde la meneroit par le centre du même fuſeau, ou par un fuſeau infiniment délié; d'où il ſuit que cette épicycloïde rognée mene toûjours la lanterne avec une force uniforme.

M. de la Hire ſe ſert encore de l'épicycloïde propre à mener une lanterne à fuſeaux infiniment déliés pour conſtruire les courbes propres à mener un pignon dont les aîles ont des faces droites comme dans les ouvrages ordinaires d'Horlogerie, mais ſa conſtruction eſt beaucoup plus compoſée que celle de la courbe qui doit mener une lanterne à fuſeaux cylindriques, elle paroît même ſujette à pluſieurs inconvénients.

1.° On ne connoît point la nature de la courbe ainſi tracée par le moyen de l'épicycloïde.

2.° On ne ſçait point par quels endroits la dent de la rouë mene l'aîle du pignon, ni par conſéquent le point où la dent abandonne l'aîle.

3.° On ne connoît pas facilement de combien la rouë engrene dans son pignon, ni par conséquent le rapport qu'il y a entre le diametre de la rouë & celui du pignon. Du moins ces trois choses ne se peuvent connoître que graphiquement, de même que la courbe de la dent qu'il faut tracer avant toutes choses.

Pour découvrir la figure de la dent qui doit mener uniformément l'aîle d'un pignon, j'ai commencé par examiner comment & par quel endroit la dent de la rouë devoit mener l'aîle; & comme je détermine toûjours jusqu'où une dent doit mener le pignon, je connois aussi toûjours le point de l'aîle où la dent abandonne le pignon. Par-là je trouve la quantité de l'engrénage, & le rapport des diametres de la rouë & du pignon.

DÉFINITIONS.

Quand deux rouës engrenent l'une dans l'autre, j'appelle *rouë* la plus grande, & *pignon* la plus petite.

La dent d'un pignon se nomme *aîle*.

La dent d'une rouë se nomme *dent*.

J'appelle *ligne des centres* la droite *AG* qui joint les centres de la rouë & du pignon. Fig. 1. 2. & 3.

REMARQUE.

1.° Une rouë peut mener un pignon, & le pignon peut mener la rouë.

2.° La dent de la rouë peut rencontrer l'aîle du pignon avant que d'arriver dans la ligne des centres, ou quand ils y sont arrivés.

Dans l'examen de ces différents cas, je chercherai 1.° quelles doivent être les figures de la dent & de l'aîle, lorsque la rouë mene le pignon, ce qui fera le sujet de trois articles. Dans le premier, je déterminerai la nature de l'aîle & de la dent, quand la dent ne prendra l'aîle que dans la ligne des centres, ou après avoir passé cette ligne. Dans le second, je donnerai la nature de l'aîle & de la dent, lorsque la dent prendra l'aîle avant que

d'être arrivés dans la ligne des centres, & qu'elle la quittera en arrivant dans cette ligne des centres. Dans le troisiéme, j'examinerai la figure de la dent & de l'aîle, quand la dent rencontrera l'aîle avant la ligne des centres, & qu'elle la conduira au de-là de la ligne des centres.

2.° Les méthodes pour déterminer la figure de la dent & celle de l'aîle étant trouvées dans l'hypothese que la rouë mene le pignon, il ne sera pas difficile de les appliquer au cas où le pignon mene la rouë, toute la différence ne consistera même qu'à changer le nom de *pignon* en celui de *rouë*, & celui de *rouë* en celui de *pignon*.

ARTICLE I.

Où l'on examine la figure de l'aîle, & celle de la dent, lorsque la dent ne rencontre l'aîle que dans ou après la ligne des centres.

THEOREME I.

Fig. 1. 2. & 3.

BG *étant le rayon d'une rouë, &* AB *le rayon d'un pignon que la rouë entraîneroit par sa circonférence, avec une force égale à la sienne, & une vîtesse aussi égale à la sienne.*

Soit l'aîle AH *de figure quelconque, menée par la dent* CZ, *aussi de figure quelconque. Si par le point* C *où la dent rencontre l'aîle, l'on tire* OCF *perpendiculaire à l'aîle, je dis que l'on aura*

1.° La force avec laquelle la circonférence BZ *entraîne la circonférence* BH *du pignon,*

Est à la force avec laquelle la circonférence du pignon tournera, quand il sera mené par le point C *de son aîle,*

Comme AB × DG
Est à AD × BG.

2.° La vîtesse avec laquelle la circonférence BZ *de la rouë entraîne la circonférence* BH *du pignon,*

Est à la vîtesse avec laquelle tournera la circonférence du pignon, quand il sera mené par le point C *de son aîle,*

Comme AD × BG
Est à AB × DG.

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

Du centre G de la rouë, soit mené GF perpendiculairement sur OF, & du centre A du pignon soit mené AO perpendiculaire à la même droite OF.

Soit f la force & u la vîtesse avec lesquelles tourne la circonférence du pignon, quand cette circonférence même est entraînée par la circonférence BZ de la rouë; on aura aussi f pour la force & u pour la vîtesse avec lesquelles la circonférence BZ de la rouë tournera.

Soit ϕ la force & υ la vîtesse avec lesquelles la circonférence du pignon tournera, lorsque la dent CZ le menera par le point C de son aîle. Il faut démontrer que,

1.° $f : \phi :: AB \times DG : AD \times BG$. 2.° $u : \upsilon :: AD \times BG : AB \times DG$.

Pour cela soit F la force, & V la vîtesse que la rouë a suivant la direction FO, il est évident que la rouë poussera le point C de l'aîle avec une force égale F, & une vîtesse $= V$.

Tout cela posé, on aura,

1.° $f : F :: FG : BG$. 2.° $u : V :: BG : FG$.

Et comme F est la force & V la vîtesse avec lesquelles le point C de l'aîle est poussé, tandis que ϕ est la force & υ la vîtesse avec lesquelles tourne la circonférence BH du pignon, on aura,

1.° $F : \phi :: AB : AO$. 2.° $V : \upsilon :: AO : AB$.

Mais à cause des triangles semblables ADO, GDF, on aura,

1.° $GF : AO :: DG : AD$. 2.° $AO : GF :: AD : DG$.
& 1.° $AO : GF :: AO : GF$. 2.° $GF : AO :: GF : AO$.

Multipliant chaque suite d'analogie par ordre, on aura,

1.° $f : \phi :: AB \times DG : AD \times BG$. 2.° $u : \upsilon :: AD \times BG : AB \times DG$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans du pignon BH, il est clair que l'on aura $AB \times DG > AD \times BG$, & par conséquent $f > \phi$ & $u < \upsilon$. Fig. 1.

C'eſt-à-dire, que le pignon tournera avec plus de force & moins de vîteſſe, quand il ſera mené par ſa circonférence même, que quand il ſera mené par le point C de ſon aîle par la dent CZ, ſi la ligne OCF coupe la ligne des centres au-dedans du pignon.

COROLLAIRE II.

Fig. 2. Si la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans de la rouë, il eſt évident que l'on aura $AB \times DG < AD\ BG$, & par conſéquent $f < \varphi\ u > v$.

C'eſt-à-dire, que le pignon tournera avec moins de force & plus de vîteſſe, quand il ſera mené par ſa circonférence, que quand il ſera pouſſé par le point C de ſon aîle, ſi la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans de la rouë.

COROLLAIRE III.

Fig. 3. Enfin, ſi la perpendiculaire OCF coupe la ligne des centres au point B, où la circonférence de la rouë & celle du pignon ſe touchent, il eſt viſible que l'on aura $AB = AD$ & $BG = DG$; & par conſéquent $AB \times DG = AD \times BG$, ce qui rendra $f = \varphi$ & $u = v$.

C'eſt-à-dire, que le pignon tournera avec la même force & la même vîteſſe, ſoit que la circonférence BZ l'entraîne par ſa circonférence BH, ſoit qu'il ſoit pouſſé par un point C de ſon aîle, ſi la droite OCF coupe la ligne des centres au point B.

COROLLAIRE IV.

Fig. 3. Donc les courbures de la dent & de l'aîle doivent être telles que la droite BC, tirée du point B au point d'attouchement de l'aîle & de la dent, ſoit en même temps perpendiculaire à l'aîle & à la dent.

COROLLAIRE V.

Fig. 3. Comme l'arc BH compris entre le point B & le bout de l'aîle eſt égal à l'arc BZ, compris entre le point B & la

naiſſance de la dent, & que la droite *BC* eſt la même perpendiculaire pour l'aîle & pour la dent ; il ſuit que ſi de tous les points *P* de l'arc *HB*, on tire des perpendiculaires *PM* à l'aîle, & de tous les points *Q* de l'arc *ZB*, on tire des perpendiculaires *QR* à la dent, les perpendiculaires correſpondantes à l'aîle & à la dent ſeront égales chacune à chacune ; car les points correſpondants *PQ* des arcs *HB*, *ZB*, ayant paſſé en même temps par le point *B*, les perpendiculaires *PM*, *QR*, correſpondantes à l'aîle & à la dent, ſe ſont confonduës en une même *BC*.

COROLLAIRE VI.

Fig. 3.

Si la face *ACH* de l'aîle n'eſt point concave, la perpendiculaire tirée du point *B* à l'aîle tombera toûjours au-dedans du pignon ; & par conſéquent, l'aîle *AH* n'aura pas beſoin d'être prolongée au-delà de la circonférence *BH*, pour recevoir la perpendiculaire *BC* ; & comme la rouë eſt obligée de pouſſer le pignon par le point *C*, le rayon entier de la rouë doit ſurpaſſer celui de la circonférence *BZ* de toute la quantité de l'engrénage ; c'eſt-à-dire, que le rayon du pignon ſera le même, ſoit qu'il ſoit entraîné par ſa circonférence, ſoit qu'il ſoit pouſſé par une dent *CZ*, qu'il reçoit entre ſes aîles ; & que le rayon de la rouë qui engrénera pour mener le pignon, ſera plus grand de tout l'engrénage, que le rayon *GB* de la rouë qui n'auroit point de dents.

THEOREME II.

Fig. 3.

Si l'on veut que le pignon tourne comme la rouë avec une force toûjours uniforme ; la courbure ACH *de l'aîle, & la courbure* CZ *de la dent doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera au-dedans du pignon ſur ſa circonférence* HB *pour décrire l'aîle, & extérieurement ſur la circonférence* ZB *de la rouë pour décrire la dent.*

DÉMONSTRATION.

Puiſque la courbure de l'aîle eſt telle qu'on lui peut mener

des perpendiculaires de tous les points de l'arc *HB*, & la courbure de la dent aussi telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *ZB*, ces deux courbes peuvent être engendrées par un mouvement épicycloïdal, mais il faut démontrer qu'elles auront la même courbe génératrice.

Deux courbes *AH*, *ZC*, sont engendrées par une même courbe par un mouvement épicycloïdal, quand les parties *HP*, *ZQ*, de leurs bases étant égales, les perpendiculaires *PM*, *RQ*, à ces courbes sont aussi égales.

Mais nous avons vû dans le corollaire 5 du Théoreme précédent, que *HP* & *ZQ* étant égales, *PM* & *RQ* étoient aussi égales.

Donc la courbure *ACH* de l'aîle & celle *ZRC* de la dent ont une même courbe génératrice qui roulera sur *HB* au dedans du pignon pour décrire l'aîle, & qui roulera sur *ZB* au dehors de la rouë pour décrire la dent. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

On voit par ce Théoreme, que

1.° Toute ligne qui ne pourra point être engendrée comme les épicycloïdes, par le roulement d'une autre courbe sur une base circulaire concave, ne pourra point être la figure de l'aîle d'un pignon.

2.° Toute courbe qui ne pourra point être engendrée comme les épicycloïdes, par le roulement d'une autre courbe sur une base circulaire convexe, ne pourra point non plus être la figure de la dent d'une rouë.

COROLLAIRE II.

Fig. 3. Comme le bout *H* de l'aîle, & la naissance Z de la dent se sont trouvés en même temps au point *B*, il est clair que dans cette situation, la naissance de la dent a mené le bout de l'aîle; & dans cette position, la perpendiculaire au bout de l'aîle & à la naissance de la dent, a passé aussi par le même point *B*; cette perpendiculaire a donc été égale à zero. D'où il suit que la courbe génératrice qui a formé l'aîle &

la dent, les a formées par un point de sa circonférence, puisque quand cette courbe a formé le bout de l'aîle & la naissance de la dent, le rayon générateur étoit égal à zero. Ainsi la figure de l'aîle & celle de la dent, sont des épicycloïdes qui ne sont ni allongées ni raccourcies, qui prennent leurs naissances, l'une à la circonférence du pignon, & l'autre à la circonférence de la rouë.

COROLLAIRE III.

Puisque le point décrivant est le premier point de la courbe génératrice, il suit nécessairement que le bout de l'aîle doit être perpendiculaire à la circonférence *HB* du pignon, & que la naissance des dents doit être perpendiculaire à la circonférence *ZB* de la rouë qui engréneroit infiniment peu. Fig. 3.

COROLLAIRE IV.

Puisque la naissance de la dent est perpendiculaire à la circonférence *ZB*, il suit que la dent *ZRC* doit être convexe du côté qu'elle conduit l'aîle, car elle est décrite par une courbe génératrice qui a roulé de Z vers *B*, & que sa naissance est perpendiculaire à l'arc *ZB*. Fig. 3.

COROLLAIRE V.

Donc l'aîle du pignon, ou plûtôt sa face ne sçauroit être toute convexe du côté qu'elle est menée, & passer par le centre, ou le renfermer : car son extrémité *H* ne seroit point perpendiculaire à l'arc *BH*. Par la même raison, cette aîle ne sçauroit être toute concave du côté qu'elle est menée, & passer par le centre, ou le renfermer.

Tout ce que je viens de dire est dans la supposition que la dent commence à rencontrer l'aîle dans la droite des centres.

THEOREME III.

Si la face, ou plûtôt le profil AH *de la face d'une aîle de pignon est une ligne droite, tendante au centre du pignon, je dis que la figure* CZ *de la dent de la rouë sera une* épicycloïde Fig. 4.

qui aura pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre sera égal au rayon du pignon, & pour base, la circonférence du cercle ZB.

DÉMONSTRATION.

La figure de l'aîle & celle de la dent doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera sur la circonférence concave du pignon, pour décrire l'aîle, & sur la circonférence convexe *ZB* de la rouë, qui engréneroit infiniment peu, pour décrire la dent.

Mais la courbe qui, en roulant dans la circonférence concave d'un cercle, décrit une droite tendante au centre, est un cercle qui a pour diametre le rayon du pignon.

Donc la courbe qui engendrera la dent de la rouë pour une aîle droite tendante au centre, sera aussi un cercle qui aura pour diametre le rayon du pignon, & ce cercle doit rouler sur l'arc *ZB*, & par conséquent la figure de la dent de la rouë sera une simple épicycloïde qui aura pour courbe génératrice un cercle dont le diametre est égal au rayon du pignon, & pour base la circonférence du cercle *ZB*. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE.

Donc le pignon dont les faces des aîles sont des droites tendantes au centre, a le même diametre que s'il n'avoit point d'aîles, & qu'il fût entraîné par sa circonférence, car ses aîles sont au dedans du cercle; mais il n'en est pas de même de la rouë, elle doit fournir l'engrénage, & par conséquent son rayon doit être plus grand que celui de la rouë qui entraîneroit le pignon par sa circonférence, de toute la quantité de l'engrénage.

THEOREME IV.

Fig. 5. *Si les aîles du pignon sont des fuseaux infiniment déliés, la figure de la dent sera une épicycloïde qui aura le pignon même pour courbe génératrice, & la circonférence* ZB *pour base.*

DÉMONSTRATION.

Le fuſeau étant infiniment délié, ne ſera qu'un point *H* dans le profil du pignon, & ce point ſera dans la circonférence; mais ce point *H* devant être la ſeule choſe décrite dans le temps que la courbe génératrice roulera dans l'arc *HB*, il eſt clair que cette courbe génératrice doit être entiérement appliquée ſur l'arc *HB*, & doit être par conſéquent la même courbe que *HB*; car ſi cette courbe génératrice n'étoit pas conſtamment appliquée ſur *HB*, & qu'elle pût rouler, le point générateur décriroit une ligne & non un point *H*.

Donc le même arc *HB* doit auſſi être la courbe génératrice de la dent, & comme cette courbe génératrice doit rouler ſur *ZB* pour décrire la dent, il ſuit que

La figure de la dent ſera une épicycloïde qui aura le pignon même pour cercle générateur, & la circonférence convexe *ZB* pour baſe. *C. Q. F. D.*

PROBLEME I.

La face AH *de l'aîle étant un plan dirigé vers l'axe* A *du pignon, & la diſtance* CA *des pivots de la rouë & du pignon étant donnée avec le nombre des dents de la rouë & le nombre des aîles du pignon, trouver le rayon de la rouë & celui du pignon!* Fig. 6.

SOLUTION.

Comme nous ſuppoſons toûjours que la dent *CZ* n'a pris l'aîle *AH* que quand ils ont été arrivés dans la ligne *AG* des centres, la dent *CZ* doit mener l'aîle *AH* juſqu'à ce que l'aîle ſuivante *AB* ſoit arrivée dans la ligne *AG*.

Mais ſi du point *B* l'on tire *BC* perpendiculaire à l'aîle *AH*, le point *C* ſera celui par lequel l'aîle *AH* doit être pouſſée par la dent *CZ*, & par conſéquent la rouë doit engréner juſqu'en *C*. Ainſi la diſtance des pivots étant *AG*, *GC* ſera le rayon de la rouë, & *AB* le rayon du pignon.

Mais la circonférence *BZM* qui paſſe par les pieds des dents de la rouë, tournant auſſi vîte que la circonférence *BH*

du pignon, ces circonférences ſont entr'elles comme les nombres de leurs dents, & leurs rayons GB, AB, ſont dans le même rapport.

Ainſi appellant $\left\{ \begin{array}{l} d, \text{ le nombre des dents de la rouë.} \\ a, \text{ le nombre des aîles du pignon.} \end{array} \right.$

On aura . . . . $a : d :: AB : GB$.

Et par conſéquent $\left\{ \begin{array}{l} a+d : a :: AG : AB. \\ a+d : d :: AG : GB. \end{array} \right.$

D'où l'on tire $AB = \frac{AG \times a}{a+d}$ & $GB = \frac{AG \times d}{a+d}$.

Le rayon AB du pignon, & le rayon GB de la rouë qui entraîneroit le pignon par ſa circonférence étant ainſi connus, & l'angle BAH étant de $\frac{360°}{a}$, on connoîtra AC, & par conſéquent on aura un triangle CAG où l'on connoîtra un angle CAG avec les deux côtés AC, AG, qui le comprennent, & par conſéquent le 3me côté CG, qui eſt le rayon de la rouë, ſera connu. *C. Q. F. T.*

COROLLAIRE.

Si du rayon CG de la rouë on retranche BG, que nous venons de trouver $= \frac{AG \times d}{a+d}$, le reſte CQ ſera la quantité de l'engrénage de la rouë dans le pignon.

ARTICLE II.

Fig. 7. 8. & 9. *Où l'on examine la figure de l'aîle & celle de la dent, quand la dent rencontre l'aîle avant la ligne des centres, & la mene juſqu'à la ligne des centres.*

THEOREME V.

BG *étant le rayon d'une rouë, &* AB *le rayon d'un pignon que la rouë entraîneroit par ſa circonférence avec la même force & la même vîteſſe qu'elle a.*

Soit une dent CZ *qui pouſſe une aîle* AH *de pignon avant la ligne* AG *des centres. Si par le point* C, *où la dent rencontre l'aîle,*

l'aîle, on mene une droite OCF *perpendiculaire à la dent & à l'aîle, je dis que l'on aura*

1.° La force avec laquelle la circonférence BN *entraîneroit la circonférence* BM *du pignon où elle engréne infiniment peu,*

Est à la force avec laquelle la même circonférence BM *du pignon tournera, le pignon étant poussé par le point* C *de son aîle,*

Comme AB × DG
Est à AD × BG.

2.° La vîtesse avec laquelle la circonférence BM *du pignon seroit entraînée par la circonférence* BN

Est à la vîtesse avec laquelle tournera la même circonférence du pignon, ce pignon étant mené par un point C *de son aîle,*

Comme AD × BG
Est à AB × DG.

DÉMONSTRATION.

Soit f la force, & u la vîtesse que la rouë a au point B; par lequel elle entraîneroit la circonférence BM du pignon où elle engréneroit infiniment peu; f sera aussi la force, & u la vîtesse que cette circonférence BM du pignon recevra du point B de la rouë.

Soit F la force, & V la vîtesse que la rouë a suivant la direction FCO. Si l'on tire GF & AO perpendiculairement sur OCF, on aura

1.° $f : F :: FG : BG$. 2.° $u : V :: BG : FG$.

Enfin soit φ la force, & v la vîtesse qui résultera à la circonférence BM du pignon, ce pignon étant poussé suivant FCO avec une force $= F$, & une vîtesse $= V$, on aura

1.° $F : \varphi :: AB : AO$. 2.° $V : v :: AO : AB$.

Mais à cause des triangles semblables ADO, GDF, on a

1.° $AD : DG :: AO : FG$. 2.° $DG : AD :: FG : AO$.

Enfin on a aussi

1.° $DG : AD :: DG : AD$. 2.° $AD : DG :: AD : DG$.

Multipliant par ordre ces deux suites d'analogies, on aura

1.° $f : \varphi :: AB \times DG : AD \times BG$. 2.° $u : v :: AD \times BG : AB \times DG$.

C. Q. F. D.

COROLLAIRE I.

Donc, on aura

Fig. 7. 1.° $f > \phi$, & $u < v$, quand la perpendiculaire *OCF* coupera la ligne *AG* des centres au dedans du pignon primitif *BM*.

Fig. 8. 2.° $f < \phi$, & $u > v$, quand la perpendiculaire *OCF* coupera la ligne *AG* des centres au dedans de la rouë primitive *BN*.

Fig. 9. 3.° Enfin $f = \phi$, & $u = v$, quand la ligne des centres ſera coupée par *FCO* au point *B* où ſe touchent les deux circonférences.

COROLLAIRE II.

Fig. 9. Donc, ſi l'on veut que le pignon tourne avec une force & une vîteſſe toûjours uniforme, comme tourneroit la circonférence *BM*, entraînée par la circonférence *BN* d'une rouë; il faut que la figure de la dent & celle de l'aîle, ſoient telles que la droite *BC* tirée du point *B* au point d'attouchement *C* de l'aîle & de la dent, ſoit perpendiculaire à l'aîle & à la dent.

COROLLAIRE III.

Fig. 9. Comme le point *Q* de l'aîle pris dans la circonférence *BM* du pignon primitif, & le point *R* de la dent pris dans la circonférence *BN* de la rouë, ſe trouveront enſemble dans la ligne *AG* des centres, & que les deux circonférences *BM* & *BN* doivent tourner également vîte, les arcs *BQ*, *BR* ſont égaux, quelle que ſoit la diſtance du point *B* aux points *Q* & *R*. D'où il ſuit que ſi de tous les points de l'arc *BQ*, on tire des perpendiculaires à l'aîle *AQH*, & de tous les points de l'arc *BR* des perpendiculaires à la dent *RCZ*, les perpendiculaires correſpondantes ſeront égales; car les points correſpondants des arcs *BQ*, *BR* paſſant en même temps par le point *B*, les perpendiculaires tirées de ces points correſpondants à la dent & à l'aîle, ſe confondront dans la perpendiculaire *BC*, & lui ſeront égales.

COROLLAIRE IV.

Si la dent *RCZ* de la rouë n'est point concave du côté qu'elle mene, la perpendiculaire *BC* tirée du point *B* sur la dent, tombera toûjours au dedans du cercle *BN*, qui entraîneroit le pignon par sa circonférence; d'où il suit que la dent *RCZ* sera entiérement dans le cercle *BN*. Au contraire, l'aîle *QC* du pignon sera obligée de sortir du cercle *BM* pour recevoir la perpendiculaire *BC*, & pour être menée par la dent *RCZ*; ainsi le rayon de la rouë étant toûjours le même, que si la rouë devoit entraîner le pignon par sa circonférence sans y engréner, le rayon du pignon qui seroit mené par sa circonférence, doit augmenter de toute la quantité de l'engrénage, pour être mené par ses aîles. Fig. 9.

THEOREME VI.

Si l'on veut que le pignon tourne toûjours avec une force & une vîtesse égale à celle de la rouë, les courbures RCZ, QCH *de la dent & de la rouë doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par le même point d'une même courbe génératrice qui roulera au dedans de la circonférence* BR *de la rouë, pour décrire la dent, & sur le convexe de la circonférence* BM *du pignon primitif, pour décrire l'aîle du pignon.* Fig. 9.

DÉMONSTRATION.

1.° Puisque la courbure *RCZ* de la dent est telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *BR*, sans qu'elles se coupent entre *BR* & *ZR*, la dent *RZ* peut être engendrée comme les épicycloïdes, par une courbe qui roulera dans le concave de l'arc *RB*.

2.° Puisque l'aîle *QCH* du pignon est aussi telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *BQ*, sans que ces perpendiculaires se coupent entre *QB* & *QCH*; il est clair que l'aîle *QCH* peut aussi être engendrée comme les épicycloïdes, par une courbe qui roulera sur le convexe de l'arc *BQ*.

Mais ſuivant le Corollaire 3 du Théoreme précédent, les perpendiculaires tirées de tous les points de l'arc *BR* à la dent *RCZ* ſont égales chacune à chacune, aux perpendiculaires tirées de tous les points de l'arc *BQ* à l'aîle *QCH*.

Donc la dent *RCZ*, & l'aîle *QCH* ſont engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera au dedans de l'arc *BR*, pour décrire la dent *RCZ*, & ſur le convexe de l'arc *BQ* pour décrire l'aîle *QCH*. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

Comme le bout *R* de la dent, & la naiſſance *Q* de l'aîle arriveront enſemble au point *B*, il eſt évident qu'à cette arrivée, ce ſera le bout *R* de la dent qui menera le point *Q* de l'aîle, & qu'alors le point *C* ſe confondra avec les points *R* & *Q* dans le même point *B*, & la perpendiculaire *BC* qui eſt le rayon décrivant l'aîle & la dent deviendra nul. D'où il ſuit, comme dans le Corollaire 2 du Théoreme II. que le point décrivant l'aîle & la dent ſera le premier point de la courbe génératrice.

COROLLAIRE II.

Donc 1.° la dent *RCZ* eſt perpendiculaire ſur la circonférence *RBN*. 2.° L'aîle *QCH* eſt auſſi perpendiculaire ſur la circonférence *BQM*.

COROLLAIRE III.

Donc 1.° l'aîle *QCH* doit être convexe du côté qu'elle eſt menée par la dent.

2.° Cette aîle *QCZ* ne ſçauroit être un arc de cercle: car l'aîle devant être perpendiculaire ſur la circonférence *BQM*, ſi elle étoit circulaire, ſon centre ſe trouveroit dans une tangente *QX* au point *Q* de la circonférence *BQM*, & on ne pourroit par conſéquent pas tirer des perpendiculaires de tous les points de l'arc *QB* ſur l'aîle, ce qui empêcheroit cette aîle de pouvoir être engendrée par un mouvement épicycloïdal demandé pour l'uniformité.

THEOREME VII.

Si la face RCZ *de la dent de la roüe est une droite tendante au centre de la roüe, la figure* QCH *de l'aîle sera une épicycloïde qui aura pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre sera égal au rayon* GB *de la roüe.* Fig. 9.

DÉMONSTRATION.

Une droite *RCZ* tendante au centre d'un cercle, est une épicycloïde qui a pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre est égal au rayon *BG* du cercle dans la circonférence duquel il roule.

Mais l'aîle *QCH* doit avoir la même courbe génératrice que la dent droite *RCZ*.

Donc l'aîle *QCH* doit avoir pour courbe génératrice, un cercle qui aura pour diametre le rayon *BG* de la roüe *BN*, & ce cercle générateur de l'aîle doit rouler sur le convexe de l'arc *BQ*.

Donc l'aîle *QCH* est une épicycloïde qui a pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre est égal au rayon *BG* de la roüe. *C. Q. F. D.*

THEOREME VIII.

Si la dent de la roüe est un fuseau infiniment délié, situé en R *dans la circonference de la roüe, la figure* QCH *de l'aîle sera une épicycloïde qui aura pour courbe génératrice, la roüe même* RBN. Fig. 10.

DÉMONSTRATION.

Le point *R* regardé comme épicycloïde, peut être conçû comme engendré par un cercle placé dans le cercle *RBN* de même diametre, dans lequel il ne peut par conséquent rouler, sans quoi il décriroit plus d'un point.

Donc l'aîle *QCH* qui seroit menée par ce point *R*, qui représente un fuseau infiniment délié, doit aussi être engendrée par un cercle de même diametre que le cercle *RBN*, ou par le cercle *RBN* lui-même. *C. Q. F. D.*

PROBLEME II.

Fig. II.

Les dents d'une rouë étant droites & dirigées vers le centre; la distance AG des pivots ou centres de la rouë & du pignon étant donnée avec le nombre des dents de la rouë & le nombre des aîles du pignon, trouver le rayon de la rouë & celui du pignon?

SOLUTION.

Soit $\begin{cases} d, \text{ le nombre des dents de la rouë.} \\ a, \text{ le nombre des dents du pignon.} \end{cases}$

Le rayon de la rouë étant le même que si la rouë entraînoit simplement le pignon par sa circonférence, l'on aura

Le rayon BG de la rouë $= \frac{AG \times d}{a+d}$.

Le rayon du pignon seroit $\frac{AG \times a}{a+d}$, s'il n'étoit point aîlé; mais comme il est plus grand que AB de toute la quantité de l'engrénage, il faut avoir recours au triangle AGC.

L'angle AGC étant connu de $\frac{360°}{d}$, la droite GC, sinus de son complément, sera connuë; & comme la distance AG des pivots est donnée, le triangle ACG sera parfaitement connu; on connoîtra donc le rayon AC du pignon qui restoit à trouver. *C. Q. F. T.*

COROLLAIRE.

Le rayon AC du pignon étant trouvé, si l'on en retranche AQ ou $AB = \frac{AG \times a}{a+d}$, le reste sera la quantité de l'engrénage.

ARTICLE III.

Où l'on examine la figure de l'aîle, & celle de la dent, dans le cas où la dent rencontre l'aîle avant la ligne des centres, & la conduit par delà la ligne des centres.

QBH étant un pignon que la rouë *RBZ* entraîneroit par sa circonférence, si la dent *PRO*, qui rencontre l'aîle *AQR* avant la ligne des centres, ne conduisoit cette aîle que jusqu'à la ligne des centres, on trouveroit par l'article 2.e que la dent *RO* seroit prise dans la rouë primitive *RBZ*, & que l'aîle *AQR* sortiroit du pignon primitif *HBQ* de toute la quantité *QK* de l'engrénage qui se fait dans la rouë primitive *RBZ*. Fig. 12.

Mais la dent *RO* doit conduire l'aîle par delà la ligne *AG* des centres ; & pour que cette conduite se fasse uniformement, la dent *CZ* doit sortir de la rouë primitive de toute la quantité de l'engrénage qui se fait dans le pignon primitif.

Donc, dans le cas où la dent rencontre l'aîle avant la ligne des centres, & la conduit au-delà de cette ligne, il faut que les rayons *GB*, *AB*, de la rouë & du pignon primitifs qui engréneroient infiniment peu, augmentent l'un & l'autre d'une certaine quantité. Et ces augmentations de rayons sont telles que, 1.° *QK*, ou la partie de l'aîle qui sort du pignon primitif; & *RO*, ou la partie de la dent prise au-dedans de la rouë primitive seront tous deux engendrés comme les épicycloïdes par une même courbe qui roulera sur la partie convexe *QB* du pignon primitif pour décrire la portion *QK* de l'aîle, & qui roulera au-dedans de l'arc *RB*, pour décrire la portion *RO* de la dent, comme nous l'avons fait voir dans l'article second.

L'autre partie *QA*, ou *HA* de l'aîle qui est dans le pignon primitif, & l'autre partie *RP* ou *ZC* de la dent, (laquelle portion de dent sort de la rouë primitive.) sont engendrées aussi comme les épicycloïdes par une même courbe, qui

roulera dans le concave de l'arc *HB* du pignon primitif pour décrire la portion d'aîle *HA*; qui eſt dans le pignon primitif, & qui roulera ſur le convexe de la circonférence *ZB* de la rouë primitive, pour décrire la portion de dent *ZC* qui ſaille hors la rouë primitive.

Chaque face ou côté de dent eſt donc compoſée de deux épicycloïdes, la portion *RO* eſt engendrée par une courbe qui a roulé dans la concavité de l'arc *RB*, & l'autre portion *RP* eſt engendrée par le point de la courbe, qu'on a fait rouler ſur le convexe *RE* de la rouë primitive.

Chaque face comme *AQR* des aîles du pignon ſera auſſi compoſée de deux épicycloïdes, la partie *AQ* qui eſt compriſe dans le pignon primitif ſera engendrée comme les épicycloïdes par le point d'une courbe qu'on fera rouler dans l'arc concave *QM*, & la portion *QK* de la même aîle ſera engendrée par un point de la même, ou d'une autre courbe, qui roulera ſur l'arc convexe *QB* du pignon primitif.

Quand on aura déterminé l'angle *GAQ*, compris entre la ligne des centres & la poſition *AQ* de l'aîle, lorſqu'elle eſt rencontrée par la dent avant la ligne des centres, ou quand on aura déterminé l'angle *AGR*, on trouvera par le Probleme II. la quantité *QK* qu'il faut ajoûter au rayon *AQ* du pignon primitif pour engréner ; & l'on trouvera par le Probleme I. la quantité *RP* ou *ZC* qu'il faut ajoûter au rayon *GB* de la rouë primitive pour faire auſſi l'engrénage. Le Probleme ſuivant éclaircira cette pratique.

PROBLEME III.

Fig. 12. *La diſtance* AG *des centres du pignon & de la rouë étant donnée avec le nombre des aîles du pignon, & le nombre des dents de la rouë, la partie* AQ *de la face de l'aîle, & la portion* RO *de la face de la dent étant droites, &* HQ *étant donnée à* BQ, *comme* m *eſt à* n, *trouver le rayon de la rouë & celui du pignon !*

SOLUTION.

SOLUTION.

Soit . . . . { d le nombre des dents de la rouë.
a le nombre des aîles du pignon.

On aura . . . { l'angle HAQ ou l'arc $HQ = \frac{360°}{a}$;
l'angle ZGR ou l'arc $ZR = \frac{360°}{d}$.

On aussi { $AB = \frac{AG \times a}{a+d}$ rayon du pignon primitif.
$BG = \frac{AG \times a}{a+d}$ rayon de la rouë primitive.

Puisque (par hypothese) $HQ : BQ :: m : n$.

On aura aussi $ZR : BR :: m : n$.

Ce qui donnera BR ou l'angle $AGR = \frac{ZR \times n}{m} = \frac{360° \times n}{dm}$.

Or, on connoît AG, on connoît aussi KG, car c'est le sinus du complement de l'angle AGR, on aura donc tout le triangle AGK, & par conséquent, on aura AK qui est le rayon du pignon. *C. Q. F.* 1.° *trouver.*

Il faut maintenant chercher le rayon CG de la rouë, puis $HQ : BQ :: m : n$, on aura $BQ = \frac{HQ \times n}{m} = \frac{360° \times n}{am}$; & comme l'angle $HAQ = \frac{360°}{a}$; on aura l'angle

$$HAC = \frac{360°}{a} - \frac{360° \times n}{am} = \frac{360° \times \overline{m-n}}{am}.$$

Mais AG est donné, & AC est facile à trouver, étant le sinus du complement de l'angle CAG, pour un rayon $= AB$.

Donc, on connoîtra par la trigonométrie le reste du triangle CAG, & par conséquent CG, rayon de la rouë sera trouvé. *C. Q. F.* 2.° *trouver.*

Remarques sur les trois articles de ce Mémoire.

Quoique le pignon puisse être mené par une rouë de trois façons différentes, comme je l'ai expliqué dans les trois articles

qui composent ce Mémoire ; ces trois maniéres ne sont pas également avantageuses.

Quand une dent de rouë rencontre une aîle de pignon avant la ligne des centres, pour la conduire jusqu'à cette ligne, ou au-delà, la dent & l'aîle engrénent de plus en plus à mesure qu'elles approchent de la ligne des centres, ce qui a deux inconvénients.

Premiérement, la machine se salit plus vîte, parce que toutes les ordures sont poussées par la rouë vers le fond du pignon, ce qui n'arrive point quand la dent rencontre l'aîle après la ligne des centres.

Secondement, la dent & l'aîle ont un frottement rentrant qui les fait arcbouter, plus ou moins, l'une contre l'autre, suivant que le frottement est rude ; & ce frottement doit être d'autant plus rude, que toutes les ordures sont poussées vers le fond du pignon, & qu'il ne s'en perd point.

Ces deux inconvénients qui se trouvent dans la conduite de l'aîle par la dent avant la ligne des centres, sont assés considérables pour faire rejetter cette conduite, quand on peut faire autrement.

Quand la dent de la rouë ne rencontre pas l'aîle du pignon avant la ligne des centres, c'est-à-dire, que la dent ne conduit l'aîle qu'après la ligne des centres, on a les deux avantages opposés aux inconvenients qui accompagnent la conduite avant la ligne des centres, 1.° les ordures ne restent point dans le pignon, la dent les en retire ; 2.° le frottement ne se fait qu'en sortant, & il n'y a point par conséquent d'arcboutement de la rouë contre le pignon : il y a même un troisiéme avantage, c'est que l'engrénage est plus considérable, & par conséquent moins sujet à se perdre ; mais ce dernier avantage devient souvent un inconvenient, quand le pignon a trop peu d'aîles, il en est même toûjours un dans le pignon de 8 ou 9, & au-dessous.

L'inconvénient du grand engrénage dans les pignons de 8 ou 9, & au-dessous, est, que la rouë ne sçauroit engréner

dans ſon pignon, & que la machine ne ſçauroit par conſéquent aller.

La méthode de faire mener l'aîle par la dent en partie avant la ligne des centres, & en partie après cette ligne, doit avoir néceſſairement les inconvénients de la méthode où l'aîle eſt menée avant la ligne des centres; mais les inconvénients n'y ſont pas ſi conſidérables, lorſque la dent menant l'aîle en partie avant, & en partie après la ligne des centres, elle prend l'aîle plus près de cette ligne, que ſi elle la conduiſoit entiérement avant la ligne des centres; ce qui fait que la dent & l'aîle rentrent moins l'une dans l'autre, rentrent plus parallelement, & rendent par conſéquent l'arcboutement moins conſidérable.

Comme de toutes les figures conſtruites à la lime, la plane & la droite eſt la plus facile à exécuter & à reconnoître, il ſemble qu'on la doit préférer aux autres dans l'Horlogerie, quand les piéces la peuvent recevoir; & comme l'aîle du pignon la peut recevoir en partie quand elle eſt menée avant & après la ligne des centres, & qu'elle peut être entiérement droite quand elle n'eſt menée qu'après la ligne des centres, la méthode de faire conduire l'aîle uniquement après la ligne des centres a encore l'avantage de permettre à l'aîle d'être droite. Mais comme il arrive ſouvent que la rouë ne ſçauroit engréner dans cette conduite, & qu'il faut ſçavoir reconnoître cet inconvénient, j'enſeigne à le connoître dans le Probleme ſuivant.

PROBLEME IV.

Trouver ſi la rouë peut engréner dans le pignon; quand elle conduit le pignon après la ligne des centres ſeulement.

SOLUTION.

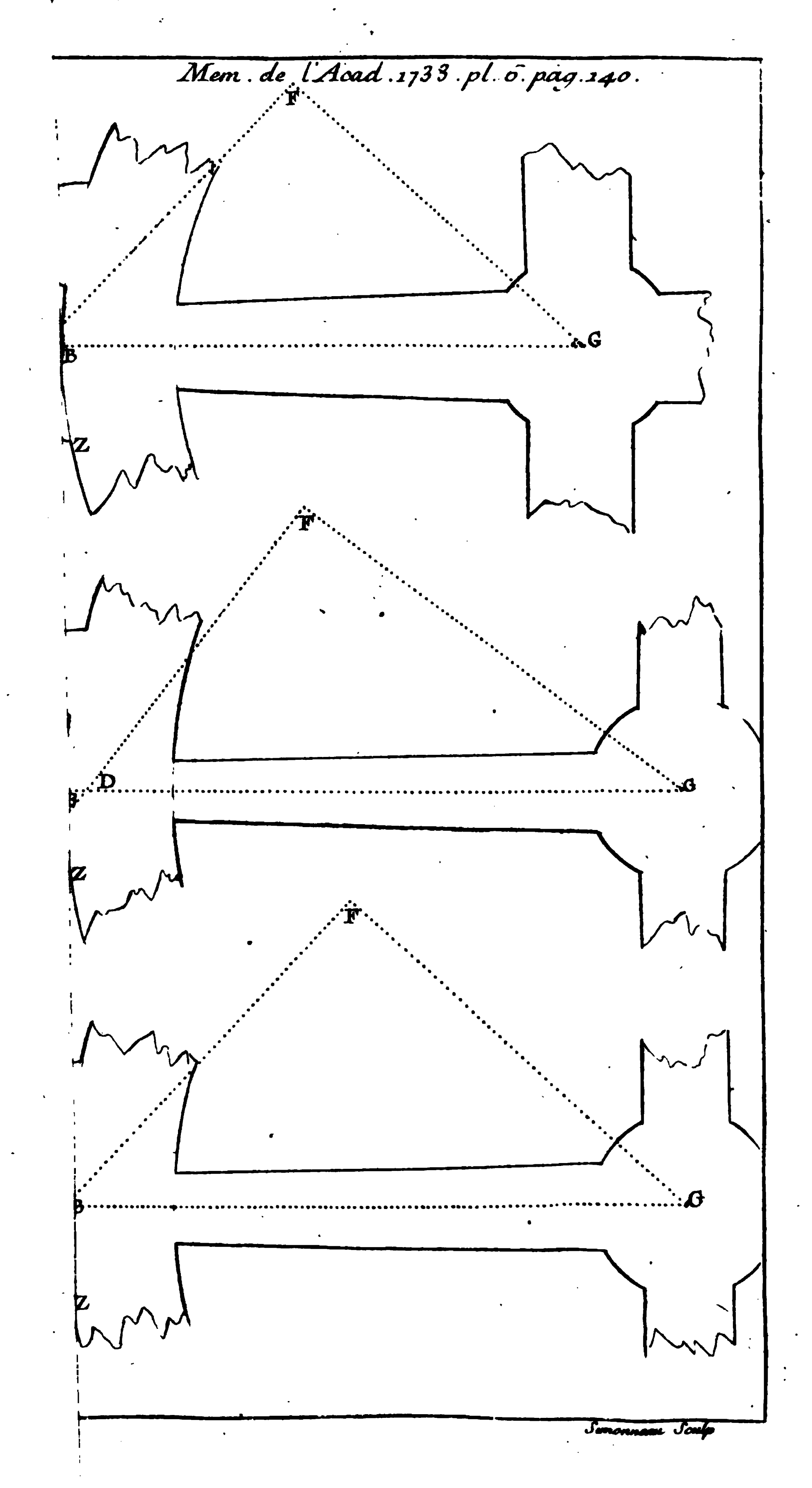
Ayant trouvé l'angle CGB, par le moyen du triangle AGC, dont nous nous ſommes ſervis dans le Probleme premier; ſi cet angle CGB eſt plus petit que la moitié de l'angle BGZ, Fig. 6.

qui eſt de 360°, diviſé par le nombre des dents de la rouë l'engrénage ſera impoſſible.

Car la dent *CZ* ceſſant de mener l'aîle *AH*, l'aîle ſuivant *AB* & la dent *BL* arriveront dans la ligne des centres, & les aîles *AH*, *AK*, feront des angles égaux avec la ligne des centres.

Mais *ZC* & *BL* étant des aîles égales & ſemblables, on aura $ZQ = BT$, & par conſéquent $ZGB = QGT$.

Donc, ſi l'angle *CGA* eſt plus petit que l'angle $\frac{ZGB}{2}$, il ſera auſſi plus petit que l'angle $\frac{QGT}{2}$, & par conſéquent on aura $AGL > AGC$; & comme $GC = GL$, il s'enſuit que *GL*, & par conſéquent la dent *BL* coupera *AK*, ce qui empêchera l'engrénage. *C.Q.F.T.*



Simonneau Sculp.

Fig. 4

B G

Z

Fig. 5

B G

Z

Fig. 6

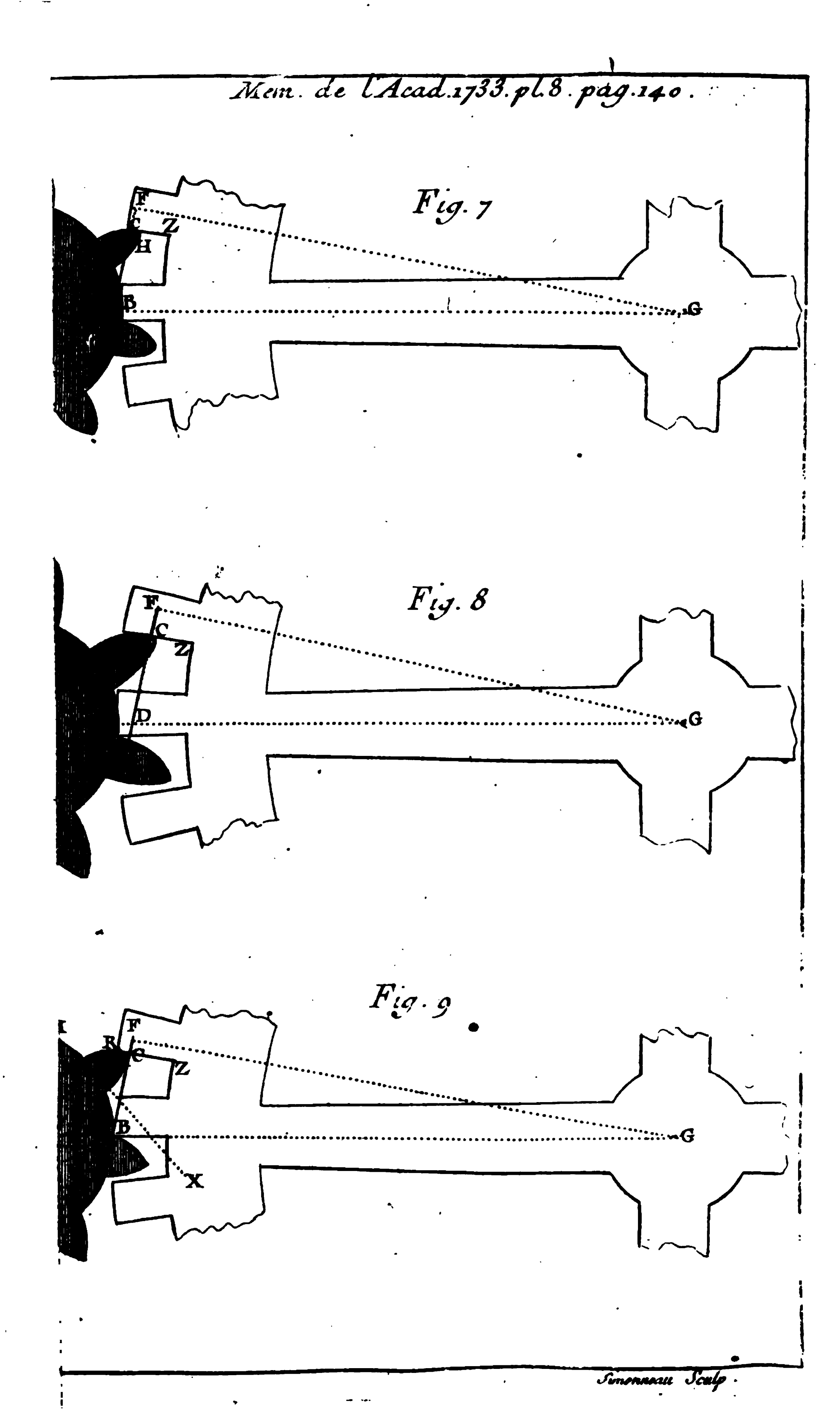
B G

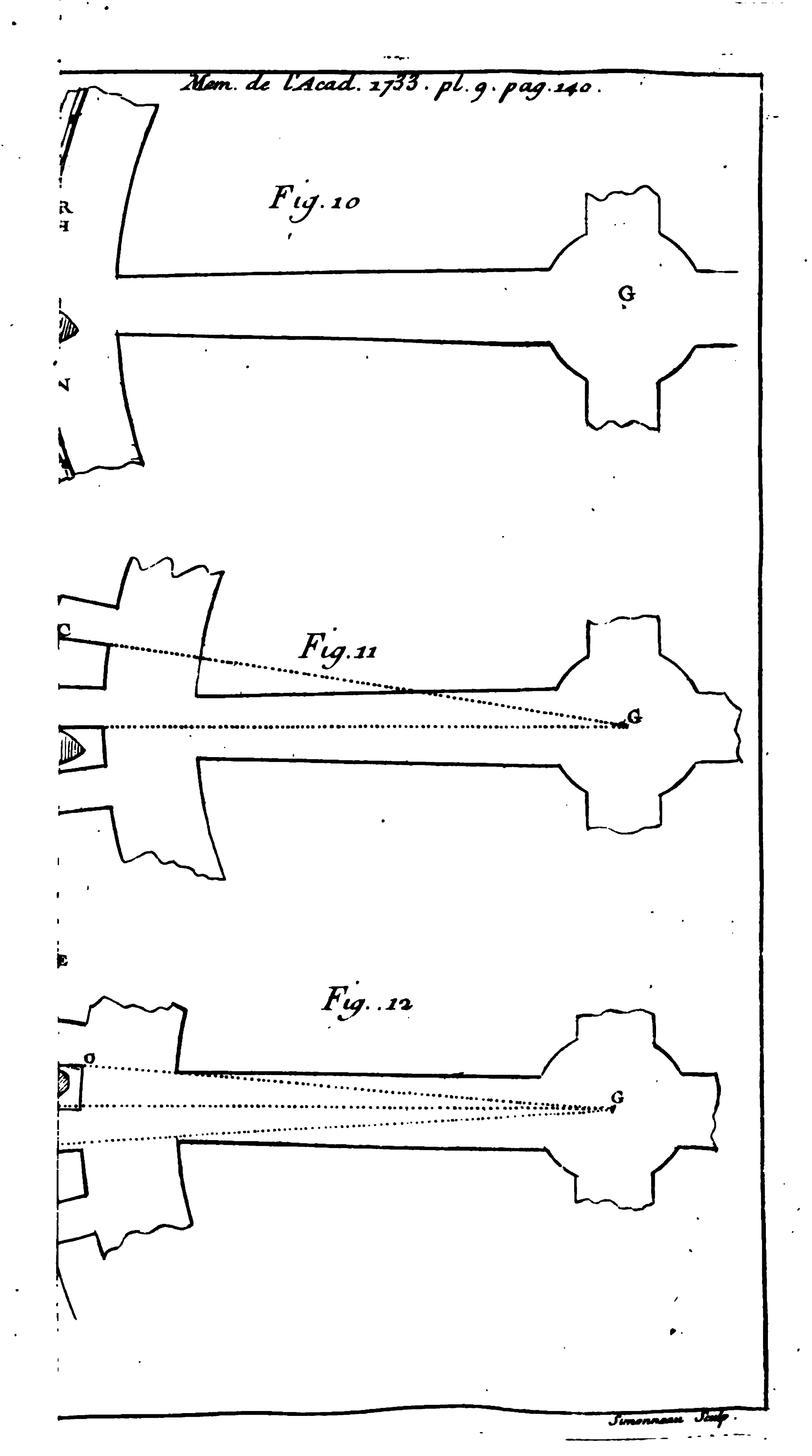
M

Q

Z

Simonneau Sculp.


Fig. 7
F
C
Z
H
B
G
Fig. 8
F
C
Z
D
G
Fig. 9
I
F
R
C
Z
B
X
G
Simonneau Sculp.


Fig. 10
R
H
N
G
Fig. 11
C
G
E
Fig. . 12
o
G
Simonneau Sculp.

DESCRIPTION ANATOMIQUE D'UN MOUTON MONSTRUEUX.

Par M. MORAND.

L'ACADÉMIE a vû tant de conformations monſtrueuſes en différents animaux, ſans celles dont les Auteurs nous ont conſervé l'hiſtoire, qu'il eſt difficile de croire que de nouvelles deſcriptions de Monſtres ſoient pour elle un objet bien intéreſſant; cependant elles pourroient avoir leur utilité en Anatomie, ſi on s'appliquoit à examiner la ſtructure des parties intérieures avec autant d'exactitude, que les ſingularités apparentes, en faveur deſquelles la plûpart des Obſervateurs ſemblent avoir oublié le reſte. 11 Juillet 1733.

Le Mouton monſtrueux dont je vais donner la deſcription, me fut apporté de Chantilly où on le gardoit par curioſité, il étoit grand & fort, & ſuivant ce que j'ai pû découvrir, il étoit mort de trop d'embonpoint.

Les ſingularités qui ſe préſentoient à la vûë, conſiſtoient en ce que, 1.° Entre les deux pattes de derriére, il en avoit deux autres moins groſſes, compoſées chacune de cuiſſe, jambe & pied, pendantes de la partie inférieure du baſſin hypogaſtrique, & tournées dans le même ſens que les autres, mais relevées de façon que la plante des deux pieds ſurnuméraires regardoit la queuë. 2.° Il rendoit les matiéres du ventre par deux anus, & l'urine par deux verges à la fois. 3.° Il réuniſſoit en lui les parties génitales de deux Moutons.

Dans l'intérieur du ventre, le canal inteſtinal étoit ſimple depuis le duodenum juſques environ les deux tiers de l'ileon, là il ſe bifurquoit, & chaque partie du canal inteſtinal devenuë double, faiſoit une portion d'ileon, un cœcum, un colon &

un rectum, par des circonvolutions d'environ 12 pieds de long jusqu'à l'anus.

Chacun des anus avoit ses muscles sphincter & releveurs, & la queuë de l'animal qui étoit entre deux ne les couvroit pas entiérement, quoiqu'elle fût plus large qu'à l'ordinaire.

Toutes les autres parties destinées soit à la digestion, soit aux filtrations, étoient simples, & n'avoient rien de particulier, c'est pourquoi les ayant enlevées, je ne m'attachai plus qu'à l'examen des parties génitales & urinaires qui étoient doubles en dedans comme en dehors.

Il y avoit quatre reins, dont deux occupoient chacun un côté de la région lombaire, le gauche situé un pouce plus bas que le droit; au dessous de ceux-là étoient deux autres reins surnuméraires situés sur les faces latérales de l'os sacrum, le gauche très-voisin de l'ordinaire du même côté, le droit un peu échancré, où doit être la partie convexe.

Chacun de ces quatre reins avoit son uretere, les ureteres des deux reins droits se déchargeoient dans la vessie droite, ceux des deux reins gauches dans la vessie gauche, & chacune des deux vessies avoit à peu-près la grandeur de la vessie simple d'un Mouton bien conformé. Deux verges parallelement situées avoient chacune un uretre, leurs corps caverneux, muscles érecteurs & accélérateurs, & une espece de foureau cutané qui faisoit le prépuce.

Il y avoit quatre testicules, deux fort gros extérieurs, deux plus petits cachés dans le ventre, enveloppés d'une expansion du péritoine, qui, faisant une portion de cloison entre les deux, les retenoit dans une capsule particuliére, & les attachoit à la face intérieure de l'os surnuméraire des hanches.

Le canal déférent qui partoit de chacun des testicules extérieurs, suivant la route ordinaire, faisoit une courbure derriére la vessie, & s'ouvroit dans une vésicule séminale; le canal déférent du testicule intérieur du même côté, dans l'autre vésicule séminale par un chemin plus court.

Pour suivre la distribution des vaisseaux dans les parties

doubles que je viens de décrire, il faut les prendre dès le tronc, au dessus de leur division en vaisseaux émulgents.

L'aorte donnoit d'abord l'artere émulgente droite, & un pouce plus bas l'émulgente gauche, ensuite se partageoit en deux troncs, l'un plus gros que l'autre. Le premier donnoit les arteres spermatiques des deux testicules extérieurs, plus bas les lombaires & les iliaques ; le même tronc prolongé perpendiculairement sur l'os sacrum, donnoit une artere sacrée avec des iliaques & crurales pour les pattes surnuméraires. Le second donnoit les deux arteres émulgentes des deux reins surnuméraires, & les spermatiques des testicules intérieurs.

La veine-cave se partageoit d'abord en deux troncs, l'un plus gros à droite, l'autre plus petit à gauche. Dans le premier, les veines iliaques & crurales, la spermatique droite d'un testicule extérieur, & l'émulgente droite d'un rein ordinaire se jettoient ; dans l'autre la veine sacrée, les iliaques & crurales pour les pattes surnuméraires, les spermatiques des deux testicules intérieurs, l'émulgente droite d'un rein surnuméraire, la spermatique gauche d'un testicule extérieur, l'émulgente gauche d'un rein surnuméraire, & l'émulgente gauche d'un rein ordinaire apportoient le sang de ces différentes parties.

Pour contenir tous ces organes sans confusion, & tels que la dissection les présentoit, il falloit dans le bassin de l'hypogastre une cavité plus grande que l'ordinaire ; cette augmentation étoit en largeur, au moyen de quoi le bassin avoit une forme oblongue d'un os ilium à l'autre, il étoit composé des os des hanches ordinaires, & d'un os surnuméraire dans l'arrangement que je vais exposer.

Les os des iles dans leur position naturelle, les os ischiums ayant chacun leur trou ovalaire & leur cavité cotyloïde pour l'articulation des grandes cuisses, les os pubis occupant chacun une face latérale de l'os surnuméraire, & celui-ci au centre de la face antérieure du bassin uni par deux simphises aux os pubis.

L'os surnuméraire est une espece d'os des hanches tronqué, auquel l'ilium manque en entier, une portion d'ischium de

chaque côté s'unit avec le pubis, fournit un trou ovalaire plus petit que l'ordinaire, & à la partie inférieure de sa jonction avec le pubis, il concourt avec ce dernier à former un cotile superficiel dans lequel s'enfonce la moitié de la tête des petits femurs ; enfin à la partie supérieure de ces deux cavités est une éminence fort saillante en forme de pubis.

Les deux pattes surnuméraires sont de moitié moins longues & moins grosses que les naturelles, elles sont faites de trois parties & de trois articulations; à celle de l'os de la cuisse avec l'os de la jambe il n'y a point de rotule, mais à la partie inférieure & antérieure du femur, il y a une éminence qui s'éleve entre les deux condiles, & se prolonge vers la partie interne du même os.

Elles n'avoient par elles-mêmes aucun mouvement ni aucun muscle pour leur en faire executer. Cela confirme l'observation qui a été faite dans la plûpart des Monstres qui ont des membres surnuméraires; ces membres n'ont point de muscles, & sont faits de parties osseuses au centre, entourées de graisse, & revêtuës de peau. Je l'avois déja remarqué dans un Enfant qui avoit une troisiéme jambe attachée aux lombes, dans la Fille monstrueuse morte à la Salpétriére en 1719, & dans un Pigeon qui avoit quatre pattes.

Si l'on suppose que le Monstre que j'ai décrit, étoit fait de deux Moutons, on dira que l'un des deux a été totalement aboli depuis la tête jusqu'aux parties doubles, & que ce qui reste appartient à deux Moutons, dont chacun a une grande portion d'ileon, les gros intestins & un anus situé entre une grande & une petite patte, un grand & un petit rein du même côté, une vessie, une verge, deux testicules, l'un externe, & l'autre interne, les vésicules séminales & la prostate, avec l'appareil des vaisseaux nécessaires pour toutes ces parties, mais dans un arrangement bien remarquable & sans aucune confusion, comme on le voit dans la Figure.

EXPLICATION

EXPLICATION DES FIGURES.

La premiére Figure repréſente les ſingularités extérieures.

La ſeconde fait voir la plus grande partie des intérieures.

AA, les deux rectum.
BB, les deux anus.
C, la queuë.
DD, les deux grands reins ou ſupérieurs.
EE, les deux petits reins ou inférieurs.
FF, les ureteres des deux reins droits qui ſe déchargent dans la veſſie droite *G*.
HH, les ureteres des deux reins gauches qui ſe déchargent dans la veſſie gauche *I*. On n'a pas repréſenté les véſicules ſéminales & la proſtate qui accompagnoient chaque veſſie, pour éviter la confuſion.
KK, les deux verges avec leurs muſcles.
LL, les deux teſticules extérieurs.
MM, leurs canaux déférents.
NN, les deux teſticules intérieurs.
OO, leurs canaux déférents.
P, une grande portion de leur capſule particuliére.
Q, le tronc de l'aorte.
R, ſa bifurcation.
SS, les arteres émulgentes des reins ſupérieurs.
TT, les arteres ſpermatiques des teſticules extérieurs.
VV, les iliaques & crurales pour les grandes pattes.
X, ſeconde diviſion en iliaques pour les pattes ſurnuméraires.
YY, les émulgentes des petits reins ou ſurnuméraires.

ZZ, les ſpermatiques des teſticules intérieurs.

N.° 1, le tronc de la veine-cave.

2, ſa bifurcation.

33, les veines lombaires.

44, les iliaques & crurales des grandes pattes.

55, les émulgentes des reins ſupérieurs.

66, les ſpermatiques des teſticules extérieurs.

77, les émulgentes des petits reins.

88, les ſpermatiques des teſticules intérieurs.

9, ſeconde diviſion en iliaques & crurales pour les pattes ſurnuméraires.

Premiere





Lettres Z et les Chifres 8 parce que les traits se seroient croisés; les Vaisseaux des interieurs sont autour de la Veine marquée 9.

Simonneau del. et Sculp

Lettres Z et les Chifres 8 parce que les traits se seroient croisés; les Vaisseaux

des interieurs sont autour de la Veine marquée 9.

Simonneau del. et Sculp.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL

Faite à l'Observatoire Royal le 13 Mai 1733.

Par M. CASSINI.

NOUS avons employé pour l'observation de cette Eclipse, une lunette de 7 pieds qui avoit au foyer commun de ses verres, un Micrometre à réticules, garni de ses fils, dont douze comprenoient exactement l'image du Soleil.

Quoique le Ciel ne fût pas parfaitement serein, on voyoit assés distinctement l'image du Soleil.

à 5^h	$58'$	$56''$	le Soleil commença à paroître éclipsé. J'ai jugé que le commencement a dû arriver 15″ auparavant, c'est-à-dire, à $5^h 58' 40''$.
6	3	11	Un doigt d'éclipsé.
	7	40	Deux doigts.
	12	36	Trois doigts.
	17	36	Quatre doigts.
	22	11	Cinq doigts.
	27	6	Six doigts.
	32	22	Sept doigts.
	37	26	Huit doigts.
	44	36	Neuf doigts.
6	50	0	L'Eclipse paroît de 9 doigts $\frac{1}{2}$, qui est la plus grande phase qu'on ait apperçûë.
	57	21	Neuf doigts.
7	5	6	Huit doigts.

Le Soleil s'est caché ensuite dans des nuages qui étoient près de l'horison, & on a cessé de l'appercevoir.

Comme il est difficile de déterminer avec précision le milieu de l'Eclipse, par des observations immédiates, à cause

que sa quantité ne varie pas alors sensiblement dans l'espace de quelques minutes, nous y avons employé les observations correspondantes de huit & neuf doigts, faites avant & après.

Entre les deux Phases de huit doigts, il y a eu un intervalle de 27′ 40″, dont la moitié 13′ 50″, étant ajoûtée à la premiére, donne le milieu à 6h 51′ 16″.

Par les deux Phases de neuf doigts, on trouve le milieu à 6h 50′ 58″, à 18″ près de la détermination précédente qui est préférable, à cause que l'augmentation, de même que la diminution de l'Eclipse étoit alors plus sensible.

Au commencement de cette Eclipse, & dans les autres Phases jusqu'à la quantité de 6 doigts, le bord de la Lune paroissoit bien terminé, sans aucune inégalité sensible, il a paru ensuite un peu dentelé, ce que j'attribuë à l'effet des vapeurs de l'horison dont il s'approchoit continuellement.

La lumiére du jour a un peu diminué au temps de la plus grande Eclipse, mais non pas au point de pouvoir discerner les Etoiles les plus brillantes.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE SOLEIL, Faite à Paris le 13 Mai 1733.

Par M. Godin.

LE Ciel qui avoit été un peu couvert après midi du 13, devint plus net vers le temps que l'Eclipse devoit commencer, je me préparai à l'observer avec une Lunette de 5 pieds garnie d'un Micrometre; j'avois outre cela monté une autre Lunette de 7 pieds garnie de deux Verres convexes, à laquelle j'avois ajusté un tambour de papier huilé, sur lequel j'avois tracé un cercle qui comprenoit l'image du Soleil; j'en avois tracé cinq autres concentriques, qui partageoient en doigts l'image du Soleil reçûë sur ce tambour. 16 Mai 1733.

Le diametre du Soleil mesuré à midi par la différence de hauteur de ses bords & par le Micrometre, fut trouvé de 31′ 50″ par la premiére méthode, & de 1799 $\frac{1}{2}$ parties par la seçonde méthode, lesquelles valent 31′ 51″, ce qui donnoit 150 parties du Micrometre pour 1 doigt. En employant le Micrometre, voici les phases que j'ai observées, marquées en temps vrai.

A	5h	58′	37″	Commencement de l'Eclipse.		
	6	6	7	Partie éclipsée	1 doigt	36′
		9	52	. . . .	2	16
		11	53	. . . .	2	56
		15	57	. . . .	3	47
		21	52	. . . .	4	58
		25	10	. . . .	5	34
		28	8	. . . .	6	12
		35	32	. . . .	7	39
		38	47	. . . .	8	6

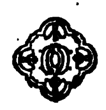
6h	40'	53"	8 doigts	32'
	49	54	9	20
	59	54	8	48
7	3	18	8	15
	6	57	7	36

Voici d'autres phaſes qui furent priſes avec la Lunette de ſept pieds.

Temps vrai			doigts	éclipſés.
6h	12'	22"	3d	0'
	16	42	4	0
	20	42	4	45
	23	15	5	15
	24	47	5	30
	27	38	6	0
	28	48	6	20
	32	18	7	0
	40	43	8	30

A 7h 7' environ le Soleil ſe cacha derriére un nuage qui bordoit l'horiſon, & l'on ne pût rien obſerver d'avantage.

Cette Eclipſe a été de 9 doigts 20', je ne l'ai pas trouvée plus grande, quoique j'y aye fait beaucoup d'attention; cependant je crois qu'il eſt impoſſible de s'aſſûrer de ces ſortes de grandeurs, à 4 ou 5 minutes près, dans une Eclipſe de Soleil, à cauſe de la difficulté de les meſurer dans une ligne oblique à celle du mouvement diurne, ce qui fait que la quantité de l'Eclipſe ou de la Partie claire compriſe entre deux fils n'y reſte qu'un inſtant, & ne permet pas de s'en aſſûrer, comme on le peut faire dans l'obſervation des diametres des Planetes que l'on prend à leur paſſage par le Méridien.



OBSERVATION
De l'Eclipse de Soleil du 13 Mai 1733.

Par M. Grandjean.

J'Ai obſervé cette Eclipſe avec une Lunette de 8 pieds, à laquelle j'avois adapté perpendiculairement à ſon axe une Tablette blanche, qui portoit un Cercle diviſé par 5 circonférences concentriques en 12 doigts, auquel je faiſois convenir l'image du Soleil tranſmiſe par la Lunette. 16 Mai 1733.

De plus, je meſurois ſur la même image la grandeur de la Partie claire avec un Compas à pointes très-fines, & je les portois ſur un excellent Compas de proportion, que j'avois ouvert de maniére que le diametre de l'image fût compris de 60 en 60, afin d'avoir le nombre des 60mes parties du diametre qu'elle contenoit.

Je me ſuis ſervi, pour obſerver le commencement de cette Eclipſe, d'une Lunette d'environ 14 pieds. Voici le réſultat des obſervations.

	Temps vrai.		
Commencement de l'Eclipſe.	5^h	58′	42″

Par les Cercles tracés ſur la Tablette.

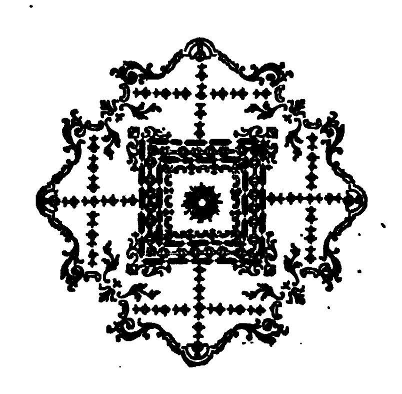
1 doigt	6^h	3′	52″
2	6	7	19
3	6	12	7
4	6	16	58
5	6	21	56
6	6	27	37
7	6	32	12
8	6	38	12
9	6	45	12
9	6	56	41
8	7	4	15
7	7	12	12

Par les mesures prises avec le Compas de proportion.

Quantité de l'Eclipse.		Partie claire.				
3 doigts	26′ ...	8 doigts	24′	6h	14′	37″
5	24 ...	6	36	6	23	26
6	12 ...	5	48	6	28	28
7	12 ...	4	48	6	33	22
8	36 ...	3	24	6	41	32
9	12 ...	2	48	6	46	43

Par la phase de 9 doigts on trouve le milieu de l'Eclipse à 6^h 50′ 56″, & par celle de 8 doigts, à 6^h 51′ 13″, prenant donc un milieu entre ces deux observations, on aura le milieu de l'Eclipse à 6^h 51′ 5″.

Je ne me sers point ici de la phase de 7 doigts; parce que le Soleil étant entré dès 7^h 7′ dans des nuages qui bordoient l'horison, l'observation de la phase décroissante n'a pû être faite avec la même exactitude que les autres.



SUR

SUR LA FIGURE DE LA TERRE,

Et ſur les moyens que l'Aſtronomie & la Géographie fourniſſent pour la déterminer.

Par M. DE MAUPERTUIS.

CE n'eſt que depuis le Voyage de M. Richer à la Cayenne, fait en 1672, qu'ôn a crû que la Terre n'avoit point cette ſphéricité que tous les Aſtronomes & Géographes lui avoient juſques-là attribuée. La découverte du raccourciſſement du pendule vers l'Equateur, néceſſaire pour que ſes oſcillations y ſoient de même durée qu'à Paris, fit appercevoir une choſe à laquelle on n'avoit point encore penſé, quoiqu'elle fût aſſés naturelle; c'eſt que la Terre tournant ſur ſon axe, chacune de ſes parties acquéroit par ce mouvement, une force centrifuge, d'autant plus grande qu'elle ſe trouvoit plus près de l'Equateur, & que cette force devoit diminuer la peſanteur d'un même corps, d'autant plus qu'il ſe trouvoit plus près de l'Equateur. La force centrifuge, & ſes effets furent calculés par M. Huygens; il fit voir que ſous l'Equateur, elle étoit la 289.e partie de la peſanteur, & détermina la figure que cette force, combinée avec la peſanteur, avoit dû donner à la Terre, en ſuppoſant que toutes ſes parties peſoient uniformément vers un centre, & qu'elles étoient diſpoſées comme ſi la Terre étoit fluide, ou du moins l'eût été d'abord. La figure que M. Huygens détermina, fut celle d'un Sphéroïde applati vers les poles, dont l'axe ſeroit au diametre de l'Equateur, comme 577 à 578.

M. Newton regardant la peſanteur comme une Attraction réciproque des parties de la matiére, a déterminé pour la Terre une autre figure. C'eſt encore un Sphéroïde applati vers les poles, mais dont le diametre de l'Equateur eſt à l'axe, comme 230 à 229, & le ſurpaſſe d'environ 34 milles; en

supposant que la Terre soit formée d'une matiére homogéne & fluide.

Toutes ces figures applaties demandent que les degrés de latitude aillent en croissant, de l'Equateur vers les poles, c'est-à-dire, que les parties d'un même Méridien, parcouruës pour élever un degré en latitude, deviennent d'autant plus longues, qu'on s'approche plus du pole. Cependant, lorsque M. Cassini *(dans le Livre de la Grandeur & de la Figure de la Terre)* a déterminé le Méridien qui traverse la France, il a trouvé ces degrés de latitude décroissants de l'Equateur vers les poles : ce qui suppose, comme il est facile de le voir, une figure à la Terre, toute différente de celles que M.[rs] Huygens & Newton lui donnent. En effet, si les degrés de latitude vont en diminuant de l'Equateur vers les poles, la Terre est un Sphéroïde allongé vers les poles ; & M. Cassini donne à la Terre, la figure d'un Ellipsoïde, dont l'axe seroit de 6579368 toises, & le diametre de l'Equateur de 6510796, plus petit que l'axe de 68572 toises, ou de 34 lieuës.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie de 1720, une Dissertation de M. de Mairan, dans laquelle il s'est proposé de concilier cette figure d'un Sphéroïde allongé, avec les loix de la Statique. M. des Aiguiliers, de son côté, dans les Transactions philosophiques de 1725, N.° 386, 387 & 388, a soûtenu l'impossibilité d'un tel Sphéroïde, & a prétendu que les observations par lesquelles on avoit conclu cette différente longueur des degrés du Méridien, n'avoient point l'exactitude dont on auroit besoin pour prouver l'allongement que M. Cassini donne à la Terre vers les poles.

Rien ne seroit si commode que le parti que propose M. Poleni, dans sa Lettre au P. Grandi. (*Epist. Math. Fascicul.*) Il regarde cette affaire comme une espece de procès, dans lequel chaque partie ayant ses prétentions, on tâcheroit de les accorder. Les uns prétendent le Sphéroïde allongé, les autres applati, il n'y a qu'à le prendre pour une Sphére, qui est la figure qui s'éloigne le moins de chacune des autres. *Itaque*, dit-il, *usque eo dum lis sub judice est, & alii dantes Telluri figuram Sphæroïdis versus*

polos oblongatæ, Meridianorum gradus ab æquatore circulo progrediendo ad polos, magnitudine minui ; alii vero contraria prorſus ratione Sphæroïdis depreſſæ ſub polis, formam Terræ tribuentes, gradus ab æquatore circulo progrediendo ad polos magnitudine augeri volunt : nonne tutius videri poteſt tueri etiamnum Telluri Sphæricam formam ! atque ita eam propoſitionem ponere quæ ab utraque ex modo allatis ſententiis minus hercle diſtabit, quam diſtent ſententiæ illæ inter ſe. . .

Si l'une des deux figures différoit aſſés de l'autre pour apporter des différences de quelque conſéquence dans nos Mappemondes à la ſituation des Terres & des Mers, le conſeil ſeroit bon pour ceux qui entreprennent de longues navigations; mais pour les Philoſophes & les Mathématiciens, je ne crois pas qu'ils s'en doivent contenter. Auſſi M. Poleni ne s'en tient-il pas là, & nous donne des vûës ingénieuſes pour décider cette queſtion.

Comme la petiteſſe des différences que M.rs Caſſini & Maraldi trouvent entre les différents degrés du Méridien, a fait penſer que ces obſervations étoient incompétentes pour décider ſi la Terre eſt allongée ou applatie, M. Poleni cherche à en juger par des quantités plus conſidérables. Et ſuppoſant deux Sphéroïdes, l'un allongé vers les poles, tel que M. Caſſini le détermine; l'autre applati, tel que M. Newton l'a déterminé, il trouve que pour la latitude de 48 degrés, un degré d'un cercle parallele à l'Equateur ſeroit de 37769 toiſes pour le premier Sphéroïde, & un degré d'un parallele à l'Equateur de la même latitude, ſeroit pour le ſecond Sphéroïde de 38546 toiſes, qui différe du premier de 777 toiſes; différence beaucoup plus conſidérable que celle de 31 toiſes, qu'on a trouvée entre deux différents degrés pris ſur le même Méridien; mais qui ſuppoſe, pour être utile, qu'on connoiſſe aſſés exactement la longitude des points qui terminent l'arc du parallele.

Je n'examine plus ici quelle figure les loix de la Statique ont dû donner à la Terre, ſuppoſée fluide & homogéne. J'ai dit ſur cela ce que je penſois dans le Livre *de la Figure*

des Astres, où j'ai démontré que la figure applatie n'est pas seulement attachée aux hypotheses particuliéres d'une pesanteur uniforme vers un centre, comme M. Huygens la considere, ni à une pesanteur dépendante de l'attraction mutuelle des parties de la matiére, comme M. Newton l'établit; mais que dans quelque hypothese que ce soit, d'une pesanteur qui se fasse vers un centre, suivant la proportion de quelque puissance de la distance au centre, le Sphéroïde seroit toûjours applati, soit que l'on prît des hypotheses où la pesanteur croîtroit, ou des hypotheses où elle diminuëroit en s'éloignant du centre. J'ai donné les figures des Sphéroïdes dans toutes ces hypotheses, & les bornes des plus grands applatissements possibles dans chacune.

J'abandonne ici tout ce qu'on pourroit déterminer *à priori* sur la figure de la Terre. Je me réduis à considérer la question de fait, & à proposer différents moyens Astronomiques & Géométriques, dont on pourroit se servir pour juger si la Terre est allongée ou applatie vers les poles.

L'Astronomie nous donne par ses observations la latitude & la longitude des lieux, & la Géographie nous donne des distances prises sur la Terre, qui se peuvent mesurer sur le Méridien, ou sur les cercles paralleles à l'Equateur. C'est par ces différents Elements qu'on veut déterminer ici, si la Terre est allongée ou applatie; & pour rendre la chose plus simple, on considere la Terre comme un Ellipsoïde, & l'on cherche à déterminer si cet Ellipsoïde est allongé ou applati; parce que les conclusions ausquelles on parviendra, soit pour l'allongement, soit pour l'applatissement, subsisteront toûjours quelle que soit la courbe, dont la révolution autour de l'axe auroit formé la Terre, pourvû que la courbure de cette courbe depuis l'Equateur au pole, aille toûjours en augmentant, ou en diminuant, & que la différence de l'axe au diametre de l'Equateur ne soit pas considérable.

Je me suis donc proposé les Problemes suivans, dans lesquels je cherche la figure de l'Ellipsoïde terrestre, par les conditions tirées de la latitude, de la longitude, & des mesures actuelles

qui la déterminent, quoique je ſente aſſés que ces moyens ſont peu ſuſceptibles de l'exactitude qui ſeroit néceſſaire.

C'eſt à ceux qui en voudront faire uſage, à choiſir ceux qui paroîtront les plus praticables, & à voir ſi les bornes de la grandeur & de la juſteſſe des inſtruments, & de l'adreſſe à obſerver, permettent d'en tirer des concluſions aſſûrées. Ces concluſions ſeroient ſans doute plus fortes, ſi pluſieurs de ces moyens comparés enſemble les confirmoient. Enfin, devroit-on trouver ces moyens inſuffiſants, ce ſeroit toûjours pour la queſtion une choſe utile, que d'avoir bien connu leur inſuffiſance.

Pour réduire la choſe à la pure Géométrie, il faut obſerver que la latitude ſur un Sphéroïde, donne l'inclinaiſon du Méridien à l'axe, où (prenant les x ſur l'axe, autour duquel ſe fait la révolution, & les y perpendiculaires à cet axe) l'obſervation de la latitude donne le rapport de dx à dy dans le lieu où elle eſt faite; car le rayon eſt à la tangente de la latitude, comme dx à dy. L'obſervation de la latitude dans un lieu, donne donc l'inclinaiſon du Méridien dans ce lieu; & la différence entre deux latitudes voiſines, priſes ſur un même Méridien, donne avec le petit arc du Méridien, la courbure du Méridien dans ce point, ou ſon rayon de la développée, car la différence de deux latitudes voiſines donne l'angle de contingence du Méridien, & l'angle de contingence avec la longueur du petit arc du Méridien, donne le rayon de la développée. Cela poſé.

Deux meſures d'un degré ou d'un certain nombre de degrés, priſes ſur des cercles paralleles, dont on connoît la latitude, déterminent l'Ellipſoïde.

Deux courbures du Méridien à deux latitudes données, déterminent l'Ellipſoïde.

Une ſeule meſure actuelle d'un degré, ou d'un certain nombre de degrés priſe ſur un parallele, dont la latitude eſt connuë avec la courbure du Méridien dans ce lieu, détermine l'Ellipſoïde.

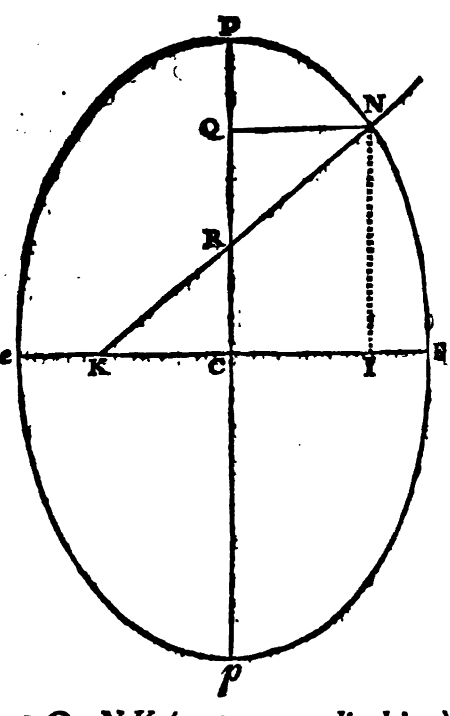
Enfin, deux meſures actuelles priſes ſur le Méridien avec

les différences en latitude qui répondent à chacune, déterminent l'Ellipsoïde.

PROBLEME I.

La Terre étant supposée un Ellipsoïde soit allongé, soit applati, trouver la relation entre la latitude, l'axe, le diametre de l'Equateur, & le diametre du parallele!

SOLUT. Soit *PNEp* un Méridien de l'Ellipsoïde, auquel ayant tiré la perpendiculaire *NK*, *NKE* est l'angle de la latitude. Soit le diametre de l'Equateur $CE = e$, le demi-axe $CP = a$, le demi-diametre du parallele $NQ = y$, & $CQ = x$. Et l'angle *NKE*, tel que sa tangente $= n$, le rayon étant $= 1$, c'est-à-dire, tel que $KI : IN :: 1 : n$.



Maintenant l'équation de l'Ellipse est $xx = aa - \frac{aayy}{ee}$, d'où l'on tire $dx = \frac{a\ ydy}{e\sqrt{(ee-yy)}}$: Or *NK* étant perpendiculaire à la courbe, l'on a $KI : IN$, ou $1 : n :: dx : dy :: \frac{ay}{e\sqrt{(ee-yy)}} : 1$. D'où l'on tire $nay = e\sqrt{(ee-yy)}$.

Trois des quantités n, a, e, y, étant déterminées, l'on a la 4me par cette équation. Si, par exemple, on connoît le diametre de l'Equateur, le diametre du parallele, (ou un degré de l'Equateur, & un degré du parallele, qui sont proportionnels à leurs cercles), & la latitude, on détermine l'axe par cette équation, qui donne $a = \frac{e\sqrt{(ee-yy)}}{ny}$.

a sera donc plus grand que e, si $\sqrt{(ee - yy)} > ny$, ou $ee - yy > nnyy$, ou $(nn + 1)yy < ee$, ou $y < \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$. Si $y = \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$, $a = e$, & l'Ellipsoïde est un globe; & si $y > \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$, l'Ellipsoïde est applati.

D'où l'on voit que si l'on connoissoit un degré de l'Equateur, & que l'on eût assés exactement un degré de quelque parallele dont la latitude fût connuë, il seroit facile de voir si la Terre est allongée ou applatie vers les poles, & l'on verroit aussi facilement si la différence qui se trouveroit seroit assés grande pour surpasser tout ce qui peut résulter d'erreur dans les observations.

On n'a jamais encore mesuré actuellement un degré de l'Equateur, & nous manquerons peut-être encore long-temps de cette mesure. On y peut suppléer, si l'on avoit la mesure actuelle d'un degré de deux différents paralleles dont la latitude seroit connuë; pour cela il les faudroit choisir les plus éloignés que l'on pût, & procéder ainsi.

PROBLEME II.

Connoissant la longueur d'un degré de longitude sur deux différents paralleles dont la latitude est connuë, trouver la figure de l'Ellipsoïde!

SOLUT. Dans l'équation $nay = e\sqrt{(ee - yy)}$ trouvée comme dans le Probleme précédent, si l'on substituë pour y sa valeur t trouvée en toises par observation dans le lieu dont la latitude est déterminée par n, & dans une autre équation $Nay = e\sqrt{(ee - yy)}$ pour y sa valeur T trouvée en toises dans le lieu dont la latitude est déterminée par N, l'on a $nat = e\sqrt{(ee - tt)}$ & $NaT = e\sqrt{(ee - TT)}$. Donc $\frac{e\sqrt{(ee-tt)}}{nt} = \frac{e\sqrt{(ee-TT)}}{NT}$, ou $NNeeTT(ee - tt) = nneett(ee - TT)$, ou $NNTTee - NNTTtt = nnttee - nnTTtt$. D'où l'on tire $ee = \frac{NNTTtt - nnTTtt}{NNTT - nntt}$, ou $e = \frac{Tt\sqrt{(NN-nn)}}{\sqrt{(NNTT-nntt)}}$, qui est le rayon de l'Equateur.

Pour déterminer l'axe, on substituera cette valeur de e dans l'une des deux équations précédentes, & l'on trouve

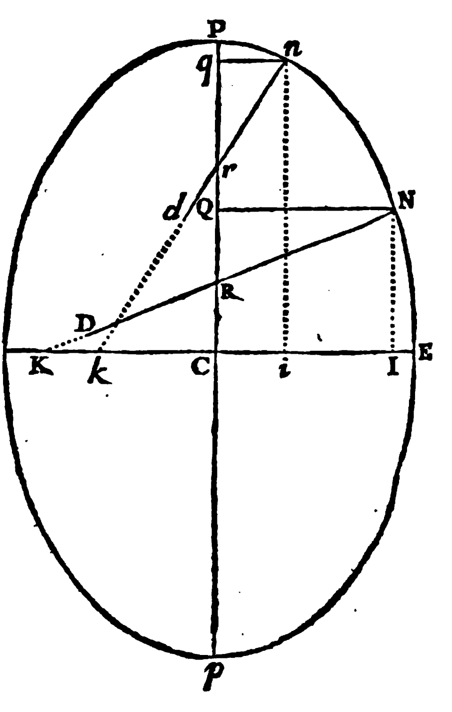
$$nat = \frac{Tt\sqrt{(NN-nn)}}{\sqrt{(NNTT-nntt)}} \times \sqrt{\left(\frac{NNTTtt-nnTTtt}{NNTT-nntt} - tt\right)}, \text{ ou}$$

$$na = \frac{T\sqrt{(NN-nn)}}{NNTT-nntt} \times \sqrt{(nnt^4 - nnTTtt)}, \text{ ou}$$

$$a = \frac{T\sqrt{(NN-nn)} \times t\sqrt{(tt-TT)}}{NNTT-nntt},$$ qui est l'axe de l'Ellipsoïde.

PROBLEME III.

Connoissant la courbure du Méridien de l'Ellipsoïde dans deux points, dont la latitude est connuë, déterminer l'Ellipsoïde!



Le Probleme se réduit à trouver les axes d'une Ellipse $PNEp$ qui ait deux rayons de la développée $ND, nd,$ donnés pour deux points N, & n ou l'inclinaison de l'Ellipse à son axe est donnée.

Soit donc le demi-parametre de l'Ellipse $= P$, $CQ = x$, $QN = y$; le rayon de la développée $ND = R$, lorsque $KI : IN :: 1 : N$, ou $KI : KN :: 1 : M$, ou $dx : ds :: 1 : M$. Le rayon de la développée $nd = r$, lorsque $dx : dy :: 1 : n$, ou $dx : ds :: 1 : m$. Le demi-axe $PC = A$.

Dans l'Ellipse le rayon de la développée est égal au cube de

de la perpendiculaire, divisé par le quarré du demi-parametre. On a donc $ND = \frac{NR^3}{P^2}$, ou $\frac{NR^3}{P^2} = \frac{NQ^3 \times ds^3}{P^2 \times dx^3}$ $= \frac{M^3 \times NQ^3}{P^2} = R$; d'où l'on tire $NQ = \frac{P^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}}{M}$; & l'on aura de même $nq = \frac{P^{\frac{2}{3}} r^{\frac{1}{3}}}{m}$.

Maintenant l'équation de l'Ellipse est $Ayy = PAA - Pxx$, ou $dx : dy :: \frac{A}{P} y : \surd(AA - \frac{A}{P} yy)$, qui pour les deux points N & n donne $1 : N :: \frac{AP^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}}{PM}$ $: \surd(AA - \frac{A P^{\frac{4}{3}} R^{\frac{2}{3}}}{PMM})$; ou $\frac{NNAAR^{\frac{2}{3}}}{MMP^{\frac{2}{3}}} =$ $\frac{MMAA - P^{\frac{1}{3}} R^{\frac{2}{3}} A}{MM}$, ou $NNAR^{\frac{2}{3}} = MMAP^{\frac{2}{3}}$ $- PR^{\frac{2}{3}}$.

Et par un raisonnement semblable, on a pour le point n

$$nnAr^{\frac{2}{3}} = mmAP^{\frac{2}{3}} - Pr^{\frac{2}{3}}.$$

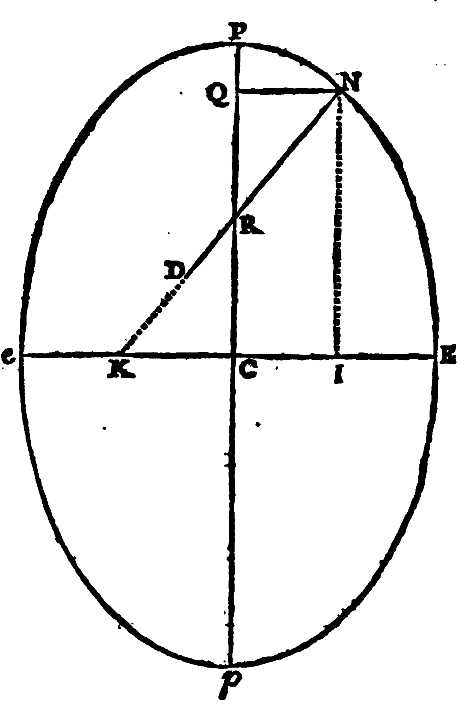
On tire de la 1re de ces équations $A = \frac{PR^{\frac{2}{3}}}{MMP^{\frac{2}{3}} - NNR^{\frac{2}{3}}}$, & de la 2de $A = \frac{Pr^{\frac{2}{3}}}{mmP^{\frac{2}{3}} - nnr^{\frac{2}{3}}}$; d'où l'on a $mmP^{\frac{2}{3}} R^{\frac{2}{3}}$ $- nnR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}} = MMP^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}} - NNR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}}$, ou $P^{\frac{2}{3}}$ $= \frac{NNR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}}}{MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}}}$, & $P = \frac{Rr(NN - nn)^{\frac{3}{2}}}{(MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}}$.

Et remettant cette valeur de P dans une des équations précédentes, on aura $A = \frac{Rr(NN - nn)^{\frac{3}{2}}}{(MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}} \times R^{\frac{2}{3}}$:

$MM\left(\frac{NNR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}}}{MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}}}\right) - NNR^{\frac{2}{3}}$, ou $A = R \times r(NN - nn)^{\frac{3}{2}} : (MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \times (mmNNR^{\frac{2}{3}} - MMnnr^{\frac{2}{3}})$. Ayant le demi-axe & le demi-parametre, on a l'Ellipsoïde.

PROBLEME IV.

La Terre étant supposée un Ellipsoïde, si l'on a la mesure actuelle d'un parallele quelconque, dont la latitude est connuë, & la courbure du Méridien dans le lieu où il coupe le parallele, déterminer la figure de l'Ellipsoïde!



Ce Probleme se réduit à ceci, le Méridien de la Terre étant une Ellipse, *trouver l'Ellipse décrite autour d'un axe donné de position qui passe par un point donné* N *où elle touche une droite donnée de position, & où elle a le rayon de la développée égal à une quantité donnée!*

SOLUT. Soit l'Ellipse *PNEp*, dont l'axe *Pp* est donné de position; qui pour une ordonnée *QN* donnée de grandeur perpendiculaire à l'axe, ait une inclinaison donnée à cet axe, & qui, au point *N*, ait le rayon de la développée *ND*, donné de grandeur, comme il l'est déja de position.

Soit le demi-axe PC inconnu, & $= A$; son demi-parametre inconnu aussi, & $= P$, l'ordonnée $NQ = b$, lorsque dx est à dy, comme 1 à n; le rayon de la développée dans ce point ND donné, & $= r$; enfin $CQ = x$, & $QN = y$.

On a $1 . \sqrt{(nn+1)} :: b . NR = b\sqrt{(nn+1)}$, & par la propriété de l'Ellipse, le rayon de la développée est égal au cube de la perpendiculaire, divisé par le quarré du demi-parametre. L'on a donc $ND = \frac{NR^3}{PP}$, ou $\frac{b^3(nn+1)^{\frac{3}{2}}}{PP} = r$; d'où l'on tire pour le demi-parametre de l'axe Pp, $P = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{r}}$.

On a de plus pour l'équation de l'Ellipse $Ayy = PAA - Pxx$, ou $dx = \frac{A}{P} y dy : \sqrt{(AA - \frac{A}{P} yy)}$. Et (lorsque $dx . dy :: 1 . n$, & $y = b$) $1 = \frac{nA}{P} b : \sqrt{(AA - \frac{A}{P} bb)}$, ou $AAPP - APbb = nnA^2bb$, ou $APP - nnAbb = Pbb$, ou $A = \frac{Pbb}{PP - nnbb}$.

Substituant la valeur de P, trouvée ci-dessus dans cette équation, l'on a pour la longueur du demi-axe,

$$A = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}} r^{-\frac{1}{2}} bb}{b^3(nn+1)^{\frac{3}{2}} r^{-1} - nnbb}, \text{ ou } A = \frac{b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{r}} \times \frac{(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{br^{-1}(nn+1)^{\frac{3}{2}} - nn} = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)\sqrt{r}}{b(nn+1)^{\frac{3}{2}} - nnr},$$

& pour l'autre demi-axe CE, ou le rayon de l'Equateur

$$CE = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{(b(nn+1)^{\frac{3}{2}} - nnr)}}.$$

PROBLEME V.

Connoissant deux arcs du Méridien, avec les latitudes des points qui les terminent, déterminer l'Ellipsoïde!

Les latitudes donnent les ordonnées qui répondent aux

arcs dont on a les mesures; & l'on a la valeur de chaque arc par une suite infinie où il n'entre que des grandeurs données avec les deux axes de l'Ellipse qu'on cherche. Faisant donc chacune de ces expressions des arcs, égales à chacune des mesures qu'on a prises actuellement sur le Méridien, on aura deux équations par lesquelles on pourra déterminer les deux axes de l'Ellipse.

Comme le calcul n'est pas difficile à concevoir, & qu'il est long & pénible à pratiquer, je ne le donne point.

ESSAIS

Sur le volume qui résulte de ceux de deux liqueurs mêlées ensemble ; ou sçavoir si deux liqueurs mêlées ensemble ont un volume égal à la somme des volumes qu'elles avoient prises séparément, ou si elles en ont un plus grand ou un plus petit que la somme des deux premiers.

Par M. DE REAUMUR.

UNE mesure de balles de plomb, & une égale mesure de grains de plomb, extrêmement fins, mêlées ensemble, ne rempliront pas à beaucoup près une mesure égale en capacité aux deux que les balles & les grains de plomb remplissoient séparément. Les petits grains occuperont dans le second cas des espaces entre les balles qui étoient vuides dans le premier cas. L'espace occupé par les grains ainsi mêlés sera d'autant moindre que les grains seront plus petits. Les molécules des liqueurs peuvent, sous quelques égards, être regardées comme des grains d'une indéfinie, ou d'une prodigieuse petitesse ; aussi si on verse de l'eau ou quelque autre liqueur dans un vase déja autant rempli de sable, de cendre, ou de quelqu'autre poudre, qu'il le peut être, on y fera entrer une quantité d'eau considérable par rapport à la capacité de ce vase. Les grains de poudre ont beau être pressés les uns contre les autres, leur figure & leur dureté conservent entr'eux des vuides que l'eau peut occuper.

Nous voyons donc assés ce qui doit arriver, lorsqu'on mêle ensemble des grains solides de différents diametres, & lorsqu'on arrose d'eau des masses de grains solides. Nous voyons de même que si de l'eau est introduite dans du bois, du cuir, du papier, le volume de ces corps peut être augmenté, mais qu'il ne le doit pas être de toute la quantité introduite.

Mais si nous mêlons ensemble différentes liqueurs, quel

ſera le volume des liqueurs mêlées? quel rapport aura-t-il avec ceux qu'elles avoient auparavant, & cela ſelon que ces liqueurs auront de la diſpoſition ou de l'éloignement à ſe mêler enſemble? par exemple, qu'arrivera-t-il ſi on mêle de l'eau avec de l'eſprit de vin, de l'eau avec de l'huile? c'eſt ce qu'on n'a pas cherché juſqu'ici à examiner, que je ſçache, & qui méritoit pourtant qu'on l'examinât par rapport à l'explication de divers phénomenes de Phyſique. Peut-être n'a-t-on pas crû qu'il y eût ſur cela d'examen à faire, on a regardé les parties des liquides comme auſſi contiguës qu'il eſt poſſible de l'être, ou ſi on a imaginé entr'elles des eſpaces, on ne paroît pas avoir penſé que ces eſpaces fuſſent capables de recevoir des parties de quelque autre liquide. Des Phyſiciens pourtant ont donné des pores à l'eau, ils ont même crû que c'étoit dans ces pores que ſe logeoient les ſels diſſous; qu'il falloit avoir recours à ces pores pour expliquer la ſuſpenſion des ſels diſſous, & pour expliquer comment il arrive que l'introduction de ces ſels n'augmente pas, autant qu'on s'y attendroit, le volume de l'eau; mais on n'a pas eu beſoin de cette ſuppoſition pour expliquer ce qui ſe paſſe dans le mélange de deux liquides par rapport au volume, on n'a pas ſçû qu'il y eût dans ce cas rien à expliquer. Voyons pourtant s'il ne s'y paſſe rien qui mérite attention, & pour nous fixer d'abord à un exemple, mêlons de l'eau avec de l'eſprit de vin.

L'eau étant verſée ſur l'eſprit de vin, ou l'eſprit de vin ſur l'eau, les deux liqueurs qui ſéparées étoient limpides, très-tranſparentes, en commençant à ſe mêler compoſent une liqueur louche, quelquefois trouble même juſqu'à devenir d'un laiteux opaque, & tantôt plus, tantôt moins opaque, ſelon la qualité de l'eau; mais au moins arrive-t-il toûjours, pendant que l'eau & l'eſprit de vin ſe mêlent, que la liqueur compoſée eſt moins tranſparente que ne l'étoient les deux liqueurs ſéparées, on diſtingue de gros filets plus opaques que le reſte. Ces filets ſe diviſent en une infinité d'autres, il ſemble que ce ſoient des écheveaux qui ſe dévident. Enfin la liqueur compoſée redevient totalement tranſparente, mais tantôt plus tard & tantôt

plûtôt. Il ſemble qu'il y ait une diſſolution à faire, & que tout eſt trouble juſqu'à ce que la diſſolution ſoit achevée, parce que juſques-là tout eſt dans une ſorte de confuſion.

Mais pour venir à la queſtion que nous avons propoſée comme digne d'être éclaircie, le volume de la liqueur compoſée d'eſprit de vin & d'eau eſt-il égal au volume d'eau & au volume d'eſprit de vin pris ſéparément, ou eſt-il moindre, ou eſt-il plus grand que ces deux volumes? M. Geoffroy nous a rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1713, page 53, une expérience curieuſe; après avoir reconnu, par le Thermometre, que de l'eau & de l'eſprit de vin expoſés au même air avoient un égal degré de chaleur, il a plongé le Thermometre dans cette eau, ſur laquelle il a verſé un poids d'eſprit de vin rectifié égal au poids de l'eau contenuë dans le vaſe; le mélange s'eſt fait, & il s'eſt fait en même temps une augmentation de chaleur capable de faire impreſſion ſur le Thermometre, la liqueur a monté ſenſiblement. Il ſemble que cette expérience nous mettroit en état de décider la queſtion; où il y a augmentation de chaleur, il y a augmentation de volume, au moins une augmentation paſſagére. Le volume des deux liqueurs dans le temps au moins que ſe fait leur mélange, devroit donc être plus grand que ne l'étoient les deux volumes pris ſéparément.

Cependant, quoiqu'on ne dût pas s'y attendre, il arrive au contraire que le volume des deux liqueurs mêlées enſemble eſt plus petit que celui des liqueurs priſes ſéparément, même dans l'inſtant que le mélange ſe fait. Il y a long-temps que j'avois tenté de découvrir s'il arrivoit quelque choſe de remarquable dans l'augmentation ou la diminution du volume de quelques liqueurs mêlées enſemble, ſans avoir rien trouvé ſur quoi je puſſe compter: la nouvelle conſtruction des Thermometres que j'ai donnée, où tout dépend des meſures très exactes, m'a mis en état, lorſque j'y penſois le moins, de voir ce qui arrive aux volumes de l'eſprit de vin & de l'eau mêlés enſemble. Je ne ſongeois qu'à faire remplir des Thermometres, lorſque M. Pitot, après avoir verſé un certain

nombre de meſures d'eau dans une boule de verre adaptée à un tube, verſa deſſus un nombre de meſures d'eſprit de vin rectifié, qui devoient monter juſqu'à une certaine hauteur du tube. On marqua l'endroit du tube où ſe terminoit l'eſprit de vin. Les deux liqueurs pouvoient n'être pas bien mêlées, & effectivement elle ne l'étoient pas, l'eſprit de vin plus leger étoit reſté au-deſſus de l'eau. On ſecoua bien le Thermometre, afin que le mêlange ſe fit autant qu'il ſe devoit faire. Le Thermometre ayant été mis enſuite dans une poſition verticale, M. Pitot me fit remarquer que notre liqueur étoit au-deſſous de la ligne marquée, qu'il en falloit ajoûter pour la faire élever juſqu'au terme où nous la voulions. Ce fait me parut très-digne d'être remarqué, il ſembloit prouver que l'eau & l'eſprit de vin mêlés enſemble n'ont plus le même volume qu'ils avoient ſéparément, car il s'étoit fait un vuide de quelques degrés dans le tube du Thermometre.

Sur le champ je voulus m'aſſûrer ſi cette diminution étoit bien réelle, ſi elle ne devoit point être attribuée à quelques circonſtances étrangéres, ſi elle ne venoit point de ce qu'une partie de la liqueur avoit mouillé le tube & le bout du doigt qu'on lui avoit donné pour bouchon, pendant qu'on agitoit les deux liqueurs pour les obliger à ſe mêler. Bien-tôt tous mes ſoupçons furent levés, & il ne me fut plus permis de douter que la diminution du volume n'eût été réelle.

Mais, pour avoir quelque idée de la quantité de cette diminution, je pris un tube, à un des bouts duquel une boule creuſe étoit ſcellée; je verſai dedans cinquante meſures d'eau, & j'y verſai enſuite cinquante meſures d'eſprit de vin bien rectifié. En verſant celles-ci, j'avois attention de les verſer doucement, afin que les deux liqueurs ſe mêlaſſent le moins qu'il ſeroit poſſible: l'eſprit de vin arrivoit ſur l'eau en ſuivant les parois du tube, & ceux de la boule qui lui formoient un plan incliné; auſſi les liqueurs ne ſe mêlerent point, au moins ſenſiblement. Un plan louche ou blanchâtre marquoit le terme commun à l'une & à l'autre. J'entourai d'un fil l'endroit du tube où ſe trouvoit la ſurface ſupérieure de l'eſprit de vin; j'agitai

j'agitai ensuite la boule aussi long-temps qu'il fut nécessaire pour que l'eau & l'esprit de vin parussent bien mêlés. Dès que le mélange fut fait, je vis de la diminution dans le volume de la liqueur composée; sa surface se trouva au-dessous du fil. Avant que de mesurer la quantité de cette diminution, je laissai la liqueur en repos, tant afin qu'elle eût le temps de perdre la chaleur qu'elle avoit prise pendant l'opération, qu'afin que ce qui pouvoit s'être attaché à la partie supérieure des parois eût le temps de descendre. Quand je jugeai qu'il ne restoit plus de liqueur à descendre, je mesurai le vuide qui étoit entre la surface de la liqueur & le fil. Pour remplir ce vuide, il fallut près de deux de ces mêmes mesures, dont le volume de l'eau & celui de l'esprit de vin pris séparément en avoient chacun 50. Le volume des deux liqueurs mêlées étoit donc plus petit d'environ un cinquantiéme, que le volume des deux liqueurs prises séparément.

Qu'est-ce qui produit cette diminution de volume, plus considérable assûrément qu'on ne l'auroit dû attendre ? Y a-t-il des vuides dans une des liqueurs ou dans les deux liqueurs séparées, qui se remplissent quand les deux liqueurs se mêlent ensemble ? Imaginerons-nous qu'une des liqueurs est par rapport à l'autre en quelque sorte, ce que sont des grains de plomb par rapport à des balles de plomb ? Que comme les grains de plomb pourroient remplir les espaces que des balles auroient laissés entr'elles, de même ici une des liqueurs plus tenuë que l'autre remplit les interstices qui sont entre les parties de celle-ci ? Alors dans notre expérience les vuides qui ont été remplis seroient $\frac{1}{25}$ du volume de la liqueur dans laquelle ils se trouveroient. Mais, au lieu que les balles de plomb & les grains de plomb ne peuvent être arrangés de maniére à occuper le moins de place qu'il est possible que par une force étrangére, les liqueurs ont en elles-mêmes la force propre à produire cet arrangement. Les dissolutions des corps les plus durs, qui sont faites, quelquefois si vîte, par différentes liqueurs, nous démontrent la prodigieuse quantité de mouvement qui est dans ces liqueurs, quoique

tout y paroiſſe en repos à nos yeux. Quand l'eau ſe mêle avec l'eſprit de vin, il ſe fait une eſpece de diſſolution.

Les diſſolutions auſquelles nous ſommes le plus accoûtumés ſont celles des corps ſolides par des liquides. Nous voyons que les eaux fortes diviſent les métaux les plus durs & les plus peſants en des grains ſi petits, qu'ils peuvent ſe tenir ſuſpendus, nager pour ainſi dire dans ces eaux; nous voyons journellement des diſſolutions de ſels, de ſucre, faites par l'eau, mais nous ne ſommes pas accoûtumés à voir des liqueurs diſſoutes par d'autres liqueurs. Il doit pourtant y avoir des diſſolutions de cette eſpece; une liqueur dont les parties ſont plus tenuës en pourra diſſoudre une dont les parties ſont plus groſſiéres, elle pourra diviſer les molécules de cette liqueur, & cela eſt vrai dans le même ſens qu'il eſt vrai que les liqueurs diſſolvent les corps ſolides; comme l'eau diſſout du ſucre, de même l'eau diſſout un ſirop trop épais; ces deux opérations n'ont peut-être rien de différent qu'en ce que l'eau qui agit contre le ſucre agit contre des parties plus groſſes que celles contre leſquelles agit l'eau qui diſſout le ſirop; l'eau dans le ſecond cas pouſſe la diviſion plus loin. Ce que nous avons dit de l'eau & du ſirop, nous le pouvons dire de pluſieurs liqueurs, & ſur-tout de l'eau & de l'eſprit de vin. Quand leur mélange ſe fait, il arrive tout ce qui arrive pendant les diſſolutions les plus connuës; dès que le mélange commence à ſe faire, les deux liqueurs, auparavant tranſparentes, en compoſent une trouble, des bulles d'air montent continuellement, & en grand nombre, à la ſurface; le mélange s'échauffe, preuve inconteſtable qu'il y a fermentation, & par conſéquent diſſolution.

L'eſprit de vin nous eſt ſur-tout connu par ſon inflammabilité, c'eſt ce qui nous le caractériſe; nous ſçavons qu'il n'eſt qu'une eſpece d'huile très-inflammable qui nage dans de l'eau, qui y eſt diſſoute: nous ſçavons même que dans l'eſprit de vin le plus pur, le mieux rectifié, la quantité de la matiére ſpiritueuſe & inflammable eſt extrêmement petite. Mais, malgré la grande quantité de flegme que contient l'eſprit de vin le mieux rectifié, il paroît par les expériences ci-deſſus, & il

paroîtra encore davantage par celles que nous avons à rapporter, qu'elle ne ſuffit pas pour bien diſſoudre la partie inflammable de l'eſprit de vin. L'idée que nous ſouhaitons qu'on prenne d'avance, & dans laquelle nous ſerons confirmés par les expériences ſuivantes, c'eſt que tant que la partie inflammable de l'eſprit de vin n'eſt pas mêlée avec une ſuffiſante quantité d'eau, il y reſte des vuides capables de recevoir de l'eau. Des liqueurs que nous connoiſſons, l'eſprit de vin eſt une des plus légeres, & ſa légereté n'a plus rien de difficile à expliquer, ſi nous le regardons comme une liqueur pour ainſi dire ſpongieuſe, & ſi ſpongieuſe, qu'une quantité d'eau ſenſible peut être reçûë entre ſes parties ſans augmenter ſenſiblement ſon volume, qu'une quantité d'eau peut en quelque ſorte ſe loger dans l'eſprit de vin comme elle ſe logeroit dans une éponge.

J'ai fait un grand nombre d'expériences pour voir juſqu'où pouvoit aller la diminution de volume qui réſulteroit de l'eſprit de vin & de l'eau, dont le mélange ſeroit fait en différentes proportions. Tantôt celles de l'eſprit de vin à l'eau étoient les plus grandes, tantôt les plus grandes étoient celles de l'eau à l'eſprit de vin, & les unes & les autres ont été variées de pluſieurs façons. Par exemple, tantôt j'ai mêlé 100 parties d'eſprit de vin avec 25, 50, 75 parties d'eau, &c. tantôt j'ai mêlé 100 parties d'eſprit de vin avec 150, avec 200, avec 300, &c. parties d'eau. Les mélanges ont toûjours été faits avec les précautions que j'ai expliquées ci-devant, c'eſt-à-dire, que dans une boule creuſe adaptée à un tube de verre, ou ſeulement dans un tube de verre ſcellé hermétiquement à un de ſes bouts, je verſois la quantité d'eau que je voulois employer; que je verſois enſuite dans le tube une quantité connuë d'eſprit de vin, & cela très-doucement, afin qu'elle ne ſe mêlât point avec l'eau. Je marquois avec un fil le terme de la ſurface de l'eſprit de vin, ou, ce qui eſt la même choſe, juſqu'où alloit le volume des deux liqueurs non mêlées. J'agitois enſuite le tube, je le ſecouois pour obliger les deux liqueurs à ſe mêler; pour meſurer le vuide qui s'étoit fait entre le fil & la ſurface

de la liqueur composée, je le remplissois avec de petites mesures connuës, & qui étoient des parties aliquotes des grandes mesures employées. Lorsque j'ai mêlé deux parties d'eau avec une partie d'esprit de vin, j'ai eu le plus grand de tous les vuides qui pouvoient être donnés par le mêlange de l'eau avec mon esprit de vin ; il a été égal environ à $\frac{1}{20}$ du volume de l'esprit de vin. Pour remplir le vuide qui étoit resté entre la surface de la liqueur composée & le fil, il a fallu verser cinq de ces mesures, dont le volume de l'esprit de vin en contenoit 100. Quand j'ai mêlé trois ou quatre parties d'eau avec l'esprit de vin, je n'ai eu que le même vuide que j'avois eu en mêlant deux parties d'eau avec l'esprit de vin ; l'eau employée dans cette proportion suffit pour dissoudre entiérement l'esprit de vin, ou au moins pour remplir tous les vuides dans lesquels il lui est permis de s'introduire ; mais il faut employer l'eau dans cette proportion, si on en mêle moins, la diminution du volume total n'est plus une aussi grande partie de celle du volume de l'esprit de vin.

Pour donner quelque idée des différences qui se trouvent lorsqu'on employe l'eau dans une moindre proportion que l'esprit de vin, & pour faire voir qu'il est nécessaire, pour remplir tous les vuides qui sont entre les parties de l'esprit de vin, d'employer un volume d'eau double de celui de cet esprit, il me suffira de donner le résultat d'une petite suite d'expériences.

1.° J'ai mêlé 100 parties d'esprit de vin avec 50 parties d'eau, & le mêlange a donné 2 mesures $\frac{1}{2}$ de diminution.

2.° J'ai retiré du tube cet esprit de vin affoibli, & j'ai versé dans le tube 50 mesures d'eau, sur lesquelles j'ai versé doucement l'esprit de vin affoibli par l'expérience précédente. Après avoir marqué sur le tube le terme de la derniére liqueur, j'ai secoué le tube pour obliger les deux liqueurs de se mêler, après quoi j'ai eu une nouvelle diminution de volume qui a été d'une mesure & demie. Ces deux expériences ensemble avoient donc donné une diminution de volume de 4 mesures, & dans la derniére l'esprit de vin se trouvoit mêlé avec l'eau en parties égales.

3.° J'ai tiré du tube cette liqueur faite d'un mêlange de

parties égales d'eau & d'eſprit de vin, & j'ai verſé dans le tube 50 nouvelles meſures d'eau ſur leſquelles j'ai verſé les 200 meſures de la liqueur compoſée de 100 parties d'eau & de 100 parties d'eſprit de vin ; après que le mêlange a été fait, j'ai eu environ une meſure de diminution.

4.° Enfin dans une 4me expérience j'ai mêlé la liqueur de l'expérience précédente avec 50 nouvelles meſures d'eau, je n'ai pas eu un quart de meſure de diminution.

Quand j'ai mêlé par la ſuite la liqueur ci-deſſus, compoſée d'une partie d'eſprit de vin, & de deux parties d'eau avec de nouvelle eau, le mêlange n'a produit aucune diminution de volume. Quand j'ai mêlé l'eau dans une proportion extrêmement petite avec l'eſprit de vin, par exemple, une, deux ou trois meſures d'eau avec 100 meſures d'eſprit de vin, je n'ai pas eu une diminution de volume ſenſible.

Si quelqu'un vouloit que ce fuſſent les vuides de l'eau qui ſont remplis par l'eſprit de vin, lorſque l'eau l'a plus diviſé qu'il ne l'étoit, il ne ſeroit pas aiſé de lui démontrer que c'eſt au contraire dans l'eſprit de vin que les vuides doivent être placés. Cette derniére idée eſt pourtant la plus naturelle, parce que la liqueur la plus rare eſt celle qui a plus de vuides, & parce que l'eau eſt le diſſolvant qui doit s'introduire entre les parties du corps qu'il diſſout.

Mais peut-être doutera-t-on que la diminution de volume dont il s'agit doive être attribuée à ce que des vuides qui étoient en une des liqueurs, ont été remplis par des parties de l'autre liqueur ; on aura peut-être plus de diſpoſition à croire que pendant que l'eau & l'eſprit de vin ſe mêlent enſemble, que pendant qu'il ſe fait une fermentation, il ſe fait une évaporation à laquelle ſeule doit être attribuée la diminution du volume des deux liqueurs. Ce doute ſera levé par des expériences que nous rapporterons dans la ſuite, qui apprendront que pendant que le mêlange des liqueurs ſe fait dans un tube dont le bout ſupérieur eſt bouché, le volume ne diminuë pas moins que lorſque le mêlange ſe fait dans un tube dont le bout ſupérieur eſt ouvert.

D'autres expériences nous mettent en état de prouver directement, que les espaces vuides qui étoient entre les parties d'une des liqueurs ont été remplis par l'autre. Prenons un petit vase de verre propre à peser des liqueurs, tel que celui que M. Homberg a décrit dans les Mémoires de l'Académie de 1699. Le poids du vase étant connu, remplissons ce vase d'esprit de vin; pesons ensuite avec des balances d'une finesse convenable le poids de ce volume d'esprit de vin. Après avoir vuidé le pese-liqueur, remplissons-le d'eau, & pesons: nous avons alors le rapport de la pesanteur spécifique de l'eau à la pesanteur spécifique de l'esprit de vin, nous pouvons donc sçavoir quelle devroit être la pesanteur spécifique de l'eau & de l'esprit mêlés en des proportions connuës, si pendant que le mélange se fait, les pesanteurs spécifiques de l'une & de l'autre restoient les mêmes; ou, ce qui est la même chose, il est aisé de trouver ce que peseroit le pese-liqueur rempli d'une certaine quantité d'eau, & d'une certaine quantité d'esprit de vin qui surnageroit l'eau. Si on remplit à present le pese-liqueur d'eau & d'esprit de vin mêlés dans une proportion connuë, & qu'après avoir pesé cette quantité de liqueur composée, on trouve qu'elle pese plus que ne devroit peser le pese-liqueur plein d'eau & d'esprit de vin qui y auroient été mis en même proportion, mais sans être mêlés ensemble, on a une preuve certaine que la densité, ou, ce qui revient au même, la pesanteur spécifique a augmenté pendant que le mélange s'est fait. On a donc pesé la quantité d'eau qui étoit contenuë dans un pese-liqueur, le poids de ce volume d'eau a été trouvé de 98 grains. Après avoir vuidé l'eau, on a rempli sur le champ le pese-liqueur d'esprit de vin, & le poids de ce volume d'esprit de vin a été trouvé de 82 grains $\frac{1}{2}$. Si on eût rempli les deux tiers du pese-liqueur d'eau, & le tiers restant d'esprit de vin qui eût surnagé l'eau, le poids total des deux liqueurs contenuës eût été de 65 grains $\frac{1}{3}$ d'eau & de 27 grains $\frac{1}{2}$ d'esprit de vin, ou le poids eût été en tout de 92 grains $\frac{5}{6}$. Mais au lieu de remplir le pese-liqueur d'eau & d'esprit de vin qui n'eussent fait que se toucher, on a mêlé deux parties d'eau avec une partie d'esprit

de vin, & quand ce mêlange a été fait, on en a rempli le pese-liqueur. On a trouvé alors que le volume de la liqueur composée pesoit 94 grains, qu'ainsi la densité, la pesanteur de la liqueur composée étoit plus grande que celle qui sembloit devoir résulter des deux liqueurs composantes; on verra même qu'elle étoit plus grande, à peu-près dans la proportion que le demandoit la diminution de volume qui nous a été donnée par les expériences précédentes. Nous avons dit que cette diminution de volume étoit au plus de $\frac{1}{20}$ du volume de l'esprit de vin, & l'augmentation de la pesanteur spécifique est aussi trouvée ici à quelque chose près de $\frac{1}{20}$ du poids de l'esprit de vin. Le poids de l'esprit de vin employé étoit de 27 grains $\frac{1}{2}$, & nous avons un grain & $\frac{1}{6}$ de grain d'augmentation de poids qui ne differe de l'augmentation de poids, que la diminution du volume devroit donner, que de $\frac{5}{28}$ de grain, ou de moins de $\frac{1}{5}$, & de plus de $\frac{1}{6}$ de grain : mais cette différence peut venir de tant de circonstances, qu'il n'y a pas de quoi en être surpris. La diminution du volume que nous prenons de $\frac{1}{20}$ peut aussi avoir été moindre, & alors la différence s'évanouiroit.

Les vuides que laissent entre elles les parties de l'esprit de vin, les vuides que l'eau peut remplir n'étant que $\frac{1}{20}$ du volume de l'esprit de vin, il pourroit sembler qu'en mêlant 20 parties d'esprit de vin avec une partie d'eau, on devroit remplir tous les vuides, puisqu'on donne à l'esprit de vin l'eau qui y suffit. Mais ce n'est apparemment qu'autant que l'esprit de vin est dissous & divisé, qu'il est permis à l'eau de s'insinuer dans certains vuides dont l'entrée lui étoit fermée par les parties de l'esprit de vin qui se touchoient; ce n'est que quand l'eau a écarté les parties de l'esprit de vin les unes des autres, autant qu'il est nécessaire pour qu'elles ne s'entre-touchent point, qu'il lui est permis d'aller se loger dans leurs vuides. Il faut employer la quantité d'eau nécessaire pour bien dissoudre l'esprit de vin, si l'on veut que l'eau pénétre autant dans l'esprit de vin qu'il est possible; & pour cela, il faut mêler environ deux parties d'eau avec une partie d'un bon

eſprit de vin; ſi on fait le mêlange dans une plus grande proportion, on n'obtient rien de plus.

Il eſt évident néantmoins que ſelon que l'eſprit eſt plus ou moins rectifié, il faudra le mêler avec une plus grande ou une moindre quantité d'eau, pour avoir tout le vuide qui peut naître du mêlange des deux liqueurs; & de-là il ſuit que nos expériences qui ne paroiſſoient que curieuſes, peuvent avoir de l'utilité, elles nous donnent une méthode ſinguliére d'éprouver les qualités des différents eſprits de vin, & de les déterminer. Un eſprit de vin, de la qualité de celui que j'ai employé, mêlé avec un volume d'eau double du ſien, donnera un vuide qui ſera $\frac{1}{20}$ de ſon volume, ou un vuide de 5 de ces meſures, dont ſon volume en contenoit 100. Un eſprit de vin plus foible ne donnera alors qu'un vuide de 4 de ces meſures, ou de 3 meſures $\frac{1}{2}$, & un eſprit de vin plus fort donnera un plus grand vuide. Si on avoit un eſprit de vin très-foible, & tel que ſeroit le nôtre, affoibli par une partie d'eau mêlée avec deux des ſiennes, l'épreuve feroit connoître ſon degré de foibleſſe : ſi on le mêle avec un volume d'eau double du ſien, il ne donnera qu'un vuide de 2 $\frac{1}{2}$ de ces meſures dont il en contient 100, pendant que par le même mêlange, notre eſprit de vin pur eût donné un vuide de 5 meſures. Enfin, on voit en général, que les eſprits de vin les plus forts, mêlés en même proportion avec de l'eau, donneront une plus grande diminution de volume que celle qui ſera donnée par les eſprits de vin plus foibles.

On ſçait que l'eſprit de vin & l'eau contiennent beaucoup d'air, que l'air contenu dans ces liqueurs n'y eſt nullement compreſſible, nous avons même tâché ailleurs d'expliquer la cauſe de ce dernier phénomene. On ſçait encore que l'air ſorti d'une liqueur, quand il n'eſt comprimé que par le poids de l'atmoſphere, occupe dans l'atmoſphere beaucoup plus d'eſpace qu'il n'en occupoit dans la liqueur. Ces faits pourroient faire croire qu'on doit attribuer la diminution qui ſurvient aux volumes d'eau & d'eſprit de vin qu'on mêle enſemble, à l'air qui s'échappe de ces deux liqueurs; que l'eau,

par

par exemple, va prendre les places qu'occupoit dans l'esprit de vin, l'air qui s'en échappe tant que la fermentation dure, ou jusqu'à ce que le mêlange soit bien fait.

Pour sçavoir si cette idée, assés vrai-semblable, étoit vraye, j'ai versé 50 mesures d'eau dans un tube adapté à une boule de verre, & j'ai versé à la maniére ordinaire, c'est-à-dire doucement, 50 mesures d'esprit de vin sur l'eau, & j'ai encore marqué avec un fil, l'endroit du tube où étoit la surface supérieure de l'esprit de vin; alors j'ai couvert le bout du tube avec un morceau de parchemin mouillé, & étroitement lié sur le tube. Le parchemin bouchoit le tube de façon que l'air extérieur n'y pouvoit entrer, & que l'air intérieur n'en pouvoit sortir. J'ai encore à faire remarquer une circonstance, & même l'essentielle, le bouchon, le couvercle de parchemin n'étoit pas tendu uniment sur le bout du tuyau, l'usage auquel je le destinois, demandoit qu'il ne le fût pas, il s'élevoit un peu en dehors. Ce couvercle devoit m'apprendre si la quantité d'air qui sortiroit des deux liqueurs, pendant qu'elles se mêleroient, seroit une quantité d'air, condensé au point de celui qui n'est chargé que par le poids de l'atmosphere, dont le volume seroit égal à celui dont le volume des deux liqueurs devoit diminuer par le mêlange qui alloit se faire, ou si le volume de cet air seroit plus grand ou plus petit. Dans le 1er cas, le bouchon devoit rester dans l'état où je l'avois mis; dans le 2^d^, il devoit être plus porté vers le dehors; & dans le 3me, l'air extérieur plus puissant que l'intérieur, devoit repousser le parchemin dans le tube.

Tout étant ainsi préparé, j'ai agité & secoué la boule, pour obliger l'eau & l'esprit de vin à se mêler. Dès que le mêlange a commencé à se faire, le bouchon est devenu concave vers l'extérieur, il a été enfoncé dans le tube par la pression de l'air extérieur; preuve incontestable du vuide réel qui se faisoit dans le tube, & que toute la quantité d'air qui sortoit de l'eau & de l'esprit de vin, n'étoit pas égale à une quantité d'air condensé par le poids de l'atmosphere, capable de remplir le vuide qui se faisoit par la diminution du volume

des deux liqueurs. Si nous rapportons la diminution du volume des deux liqueurs à la somme des vuides de l'esprit de vin qui ont été remplis par l'eau, comme tout nous a paru prouver ci-devant que nous le devions faire, il suit qu'il y a dans l'esprit de vin, des vuides qui ne sont pas occupés par un air aussi comprimé que celui de l'atmosphere, & que l'eau peut pénétrer dans ces vuides, quand on la mêle avec l'esprit de vin.

Il est prouvé encore par cette derniére expérience, que la quantité d'air qui s'échappe de l'eau & de l'esprit de vin pendant qu'ils fermentent ensemble, n'est pas aussi grande que la quantité des bulles nous le feroit imaginer. Lorsque ces bulles paroissent dans la liqueur, elles sont rarefiées par la chaleur qui naît de la fermentation, & elles y acquiérent un volume qu'elles ne doivent pas conserver, lorsqu'elles en seront sorties.

J'ai mêlé de l'eau & du vin rouge de Bourgogne en différentes proportions. Le mélange s'est fait sans donner aucune diminution de volume; on pouvoit le prévoir ainsi, dès que l'esprit de vin affoibli par deux parties d'eau peut être mêlé avec de nouvelle eau sans aucune diminution de volume.

J'ai mêlé 50 mesures d'huile de lin avec 50 mesures d'huile de thérebentine, le mélange s'est bien fait, mais il n'a, comme celui du vin avec de l'eau, donné aucune diminution.

Du lait & de l'eau ont été mêlés ensemble sans qu'il soit arrivé une diminution sensible de volume.

J'ai fait dissoudre du sel de soude dans de l'eau jusqu'à ce qu'elle en fût autant chargée qu'il étoit possible, j'en ai versé 50 mesures dans un tube; j'avois marqué sur le même tube la hauteur où devoient monter 50 autres mesures de liqueur; j'ai versé peu-à-peu dans le tube les 50 derniéres mesures d'un très-bon vinaigre sur l'eau chargée de sel, mais ce n'a été que peu-à-peu que j'ai versé le vinaigre, de crainte que la fermentation ne fît sortir une partie de la liqueur hors du tube. Quand tout le vinaigre a été introduit, & que la fermentation a été appaisée, il s'est trouvé un vuide, mais très-petit, il n'étoit que d'une demi-mesure. Si le vuide n'a dû être fait que par les acides du vinaigre qui se sont engagés dans les alkalis du sel

de soude, il n'a pas dû être grand, parce que la quantité de ces acides n'occupe pas un volume considérable dans le vinaigre.

Je n'ai eu aussi qu'une très-petite diminution de volume, lorsque j'ai mêlé avec les précautions nécessaires deux parties de vinaigre distillé avec une partie d'eau autant chargée qu'elle le pouvoit être de sel de tartre.

Il est difficile d'ailleurs de s'assûrer avec précision des diminutions de volume qui arrivent aux liqueurs qui fermentent trop vivement & trop subitement ensemble. Une partie de la liqueur peut par les bouillonnements être poussée hors du tube : l'éruption prompte des bulles d'air peut même faire sortir de la liqueur en une espece de pluye.

Pour obvier à ces accidents, après avoir mis dans un tube une quantité mesurée d'eau autant chargée de sel de tartre qu'il étoit possible, j'ai versé doucement dans le même tube un volume double de vinaigre distillé, & sur le champ, avant que la fermentation eût eu le temps de se faire, lorsqu'elle commençoit à peine, j'ai fait sceller à la lampe, le plus promptement qu'il a été possible, le bout du tube. Je n'ai plus eu alors d'évaporation à craindre, mais je n'avois pas pensé que bientôt il ne se feroit plus de fermentation ; que les acides du vinaigre ne pourroient pas s'introduire dans le sel alkali que l'eau tenoit dissous. Je sçavois bien que l'air étoit nécessaire pour les fermentations, mais je n'avois pas pensé, & je ne sçais si d'autres l'eussent pensé, que dans deux liqueurs qui ont autant de facilité à se mêler qu'en ont l'acide du vinaigre & une eau chargée de sel de tartre, la fermentation seroit arrêtée dès que le tube seroit scellé; cela est pourtant arrivé, & j'ai eu beau agiter le tube, le secouer, le renverser pendant plusieurs jours, tout s'est passé sans fermentation sensible. J'ai enfin déscellé le tube, & la fermentation a été violente sur le champ. Immédiatement après qu'on a scellé le tube, il se fait sans doute de la fermentation, mais elle est bien-tôt arrêtée; dans le premier instant, de l'air s'échappe, & il s'en échappe bien une autre quantité que lorsqu'on mêle l'esprit de vin avec l'eau. Cet air se trouve comprimé, il compri[illegible] surface de la

liqueur, il ne permet plus à de nouvel air de ſe dégager; enfin tout mouvement eſt arrêté, & par conſéquent toute fermentation, parce que l'air des liqueurs ne peut être déplacé. Mais j'aurai peut-être occaſion de parler dans d'autres temps de cette derniére expérience, qui m'a conduit à en faire d'autres qui ne ſont pas de ſimple curioſité phyſique.

Au reſte le nombre des expériences qui peuvent être faites en alliant enſemble des liqueurs de différentes qualités eſt extrêmement conſidérable, & je n'ai eu garde de me propoſer de les épuiſer. Je n'ai même eu deſſein de donner ici qu'un ébauche qui pût mettre ſur la voye de pouſſer les épreuves plus loin, & qui rendît attentif lorſqu'on combine enſemble différentes liqueurs, au volume qui réſulte de leur mélange. Toutes les liqueurs acides, toutes les liqueurs ſalines, toutes les liqueurs alkalines, toutes les liqueurs huileuſes, les liqueurs chargées de métaux, ou d'autres matiéres qu'elles ont diſſoutes, s'offrent pour être combinées chacune avec chacune de celles de leur eſpece, & pour être combinées avec celles de différentes eſpeces. Elles demandent toutes auſſi à être combinées avec l'eau commune, ou avec des liqueurs très-aqueuſes; & quand dans quelques-unes des combinaiſons il arriveroit que le volume ſeroit augmenté, qu'il réſulteroit du mélange une augmentation de volume plus grande que la diminution que l'eſprit de vin mêlé avec l'eau nous a fait obſerver, je n'en ſerois pas ſurpris, mais ce ſeroit un fait nouveau & remarquable. On trouvera auſſi des liqueurs qui donneront des diminutions de volume plus grandes que celle qu'a donnée le mélange d'eau & d'eſprit de vin, & cela même en mêlant ſimplement de l'eau avec quelqu'autre liqueur. Nous en allons donner un exemple fourni par une combinaiſon aſſés ſimple, & qui peut-être n'eût pourtant pas été une de celles que nous euſſions eſſayées, ſi nous n'euſſions été averti qu'elle méritoit de l'être par M. Petit le Médecin. Quand nous avons voulu lever tout ſoupçon ſur la diminution du volume qui paroiſſoit s'être faite dans le tube après le mélange de l'eau & de l'eſprit de vin, quand nous avons voulu prouver qu'elle ne devoit aucunement

être attribuée à l'évaporation; que les quantités des deux liqueurs qui y avoient été verſées, y étoient reſtées en entier; nous avons dit que nous avions eu recours au peſe-liqueur, qui avoit démontré que la peſanteur ſpécifique avoit été augmentée pendant que le mêlange des deux liqueurs s'étoit fait; & cela parce que le peſe-liqueur rempli d'eau & d'eſprit de vin mêlés enſemble avoit plus peſé qu'il n'eût fait, s'il eût été rempli d'eau & d'eſprit de vin qui eût ſurnagé l'eau. M. Petit le Médecin, qui a fait un grand nombre d'expériences ſur les diſſolutions des ſels, nous apprit alors qu'il s'étoit ſervi de la même voye pour ſçavoir ce qui réſulteroit du mêlange d'un volume égal d'eau & de différents eſprits acides; qu'il avoit mêlé de l'eſprit de nitre, de l'eſprit de ſel, de l'huile de tartre par défaillance, & de l'huile de vitriol; qu'il avoit mêlé, dis-je, un volume égal de chacune de ces liqueurs avec un égal volume d'eau; qu'avant que de mêler chaque liqueur avec l'eau, il avoit peſé la liqueur & l'eau ſéparément, & avec ſoin, dans un même peſe-liqueur; & qu'enfin le peſe-liqueur rempli de la liqueur compoſée avoit plus peſé que n'eût fait le peſe-liqueur rempli à moitié de l'eſprit acide & de l'eau qui l'eût ſurnagé. Le mêlange de l'eau & de l'huile de vitriol eſt celui qui lui a donné une plus grande augmentation de poids. La peſanteur ſpécifique de la liqueur compoſée a été de près de $\frac{1}{14}$ plus grande que celle qui devoit réſulter de la ſomme des peſanteurs des deux volumes égaux des mêmes liqueurs. Nous arrivons ſouvent aux mêmes vérités par des voyes & par des vûës différentes. Une boule adaptée à un tube de verre étant remplie d'eau, & le tube l'étant en partie, ſi on jette du ſel ſolide dans ce tube, l'eau s'éleve à une certaine hauteur, mais l'eau deſcend enſuite peu-à-peu à meſure qu'elle diſſout le ſel. C'eſt cette expérience qui avoit engagé M. Petit à voir ce qui réſulteroit du mêlange des eſprits acides avec l'eau. Ceux qui ont fait les premiers l'obſervation de l'eau qui deſcend dans le tube à meſure qu'elle diſſout du ſel, en ont conclu que le ſel diſſous, ou qu'au moins partie du ſel diſſous ſe logeoit dans les pores de l'eau.

Je ne vois point du tout que la conséquence qu'on a tirée de l'expérience précédente, fût néceſſaire pour rendre raiſon de ce que l'eau deſcend à meſure qu'elle diſſout le ſucre. Il s'en préſente une autre cauſe, à la vérité moins recherchée, mais qui ſûrement a quelque part à l'abaiſſement de l'eau, & à laquelle on doit l'attribuer en entier, juſqu'à ce qu'il ſoit prouvé qu'elle n'y ſçauroit ſuffire, ce qui ne me paroît pas aiſé. Si je jette dans un vaſe qui contient de l'eau, une petite pierre compoſée de grains de ſable, telles que ſont nos pierres de grès, la ſurface de l'eau s'élévera auſſi-tôt de ce qu'exige qu'elle s'éleve le volume d'eau qui a été déplacé par la pierre. Suppoſons que les grains de cette pierre n'étoient unis que par une colle que l'eau détrempe aiſément, peu-à-peu les grains ſeront détachés les uns des autres, & la pierre ſera réduite à un petit tas de grains de ſable. Mais à meſure que cette pierre ſera pour ainſi dire diſſoute, la ſurface de l'eau s'abbaiſſera, parce qu'il y avoit des vuides entre les grains de ſable, & que ces vuides ne ſubſiſteront plus, après que les grains auront été ſéparés, l'eau alors remplira les vuides.

Ce que nous venons de dire d'une pierre compoſée de grains de ſable, eſt une image de ce qui ſe paſſe pendant que ſe fait la diſſolution d'un morceau de ſucre. Le ſucre le plus dur eſt ſpongieux, même à la vûë ſimple, & nous ne pouvons nous empêcher d'imaginer des vuides entre les grains qui compoſent tous les ſels concrets, quoique nous ne les y voyons pas. Les gros criſtaux de ſel, les gros cubes de ſel, ſont formés d'une infinité de petits criſtaux, d'éguilles, de petits cubes, &c. qui laiſſent certainement des vuides entre eux, & que l'eau remplit quand elle les diſſout. On ſçait même qu'il y a une quantité d'eau conſidérable dans certains ſels pendant qu'ils nous paroiſſent ſous une forme ſolide. Il ne nous eſt pas poſſible de déterminer juſqu'où va la ſomme de ces vuides; mais il y a apparence qu'elle doit être aſſés grande par rapport au volume, pour que la diminution qui arrive à l'eau, pendant qu'elle diſſout un ſel, puiſſe être attribuée à ce qu'elle remplit les places vuides qui lui ont été laiſſées libres.

Ces remarques, au reste, ne sont pas inutiles pour nous aider à voir d'où peut venir la diminution de volume qu'on observe dans deux liqueurs après leur mêlange; car si les petits grains de sable de la pierre que nous avons fait dissoudre, se soûtenoient dans l'eau, & si eux-mêmes composés d'autres grains, ils pouvoient être dissous par une addition d'une plus grande quantité de liqueur, nous aurions une liqueur, celle dans laquelle nagent les grains de sable dissolubles, qui mêlés avec l'eau, donneroient une liqueur composée dont la pesanteur spécifique seroit plus grande que celle qui auroit paru devoir résulter des deux composantes.

Nous allons faire l'application de cette idée à ce qui se passe lorsqu'on mêle avec de l'eau de l'huile de vitriol, qui est peut-être de toutes les liqueurs, au moins des liqueurs chargées de sels, celle qui donne une plus grande diminution de volume proportionnellement à celui de la liqueur qu'on mêle avec de l'eau. Dix mesures d'huile de vitriol ont été versées dans un tube; sur les dix mesures on a versé dix mesures d'eau. Après le mêlange, la diminution a été de $\frac{3}{4}$ d'une mesure. Dix autres mesures d'eau ont été versées sur l'esprit de vitriol affoibli par les dix premiéres mesures. Par ce nouveau mêlange, le volume total a perdu plus d'une demi-mesure. On a encore versé dix mesures d'eau sur l'huile de vitriol mêlée déja avec 20 mesures d'eau. Le tout a encore été mêlé, & la diminution observée après ce troisiéme mêlange, a été encore d'une demi-mesure. Enfin dix nouvelles mesures d'eau ont été versées sur le dernier mêlange, & elles n'ont pas donné $\frac{1}{5}$ de mesure de diminution. La somme totale des diminutions a donc été à peu-près de deux mesures ou de $\frac{1}{5}$ du volume de l'huile de vitriol. Dans une autre expérience on a versé tout d'un coup 40 mesures d'eau sur 10 mesures d'huile de vitriol, & on a eu alors deux mesures de diminution. On n'en a pas eu davantage, lorsqu'on a mêlé 50 mesures d'eau avec les 10 mesures d'huile de vitriol; les 40 mesures d'eau suffisent pour dissoudre parfaitement les 10 mesures d'huile de vitriol.

Ce que nous avons dit ci-dessus de la maniére d'éprouver

la qualité des différents eſprits de vins, leur force, s'applique ſi naturellement à l'eſſai des eſprits acides, qu'il n'eſt pas néceſſaire de s'y arrêter. On voit aſſés que dans chaque eſpece de ces acides l'eſprit acide le plus fort, le plus concentré, ſera celui qui mêlé avec l'eau, donnera une plus grande diminution de volume après le mêlange.

Mais la diminution de volume qui continuë à ſe faire dans le mêlange d'eſprit de vitriol avec l'eau juſqu'à un certain terme, nous apprend que la diſſolution de l'huile de vitriol n'eſt parfaite que lorſqu'une partie de cet eſprit eſt mêlée au moins avec quatre parties d'eau.

Nous concevons donc que les acides les plus forts, les plus concentrés, ne nagent pas dans la quantité de diſſolvant néceſſaire pour les tenir parfaitement diſſous; qu'ils y ſont encore par criſtaux, par éguilles, qui ſont chacun eux-mêmes des paquets de criſtaux & d'éguilles. Une plus grande quantité d'eau étant employée, elle diviſe ces paquets de criſtaux & d'éguilles, & alors elle occupe les vuides qui étoient entr'eux, & où elle n'avoit pû pénétrer auparavant. De-là vient la diminution du volume qui paroît après de nouvelles additions d'eau, ou après des diſſolutions plus parfaites.

Une expérience très-connuë, & qui offre d'abord quelque choſe de merveilleux, c'eſt que ſi on verſe ſur certains corps ſolides, ſur du plomb, par exemple, une eau forte très-concentrée, un violent eſprit de nitre, la liqueur n'agit preſque pas ſur le métal; ſi on verſe ſur le même métal une eau forte affoiblie par de l'eau commune, alors elle agit plus puiſſamment. L'explication de ces faits naît naturellement des remarques précédentes. La premiére des eaux fortes ne pouvoit agir que par de trop gros molécules de ſel, qui n'étoient pas des coins proportionnés à la grandeur des pores du métal; & la ſeconde agit contre lui avec des parties plus tenuës, avec des coins plus aigus.

Je ſens bien qu'il y a de la difficulté à ne vouloir attribuer préciſément la diminution du volume qu'aux vuides qui étoient entre les parties des grains de ſel. Notre huile de vitriol eſt

eſt compoſée de ſel & d'eau, & l'eau fait une partie conſidérable du mixte. Mais les corps les plus peſants laiſſent tant de vuides entre leurs parties, leur vraye ſolidité ſe réduit à ſi peu de choſe, qu'on ne doit nullement être étonné des vuides que laiſſe un corps dont la diviſion a été pouſſée prodigieuſement loin.

Enfin ſi on y penſe bien, je ne vois pas qu'on puiſſe ſoûtenir que les ſels ſe ſont logés dans les pores de l'eau, & que c'eſt de-là qu'eſt venuë la diminution du volume. Car ſuivant cette explication, je demande pourquoi, lorſqu'on verſe de nouvelle eau ſur le mêlange de cinq parties d'eau & d'une partie de vitriol, il ne ſe fait plus de diminution de volume. On répondra ſans doute que c'eſt que l'eau employée ci-devant a fourni aſſés de vuides pour loger tout le ſel ; & qu'il falloit auſſi employer cette quantité d'eau pour offrir aſſés de place où loger les ſels. Tous les pores de l'eau ſont donc remplis, & tous les ſels logés. Cependant ſi je verſe de nouvelle huile de vitriol dans la liqueur compoſée de cinq parties d'eau & d'une d'huile de vitriol, je vais faire naître une nouvelle diminution de volume ; d'où vient cela, ſi ce n'eſt qu'en introduiſant dans la liqueur de nouvelle huile de vitriol concentrée, j'y ai introduit beaucoup de vuide, parce que j'y ai introduit des ſels qui ſont actuellement en plus groſſes maſſes que ceux qui ſont dans l'eau, & entre les parties deſquels il y a de plus grands vuides, comme les vuides qui ſont entre les grains d'une pierre ſabloneuſe ſont plus grands que ceux qui ſont entre les particules des grains de ſable de cette même pierre.

Si les ſels n'étoient bien diſſous que quand ils ſont logés dans les pores de l'eau, il s'enſuivroit qu'un égal volume d'eau pourroit tenir en diſſolution un poids, ou au moins un volume égal de tout ſel concret, parce qu'elle auroit une égale quantité de pores pour eux tous, & on ſçait combien il s'en faut que l'eau tienne en diſſolution une quantité égale de tout ſel.

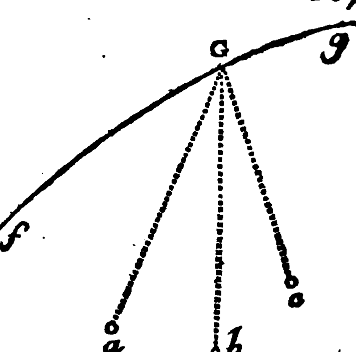
SUR QUELQUES QUESTIONS DE MAXIMIS ET MINIMIS.

Par M. CLAIRAUT.

ENTRE les différents Problemes qui demandent pour leurs résolutions la méthode *de Maximis & Minimis*, on peut mettre au nombre des plus curieux & des plus difficiles, ceux où l'on apprend à trouver la ligne de la plus vîte descente, le solide qui souffre la moindre résistance de la part d'un fluide, la courbe qui satisfait à la fameuse question des Isopérimetres, & toutes celles de la même nature où il faut trouver une courbe qui passe par deux points donnés, & qui satisfasse à quelque *Maximum* ou *Minimum*. Quoique les beaux Problemes qu'ont donnés Mrs Newton, Vallis, Bernoulli, Taylor, servent beaucoup à résoudre ceux qu'on peut imaginer sur la même matiére, il y en a qui renferment assés de généralité & de singularités d'analyse pour mériter d'être donnés. J'espere qu'on trouvera que celui que j'explique dans ce Mémoire, est dans ce cas. Sa solution s'étend à beaucoup d'autres Problemes, & même à la plûpart de ceux qui ont été résolus sur cette matiére. J'ai tâché de l'expliquer de maniére qu'on traitât plus facilement l'analyse qu'on peut rencontrer dans les Problemes qu'on se proposera de la même sorte.

Avant que de donner mon Probleme, je dirai un mot de la maniére dont je suis parvenu à me le proposer dans toute sa généralité. Voici comme je le concevois d'abord.

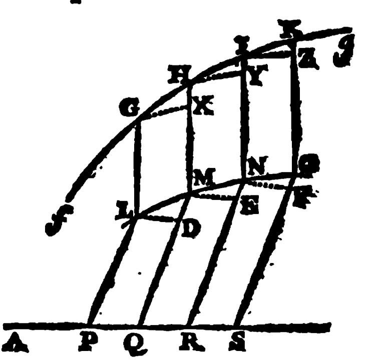
Suppoſant que ſur un plan *abcfGg*, un corps *a*, ou pluſieurs *a, b, c*, répandent de tous les côtés une action, comme de la chaleur, du bruit, &c. ſelon une loi donnée, on demande par quelle courbe il faut aller du point *f* au point *g* pour éviter, le plus qu'il eſt poſſible, cette action. Ce Probleme, outre la généralité que lui donnent les différentes variations qu'on peut faire à l'égard des corps *a, b, c*, & de la loi de leur action, donne dans un cas très-particulier la ligne de la plus vîte deſcente, même dans le cas où la peſanteur eſt variable d'une maniére quelconque. Je compliquai ce Probleme enſuite, en ſuppoſant que tout ſe paſſe ſur une ſurface courbe donnée, il devient alors plus général encore, & donne entre autres cas le Probleme où il faut trouver entre deux points ſur une ſurface quelconque le chemin le plus court : queſtion qui a été imaginée & réſoluë par le célébre M. Bernoulli.



Je le rendis enſuite bien plus difficile, en y ajoûtant la condition des Iſopérimetres, c'eſt-à-dire, en ſe propoſant d'aller ſur la ſurface donnée d'un point à un autre par un chemin de longueur donnée de maniére que l'on ſouffre le moins qu'il eſt poſſible de l'action des corps *a, b, c*, qui ſe fait ſelon une loi donnée. Le Probleme, avec cette condition de plus de la longueur donnée du chemin, doit comprendre, comme un cas particulier, celui où l'on n'eſt pas gêné par aucune condition de longueur, de même que la courbe de la plus vîte deſcente d'un point à un autre par un chemin de longueur donnée renferme la cycloïde dans un de ſes cas; auſſi la ſolution générale contient-elle dans ſon équation la premiére; mais quoiqu'on ſçache qu'elle y eſt, il ne ſeroit pas aiſé de l'y trouver, ſi l'on n'avoit pas réſolu le premier Probleme auparavant. Pour m'en tirer plus facilement, j'imaginai une généralité plus grande que celle des Iſopérimetres,

& qui cependant ne rend pas le calcul plus compliqué; c'eſt qu'au lieu de déterminer la longueur du chemin, on ſuppoſe que quelques autres corps *i, k, l,* agiſſent encore ſur tous les points de la ſurface courbe, & qu'on veuille bien ſouffrir une quantité donnée de leur action, enſuite on ſe propoſe encore d'aller d'un point à un autre, de maniére qu'on évite le plus qu'il eſt poſſible, l'action des premiers corps *a, b, c.*

Soit *APL* un plan ſur lequel on prenne les deux coordonnées *AP, x; PL, y;* la troiſiéme coordonnée *LG, z,* étant perpendiculaire à ce plan. Que *X* ſoit une fonction quelconque de *x, y, z,* qui exprime l'action des corps *i, k, l,* ſur le point quelconque *G* de la ſurface courbe. De même que X^2 ſoit une autre fonction quelconque qui déſigne l'action des corps *a, b, c,* ſur le même point *b.* Soit repréſenté enſuite par *S* les arcs *fG* de la courbe *fGg,* & pris pour hypotheſe que l'action totale des corps *i, k, l,* ſur toute la courbe *fGg* eſt la ſomme de toutes les actions que l'on a à chaque point *b* multipliées chacune par les petits côtés *ds* ſur leſquels elles s'exercent. Le Probleme s'énonce ainſi :



Les points f *&* g *étant donnés ſur une ſurface courbe dont on a l'équation exprimée en* x, y, z, *trouver la courbe qui paſſe par ces points, de maniére que la quantité* ſ. X ds *qui répond à l'arc total* fGg *étant donnée, la quantité* ſ. X² ds *ſoit un Minimum.*

SOLUTION.

Soient GH, HI, IK, trois côtés consécutifs de la courbe cherchée, HM, MQ, AQ; IN, NR, AR; KO, OS, AS, les trois coordonnées de chacun des trois points H, I, K, de la courbe cherchée & de la surface courbe en même temps; ayant mené par les points L, M, N, les droites LD, ME, NF, paralleles à AP; & par les points G, H, I, les droites GX, HY, IZ, paralleles à LM, MN, NO,

Je fais $MD = a$, $HX = f$, $GH = k$.
$NE = b$, $IY = g$, $HI = l$.
$OF = c$, $KZ = h$, $IK = m$.

Je suppose ensuite que la quantité qui étoit X au point G est devenuë Y au point H, & Z au point I, de même la quantité X^2 est Y^2 en H, & Z^2 en I.

Il est clair présentement que regardant les points G, K, comme fixes, les points H & I doivent être tellement placés, que $X.GH + Y.HI + Z.IK$ étant constant, $X^2.GH + Y^2.HI + Z^2.IK$ soit un *Minimum*; & puisque ces côtés GH, IK, doivent remplir cette condition de quelque maniére que puisse varier la position des points H & I sur la surface courbe, il faudra qu'ils fassent encore le *Minimum* demandé entre tous les différents arrangements qu'ils peuvent avoir, en supposant seulement que les points H & I glissent dans les plans QMH, RNI, c'est-à-dire, qu'on peut regarder, si l'on veut, AQ & AR comme constantes.

De cette maniére, en regardant HG comme l'hypothénuse du triangle HGX, & GX ou LM, comme celle de LMD, HI comme celle de HYI, &c. on aura

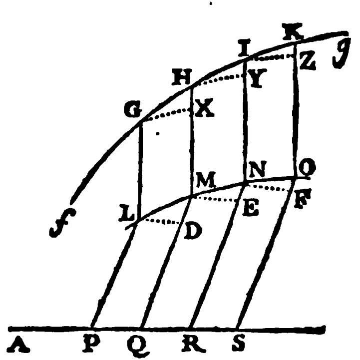
$$kdk = ada + fdf, \quad ldl = bdb + gdg, \quad mdm = cdc + hdh.$$

ou $$dk = \frac{a}{k}da + \frac{f}{k}df, \quad dl = \frac{b}{l}db + \frac{g}{l}dg, \quad dm = \frac{c}{m}dc + \frac{h}{m}dh.$$

Et à cause que les points G & K sont supposés fixes, on aura $da + db + dc = 0$, $df + dg + dh = 0$. Employant ces deux équations à chasser db & dg des équations

précédentes, celle où ces deux quantités sont deviendra

$$dl = -\frac{b}{l}da - \frac{b}{l}dc - \frac{g}{l}df - \frac{g}{l}dh.$$



Si l'on fait attention ensuite que df n'est autre chose que la différence de MH, parce que $MH = LG + HX$, & que MH est par l'équation de la surface courbe une fonction de AQ & de QM, sa différence, en prenant AQ pour constante, pourra être exprimée par $p\,d(MH)$ ou $p\,da\,.\,p$, marquant une fonction de AQ & de QM. De la même maniére on prendra pour $db + dg$ ou $-dh$ la différence de IN qu'on exprimera par $q\,.\,d(RN)$, ou $q\,(da + db)$, ou $-qdc$. On a donc ainsi $df = pda$ & $dh = qdc$. Substituant ces valeurs dans celles de dk, dl & dm, elles deviendront

$$dk = \frac{a}{k}da + \frac{f}{k}pda, \quad dl = -\frac{b}{l}da - \frac{b}{l}dc - \frac{g}{l}pda - \frac{g}{l}qdc;$$

$$dm = \frac{c}{m}dc + \frac{h}{m}qdc.$$

Présentement les conditions du Probleme demandent que $Xk + Yl + Zm$ étant constant, $X^2k + Y^2l + Z^2m$ soit un *Minimum*, c'est-à-dire, que l'on a les deux équations

$$Xdk + Ydl + ldY + Zdm + mdZ = 0.$$

$$X^2dk + Y^2dl + ldY^2 + Z^2dm + mdZ^2 = 0.$$

Je n'ai point pris la différence de X ni de X^2, parce que ces fonctions sont composées de AP, PL, LG, qui sont supposées constantes.

Pour satisfaire à la premiére équation, il faut mettre pour dk, dl & dm, dY & dZ leurs valeurs.

Il nous manque celle de dY & de dZ, mais faisant attention que Y est une fonction de AQ, QM & MH, & que MH en est une de AQ & de QM par l'équation de la surface courbe, on verra que Y n'est autre chose qu'une fonction de AQ & QM; sa différence, en supposant AQ constant,

ſera donc une fonction de AQ & QM que j'appelle S multipliée par $d(QM)$ ou da.

De même dZ ſera une fonction de AR & RN que j'appelle T multipliée par $d(RN)$, ou $da + db$, ou $-dc$. On a donc $dY = Sda$, $dZ = -Tdc$.

On peut faire évanouir préſentement dY, dZ, dk, dl, dm, & l'on aura

$$\frac{Xa}{k}da + \frac{Xf}{k}pda - \frac{Yb}{l}da - \frac{Yb}{l}dc - \frac{Ygp}{l}da - \frac{Ygq}{l}dc + lSda + \frac{Zc}{m}dc + \frac{Zh}{m}qdc - mTdc = 0.$$

Paſſant tous les termes où ſont da, de l'autre côté, on aura

$$(-\frac{Yb}{l} - \frac{Ygq}{l} + \frac{Zc}{m} + \frac{Zhq}{m} - mT)dc = (-\frac{Xa}{k} - \frac{Xfp}{k} + \frac{Yb}{l} + \frac{Ygp}{l} - lS)da.$$

Dans cette équation on remarquera que $\frac{Zc}{m}$ eſt ce que le terme $\frac{Yb}{l}$ eſt devenu, lorſque AP eſt devenu AQ, de ſorte qu'au lieu des deux termes $\frac{Zc}{m} - \frac{Yb}{l}$, on peut mettre $d(\frac{Yb}{l})$. De même qu'au lieu de $\frac{Zhq}{m} - \frac{Ygq}{l}$, ou $q(\frac{Zh}{m} - \frac{Yg}{l})$, on peut mettre $qd(\frac{Yg}{l})$. En faiſant la même opération dans le ſecond membre de l'équation, elle aura cette forme

$$[d(\frac{Yb}{l}) + qd(\frac{Yg}{l}) - mT]dc = [d(\frac{Xa}{k}) + pd(\frac{Xf}{k}) - lS]da.$$

Nous n'avons encore ſatisfait qu'à la premiere des deux équations qui expriment les qualités du Probleme, il faut faire les mêmes opérations à l'égard de la ſeconde; mais comme elle ne differe de la premiére qu'en ce que X^2 répond à X, Y^2 à Y, &c. le réſultat ne doit differer que par X^2 pour X, &c. & par les quantités dérivées de X^2 pour celles qui viennent de X; c'eſt-à-dire, qu'au lieu de S, nous mettrons la quantité qu'on a de la même maniére avec X^2 qu'on a S avec X; nous appellerons cette quantité S^2. L'équation que l'on aura de cette maniére ſera

$$[d(\frac{Y^2b}{m}) + qd(\frac{Y^2g}{l}) - mT^2]dc = [d(\frac{X^2a}{k}) + pd(\frac{X^2f}{k}) - lS^2]da.$$

Divisant l'équation précédente par celle-ci, on sera évanouir da & dc, & l'on aura

$$\frac{d(\frac{Yb}{l}) + qd(\frac{Yg}{l}) - mT}{d(\frac{Y^2 b}{l}) + qd(\frac{Y^2 g}{l}) - mT^2} = \frac{d(\frac{Xa}{k}) + pd(\frac{Xf}{k}) - lS}{d(\frac{X^2 a}{k}) + pd(\frac{X^2 f}{k}) - lS^2}.$$

Et comme dans cette équation le second membre est positivement ce que devient le premier, lorsque AP devient AQ, il s'ensuit que la quantité exprimée par le second membre, ou par le premier, est constante dans toute la courbe.

On a donc l'équation de la courbe cherchée en égalant cette quantité à une constante.

Mais avant de le faire, mettons pour a sa valeur ordinaire dy; pour f, dz; pour k, ou l, qui en differe infiniment peu, ds, on aura de cette maniére

$$\frac{d(\frac{X.dy}{ds}) + pd(\frac{X dz}{ds}) - S ds}{d(\frac{X^2 dy}{ds}) + pd(\frac{X^2 dz}{ds}) - S^2 ds} = A$$ pour l'équation demandée.

On se ressouviendra, pour employer cette équation, que 1.° X est la fonction qui exprime l'action des corps i, k, l, dont la somme des effets est constante; que cette fonction est composée de x, y, z, ou simplement de x, y, parce que la surface courbe peut faire chasser z par son équation.

2.° Que Sdy est la différence de cette fonction, en supposant x constante.

3.° Que pdy est la différence de z, en supposant x constante.

4.° Que X^2 est la fonction qui exprime l'action des corps a, b, c, qu'il faut éviter le plus qu'il est possible.

5.° Que $S^2 dy$ est sa différence, en supposant x constante.

COROLLAIRE I.

Si l'on veut presentement que le Probleme soit des questions des Isopérimetres, c'est-à-dire, que la longueur fg étant donnée, on veuille que l'action soit la moindre, il faudra regarder l'action des corps i, k, l, comme constante, parce qu'alors

qu'alors la ſomme totale de leurs effets ſera proportionnelle à la longueur fg. Il n'y a donc qu'à faire $X = b$, par conſéquent $S = 0$, & l'équation précédente deviendra

$$\frac{d(\frac{b\,dy}{ds}) + p\,d(\frac{b\,dz}{dz})}{d(\frac{X^2 dy}{ds}) + p\,d(\frac{X^2 dz}{ds}) - S^2 ds} = A.$$

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la courbe qu'il faut décrire pour aller de f à g, en évitant le plus qu'il eſt poſſible l'action des corps $a, b, c,$ ſans déterminer ni longueur de chemin, ni ſomme totale d'actions des corps $i, k, l,$ on n'a qu'à ſuppoſer l'action de ces corps égale à zéro, c'eſt-à-dire, $X = 0$, & l'on aura $d(\frac{X^2 dy}{ds}) + p\,d(\frac{X^2 dz}{ds}) = S^2 ds$.

COROLLAIRE III.

En ſuppoſant dans cette équation X^2 conſtante, c'eſt-à-dire, l'action des corps $a, b, c,$ la ſomme totale de cette action, qui eſt un *Minimum,* eſt proportionnelle à l'arc fg, de maniére que la courbe fg eſt alors la plus courte qu'on puiſſe décrire entre f & g. Mettant donc c pour X^2, & par conſéquent 0 pour S^2, on aura dans ce cas $d(\frac{c\,dy}{ds}) + p\,d(\frac{c\,dz}{ds}) = 0$, ou $d(\frac{dy}{ds}) = -p\,d(\frac{dz}{ds})$, ou, en ſuppoſant ds conſtant, $ddy = -p\,ddz$, équations des lignes les plus courtes ſur toutes les ſurfaces courbes.

COROLLAIRE IV.

Si dans notre Probleme; au lieu de ſuppoſer que l'action des corps $a, b, c, i, k, l,$ ſe faſſe ſur une ſurface courbe, on vouloit que tout ſe paſſât ſur un plan, il faudroit faire $z = 0$, & par conſéquent $p = 0$, & l'équation ſeroit dans ce cas

$$\frac{d(\frac{X\,dy}{ds}) + S\,ds}{d(\frac{X^2 dy}{ds}) + S^2 ds} = A.$$

COROLLAIRE V.

Si au lieu de demander la courbe *fg*, qui souffrît la moindre action des corps *a, b, c*, on vouloit celle par laquelle un corps descendroit le plus vîte, il faudroit faire $X^2 = \frac{1}{V}$, V exprimant la vîtesse du corps qui descend, lorsqu'il est en G, parce qu'alors la somme des $X^2 ds$, qui est le *Minimum*, est la somme des $\frac{ds}{V}$ ou le temps. Et pour avoir la valeur de V, si on suppose la gravité comme elle existe sur la surface de la terre, V sera proportionnel à $\sqrt{(b - z)}$, supposant que b soit la hauteur d'où le corps arrivé en G a commencé à tomber, & que les lignes GL, HM, soient verticales, comme la Figure l'indique.

Mais si l'on vouloit que la gravité fût toute différente; que, par exemple, elle dependît de l'attraction de plusieurs corps qui agissent selon une fonction de leurs distances, il seroit toûjours aisé d'avoir la valeur de V, elle seroit toûjours quelque fonction de ces distances, & par conséquent de x, y, z; de sorte qu'en mettant pour X^2, 1 divisé par cette fonction de x, y, z, qui exprime la vîtesse, on auroit la ligne de la plus courte descente.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE, Du 28 Mai 1733.

Par M. GODIN.

J'AI fait cette Observation à *Guillerval*, Village situé près *Etampes*, & sous le même Méridien à peu-près que *Versailles*, c'est-à-dire, plus occidental que l'Observatoire Royal de *Paris* de 50" de temps. 6 Juin 1733.

J'avois préparé une très-bonne Lunete de 7 pieds, & j'avois mis au foyer commun des Verres un Micrometre qui est de l'invention de *Theodore de Balthasaris*, & qu'il a décrit dans sa *Micrométrie* imprimée à *Erlang* en 1710. C'est une Vis dont les pas sont à droite dans une moitié, & à gauche dans l'autre moitié; ce qui fait que quand on la tourne, deux index à écrouë qui y sont ajustés s'approchent ou s'éloignent également l'un de l'autre. *Cap. 3. §. 26. p. 48.*

Le diametre de la Lune mesuré dans la direction de son orbite, ou, suivant le chemin de l'ombre, sur le disque de la Lune, fut trouvé de 991 parties du Micrometre, d'où j'ai déduit les doigts éclipsés que j'avois observés en parties du Micrometre.

Le jour de l'Eclipse le temps fut couvert devant & après midi, mais le 27 & le 29 je pris des hauteurs correspondantes, & le passage du Soleil par un Quart de Cercle que j'y ai fixé dans le Méridien, d'où j'ai déduit le temps vrai avec une entiére certitude.

Sur le soir, le Ciel s'étant découvert vers l'Orient,

à 8h	18'	0"	la Lune sortit des nuages.	
8	19	54	L'Eclipse étoit de. . . .	4 doigts 45'
8	22	51	*Mare Crisium* toute sortie de l'ombre.	
8	24	48	. . . .	4 2

à 8h	26'	20"	*Taruntius* hors de l'ombre.		
8	29	16	L'Eclipse est de	3d	31'
8	32	44	. . . .	2	53
8	34	41	L'ombre au milieu de *Mare Nectaris.*		
8	40	18	. . . .	1	48
8	44	33	. . . .	1	26
8	46	42	. . . .	1	7
8	48	20	. . . .	0	45
8	52	36	Fin de l'Eclipse.		

Les deux phases de *Taruntius* & de *Mare Nectaris* ne sont pas si exactes que les autres, dont j'ai été fort content. L'endroit de la Lune où étoit l'ombre est beaucoup moins distinct que le reste du disque, c'est ce qui fait que je n'ai pas pris davantage de Taches.

Dans cette Eclipse l'ombre m'a paru mieux terminée qu'en aucune autre de celles que j'ai encore observées depuis douze à treize ans, ce qui a donné la commodité de mesurer les doigts avec beaucoup d'exactitude. Le cercle de l'ombre passoit alors par des Mers, car la portion qui étoit sur le disque de la Lune étoit terminée par des rayons qui passoient sur Terre par le *Golphe de Bothnie*, par la *Mer Baltique*, par celle de *Hollande*, par la *Manche*, par les *Isles Canaries*, celles du *Cap vert*, & enfin par l'*Océan*.

Quoique je n'aye pas vû le milieu de cette Eclipse, qui est arrivé lorsque la Lune étoit sous l'horison, néantmoins par la comparaison des phases que j'ai prises, je trouve que l'observation a devancé de près de 2 minutes le calcul exactement fait; ce qui donneroit le milieu de l'Eclipse à très-peu près du vrai à 7h 19' à *Paris*. Le milieu de la derniére Eclipse de Soleil se trouve par mon observation le 13 Mai à 6h 51'; il y a donc entre ces deux milieux un intervalle de 15 jours 0h 28' pour le temps que la Lune a employé à aller de la Conjonction à l'Opposition, en prenant le milieu de ces Eclipses pour le moment vrai des Syzygies, mais la moitié du mois synodique moyen est de 14 jours 18 heures 22':

il y a donc eu dans le mouvement de la Lune au Soleil un retardement de $6^h\ 6'$ ſur le moyen. Dans cette derniére, la Lune étoit dans ſon apogée où elle avoit paſſé le matin du jour même de l'Eclipſe, & par conſéquent ſon mouvement étoit alors plus lent d'environ 9 minutes de degré par heure que dans ſon périgée, où elle étoit à peu-près dans le temps de la derniére Eclipſe de Soleil.

HISTOIRE DE LA CARPE.

Par M. PETIT le Médecin.

J'AI démontré, il n'y a pas long-temps, à l'Académie, le Cœur d'un gros Poiſſon, qui malheureuſement étoit tronqué de la ſeule Oreillette qu'il avoit dans ſon état naturel; c'eſt le défaut de cette Oreillette qui eſt cauſe que je n'ai point donné la deſcription de ce Cœur. Cela m'a engagé à diſſéquer les Cœurs de pluſieurs de nos Poiſſons, pour reconnoître les différences ou les rapports qu'ils peuvent avoir avec celui que j'ai démontré. J'ai trouvé qu'il différoit peu du Cœur de la Carpe par la ſtructure. Il différoit conſidérablement par la groſſeur, puiſque le Cœur de ce Poiſſon avoit 3 pouces de hauteur & autant de largeur, & un pouce $\frac{1}{2}$ d'épaiſſeur, le Cœur de la Carpe n'a que 7 à 8 lignes de hauteur & 4 à 5 lignes de largeur.

18 Juillet 1733.

J'ai en même temps obſervé que nous n'avions qu'une légere connoiſſance des parties internes de nos Poiſſons les plus communs, ce qui m'a déterminé à les examiner avec exactitude. J'y ai découvert pluſieurs choſes qui ont échappé à la recherche de ceux qui y ont travaillé.

Je ne parlerai point des parties externes, elles ſont aſſés bien décrites dans le Théatre des Animaux de M. Ruiſch [a]. La Figure qu'il en donne n'eſt pourtant pas des meilleures. C'eſt la même que le Cyprinus de Jouſton, auſſi-bien que celle de

[a] *Theat. Anim. tom. 1. pag. 3. fig. 4.*

Blasius [a]. Il n'a pas représenté les appendices ou moustaches qui sont au dessus de la levre supérieure, & celles qui sont aux coins des deux levres. Il n'a pas mis les rayons qui sont sur les écailles, non plus que la ligne qui se trouve dans toute la longueur du corps sur les deux côtés de la Carpe. Ces choses se voyent assés bien dans la Figure que Rondelet en a donnée [b], hors la ligne dont nous venons de parler qui n'est pas dans sa place naturelle, elle n'est pas droite comme il l'a marqué; outre cela la tête de sa Carpe est trop allongée & trop étroite par rapport à la longueur du corps; enfin le port de ce poisson n'y est pas bien représenté. Tout cela m'a engagé d'en donner une nouvelle Figure. Elle a été faite sur une Carpe uvée, Tab. 1. Fig. 1. Les Carpes laitées n'ont pas le ventre si gros.

[a] *Anat. Anim. Tab. 52. fig. 8.*

[b] *Hist. Pisc. part. 2. p. 150.*

Je dois avertir ici que lorsque je décrirai la situation des parties, je m'exprimerai de la même maniére que les Anatomistes ont fait en donnant la situation des parties de l'homme & des animaux à quatre pieds. Je dirai, par exemple, que les œufs, la laite dans la Carpe, s'étendent depuis la partie supérieure de l'abdomen jusqu'à la partie inférieure; que le canal de la vésicule aërienne s'insere à la partie postérieure de l'estomac, ou, si l'on veut, au fond de la gorge; que les dents de la Carpe se trouvent à la partie postérieure du cœur, &c.

Je ne parlerai pas de l'usage de toutes les parties des Poissons, cela est inutile, puisque l'estomac, les boyaux, le Foye, les reins, &c. ont les mêmes usages que dans l'homme & les animaux à quatre pieds. Je m'étendrai seulement sur l'usage de quelques-unes qui sont particuliéres à la plûpart des Poissons, comme la vésicule aërienne, les appendices de l'estomac & des boyaux, &c. mais je ne parlerai de cet usage qu'après avoir donné l'histoire de plusieurs Poissons qui auront les mêmes parties, parce qu'il y en a dont la structure de ces parties est plus évidente, & qui par conséquent nous fourniront les moyens de donner des explications plus probables de leurs usages.

Je vais démontrer ce qu'il y a de singulier dans les Ecailles

de la Carpe, & dont les Auteurs n'ont point parlé, après quoi je décrirai les parties du bas-Ventre, c'eſt ce qui ſera le ſujet du premier Mémoire. Le ſecond comprendra l'anatomie de toutes les parties de la Tête.

Tous les poiſſons ſont revêtus de peau ou d'écaille, tant dans la Mer & les Riviéres, que dans les Etangs & les Lacs. La Carpe eſt peut-être celui de tous les poiſſons qui a de plus grandes écailles à proportion de ſa grandeur. Rondelet a bien exprimé les écailles dans la Figure qu'il en a donnée ; il a même pouſſé ſon exactitude juſqu'à repréſenter les lignes qui s'y trouvent, mais il me paroît qu'il les a un peu trop marquées.

Des E'cailles.

Hiſtor. Piſc. part. 2. p. 150.

En général, on trouve pluſieurs ſortes de couleurs dans les écailles des poiſſons. Dans la même Carpe il y en a de brunes, de jaunes & de blanches. La couleur brune domine dans les plus grandes écailles ; dans les moyennes, c'eſt la jaune & la dorée, & dans les petites, c'eſt la blanche & l'argentée. On verra ci-après que l'on trouve ces trois couleurs dans chacune des grandes écailles.

Je vais les examiner dans les Carpes les plus communes, qui ſont de 16 à 18 pouces de longueur, tout compris, c'eſt-à-dire, 9 à 10 pouces entre œil & bat [a].

En général, plus les Carpes ſont grandes, plus les écailles ſont brunes. Rondelet aſſûre que les plus jeunes Carpes ont les écailles plus rembrunies que les vieilles, qui tirent ſur le jaune.

J'ai diſſéqué des Carpillons laités & uvés, ils étoient longs depuis 5 pouces juſqu'à 9. Toutes les écailles étoient argentées, & la plûpart n'avoient de brun que le contour extérieur.

Les plus grandes écailles occupent le milieu des côtés de la Carpe par rapport à ſa longueur ; plus elles ſont près de la tête, plus elles ſont grandes.

Les écailles de moyenne grandeur ſont du côté de la queuë, les plus petites ſont ſous le ventre, & ſont d'autant plus petites qu'elles ſont plus près de la tête.

[a] C'eſt ce qui eſt depuis les ouïes juſqu'à l'endroit où commence la nageoire de la queuë, c'eſt-à-dire, entre la tête & la queuë.

Les plus grandes écailles ont 7 lignes $\frac{1}{2}$ jusqu'à 8 lignes de longueur, & 6 lignes jusqu'à 6 $\frac{1}{2}$ de largeur. Il s'en trouve assés souvent qui sont aussi larges que longues : elles sont épaisses de $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne ; en général plus elles sont petites, plus elles sont allongées, il y en a qui n'ont que 3 lignes de longueur & 2 lignes de largeur. La Figure *A, B, C, D, E,* en représente une grande au naturel. Lorsqu'elles sont encore sur la Carpe, il n'en paroît tout au plus que le tiers *C, B, E,* qui est coloré ; cette partie externe est souvent d'un jaune un peu rembruni. Cette couleur paroît être dans la propre substance de l'écaille, on ne peut l'ôter entiérement en raclant l'écaille qu'on n'en enleve une portion, hors un endroit qui appartient à la membrane qui attache les écailles, & c'est aussi l'endroit qui paroît le plus brun sur l'écaille. Il y a sur cette partie externe des lignes en forme de rayons qui partent de la circonférence *B, E, C,* Fig. 2. & tendent au point *D* comme à un centre.

TAB. I. Fig. 2.

Le dessous de l'écaille opposée à cette partie externe est argenté au moyen d'une membrane extrêmement fine qui porte cette couleur, que l'on enleve facilement avec la membrane, & qui laisse l'écaille blanche en cet endroit. La partie supérieure de l'écaille *A, B, C, E,* est enveloppée de membranes collées à l'un & à l'autre parois, mais si foiblement qu'elle n'y paroît point du tout adhérente. Lorsqu'on a enlevé la membrane, cette partie de l'écaille est toute blanche & transparente comme de la corne. On y découvre des lignes en forme de rayons qui partent de la circonférence *B, A, C,* & vont se rendre au point *D,* comme à un centre.

Cette portion d'écaille est cachée par trois autres écailles, c'est-à-dire, par une portion de chacune de ces trois écailles, comme on le voit dans la 3.e Fig. où l'on a laissé une écaille sans couleur. Il y en a deux qui couvrent les côtés de cette écaille, qui couvre aussi les côtés des deux autres écailles, & il y en a un troisiéme qui couvre le milieu de cette écaille, & les côtés des deux autres.

Toutes ces écailles tiennent ensemble par le moyen des membranes

membranes qui les enveloppent ; car la membrane qui enveloppe les deux surfaces de la partie de l'écaille *A, B, C* n'y tient que légérement ; mais elle tient très-fort à l'endroit *B, D, C,* où elle attache les autres écailles qui sont dessus & dessous. Il faut même remarquer qu'il y a un petit rebord membraneux flottant autour de *B, E, C,* & c'est principalement sous ce rebord où l'attache est forte. Tout cela n'empêche pas qu'il n'y ait un peu de jeu dans les écailles, les unes à l'égard des autres, sans cela la Carpe ne pourroit se courber vers les côtés, comme elle fait dans ses mouvements. Ces membranes tiennent très-fortement à la membrane tendineuse qui enveloppe tout le corps de la Carpe, & en sont une continuité.

Si l'on examine bien la partie externe de la Carpe, on remarque une ligne brune de chaque côté qui s'étend depuis la tête jusqu'à la queuë. Cette ligne paroît brune, parce que la membrane qui attache la partie inférieure de l'écaille est très-brune dans son milieu. Je l'ai vû quelquefois rouge. TAB. I. Fig. 1.

On trouve dans la substance des écailles, où l'on voit cette ligne, un canal long de 2 lignes ou 2 lignes $\frac{1}{2}$, qui a environ un quart de ligne de diametre. On peut y introduire une petite épingle de cette grosseur, mais elle y entre plus facilement par la partie interne & inférieure que par la partie externe & supérieure de l'écaille. Ce canal va de haut en bas de cette écaille, ou de bas en haut, & obliquement de dehors en dedans, elle se continuë d'une écaille dans l'autre successivement, depuis la tête jusqu'à la queuë. Il y a entre chaque écaille un petit canal membraneux qui en fait la continuité.

Quel est l'usage de ce canal ? c'est ce qu'il faudra chercher. Je ne sçais si quelqu'un l'a donné ; je ne l'ai trouvé décrit en aucun endroit.

Après avoir observé ce qu'il y a de singulier dans les parties externes de la Carpe, il faut venir aux parties internes.

Je divise la Carpe en quatre parties, 1.° la tête, 2.° la poitrine, 3.° le bas ventre, 4.° & la queuë. La tête se prend depuis le museau jusqu'à l'extrémité des couvercles des ouïes, Division de la Carpe.

vis-à-vis desquelles se trouve la poitrine, car il n'y a point de col entre la tête & le tronc de la Carpe; la poitrine est séparée du bas-ventre par le diaphragme, elle renferme seulement le cœur, & une partie considérable des reins; le bas-ventre contient les entrailles, la queuë commence à l'anus, & est toute musculeuse. Je ne parlerai dans ce Mémoire que des parties du bas-ventre, & de la partie des reins, qui est de la poitrine.

Abdomen. L'abdomen ou le bas ventre est, comme l'on sçait, une cavité du corps, qui se prend depuis le diaphragme jusqu'à l'anus. Tous les Anatomistes sçavent de quelle maniére elle est formée dans l'homme & les animaux à quatre pieds, mais je ne connois personne qui l'ait examinée dans la Carpe; ce poisson a la cavité du bas-ventre formée par les vertébres du dos, & par des muscles, qui sont tous différents de ceux de l'homme & des animaux à quatre pieds, comme nous le ferons voir en parlant des muscles; mais elle a outre cela des arrêtes en forme de côtes *A*, il y en a 16 de chaque côté, on les voit dans ces figures à travers le péritoine comme une simple ligne, elles sortent de chaque vertébre, depuis le diaphragme jusqu'à l'anus où se termine le bas-ventre, comme en pointe de cône. Le dedans de l'abdomen est revêtu du péritoine dans la Carpe, comme dans les autres animaux.

TAB. II. Fig. 1. TAB. IV. & VI.

Anus. L'anus, les Mariniers l'appellent *umbilic*, ou le fondement a aussi ses singularités; voici ce qui paroît à l'extérieur, dans la Carpe, il ne consiste pas seulement dans une ouverture par où elle décharge les excrements des boyaux, il comprend encore deux autres ouvertures, l'une donne passage aux œufs dans les femelles, & à la semence dans les mâles, lorsqu'ils s'en déchargent, & l'autre laisse passer l'urine de la vessie, de sorte que voilà trois conduits qui aboutissent à cet endroit. Le premier est l'extrémité du rectum, qui est proprement l'anus, il est le plus large des trois, il a environ deux lignes & demie, mais il peut s'élargir jusqu'à 5 où 6 lignes.

TAB. II. Fig. 1. *G*.

Le second est l'extrémité des deux capsules qui enveloppent les œufs, & qui se réunissent en un seul canal, dont l'extrémité

n'a qu'une ligne de large, ou une ligne & demie, selon la grandeur des Carpes, elle peut beaucoup s'étendre : on peut donner le nom de *vulve* à cette ouverture.

Mais dans les mâles elle est plus étroite, c'est l'extrémité des deux membranes qui enveloppent la laite, elle aboutit en cet endroit par un canal qui a une ligne & demie de diametre.

Le troisiéme est l'embouchure de la vessie, il a demi-ligne ou $\frac{3}{4}$ de ligne de largeur, & toutes ces ouvertures ne sont pas rondes, elles sont applaties les unes sur les autres, il n'y a que la 3.e qui est en quelque maniére ronde; elles sont séparées les unes des autres par des membranes qui n'ont pas un quart de ligne d'épaisseur.

Tout cela forme cette partie extérieure appellée *podex* par Rondelet, elle est en quelque maniére triangulaire dans les Carpes laitées ; mais elle l'est moins dans les Carpes uvées, & a environ 4 lignes de diametre jusqu'à 5 lignes. J'ai piqué cette partie dans les Carpes vives avec la pointe d'une aiguille, on n'y apperçoit aucun mouvement, & néantmoins elle s'est insensiblement retrécie de la moitié.

L'estomac, ou le ventricule, prend son origine du fond de la gorge, il passe à travers le centre du diaphragme, il a la figure d'un boyau qui a six pouces & quelques lignes de longueur, & s'étend suivant la longueur de l'abdomen ; il a 4 lignes de diametre jusqu'à 5 lignes du côté du diaphragme, mais il diminuë peu à peu, & n'a plus que 3 à 4 lignes à son extrémité du côté de l'anus, où il se replie pour former le premier boyau.

Estomac. TAB. II. *AA*. Fig. 2. & 3. TAB. III. *DE*. Fig. 1. & 2.

[a] Cet estomac est enveloppé de tous côtés par les boyaux & le foye, & sort de ce paquet, à 1 pouce, ou 1 pouce $\frac{1}{2}$, de l'endroit où il se replie pour produire le premier boyau, c'est le repli le plus près de l'anus, il n'y avoit ni pilore, ni valvule à ce repli, comme j'en ai vû dans le brochet & d'autres poissons. Je n'ai trouvé aucune différence entre cet estomac & le premier boyau, qui commence à ce premier repli,

TAB. III. *DE*.

[a] Il faut lire l'Explication des Figures des Tables II. & III.

à deux pouces de l'anus, on diroit à voir ce repli que c'est l'estomac qui le forme.

Il y a quantité de rides longitudinales dans sa partie interne, & c'est ce qui m'a engagé de donner le nom d'estomac à cette partie avec d'autant plus de raison, que je ne trouve point d'autre partie qui fasse cette fonction. Il reçoit le canal cholidoque à 2 lignes du diaphragme, ce canal forme un mammelon à la partie interne de l'estomac, où l'on reconnoît son orifice.

TAB. II. Fig. 2. *1, 1.*

Intestins.

TAB. III. Fig. 1. *E, 1.* TAB. II. Fig. 2. 2.

Le premier boyau remonte vers le diaphragme, il a trois pouces & demi de longueur, & 3 lignes de diametre.

TAB. III. Fig. 1. *E, 1.* TAB. II. 2. Fig. 2. & 3.

Le second boyau est formé par le repli du premier, il a environ 3 pouces de longueur, & 2 lignes ½ de diametre, il descend de haut en bas.

TAB. III. *3, 3.* Fig. 1.

Le troisiéme boyau remonte de bas en haut, & a 2 lignes de diametre; il a 4 à 5 pouces de longueur, en y comprenant la courbure qu'il forme de droit à gauche vers le diaphragme, par laquelle il produit une espece d'anneau, avec une portion du 4.me boyau qui renferme une portion du foye.

TAB. II. *4.* Fig. 2. TAB. III. *4, 4.* Fig. 1.

Le quatriéme boyau a 2 lignes de diametre, & 4 pouces ou 4 & ½ de longueur, en y comprenant la moitié de l'anneau qu'il fait avec le boyau précédent, comme nous venons de le dire, il descend vers l'anus.

TAB. II. *5.* Fig. 2. TAB. III. *5.* Fig. 1.

Le cinquiéme boyau a environ 4 pouces de longueur & 2 lignes de diametre, il remonte vers le diaphragme, à un pouce & demi duquel il se replie, pour former le boyau suivant.

TAB. II. *6, 6.* Fig. 2. TAB. III. *6, 6.* Fig. 1.

Le sixiéme est le plus long de tous, il a six pouces, quelquefois plus, de longueur, & une ligne & demie de diametre ou 2 lignes, quelquefois trois à quatre lignes, il se termine à l'anus, il est enveloppé en partie par les autres boyaux & le foye; dans les Carpes laitées, ce boyau est logé, pour la plus grande partie, dans une goutiére pratiquée dans la laite.

TAB. V. *B.* Fig. 2.

Ces intestins n'ont point de mesentére, ils sont liés ensemble par les parties du foye qui se trouvent logées & attachées entre les espaces qu'ils laissent entre leurs circonvolutions. Les Figures 2 & 3 de la 2.de Table répresentent ces intestins séparés du foye.

Le foye eſt diviſé en pluſieurs parties, & comme par appendice, qui ont peu d'épaiſſeur. Je viens de dire que ces parties du foye s'attachent aux boyaux, rempliſſent les eſpaces qu'ils laiſſent entre-eux ; il y en a qui paſſent par-deſſus le boyau pour aller remplir d'autres eſpaces. Toutes ces liaiſons du foye & des boyaux forment un paquet qui eſt auſſi adhérant aux paquets des œufs, ou de la laite, mais très-légerement.

Le Foye.

TAB. III. *AAA*. Fig. 1. & 2.

Le foye eſt auſſi long que le paquet des boyaux, & eſt auſſi large auprès du diaphragme où il commence, il y a même un très-petit lobe du foye, qui, quelquefois, ſe loge dans un enfoncement du diaphragme au-deſſus du canal de la groſſe véſicule aërienne, dont je parlerai ci-après.

Après cela le foye diminuë peu à peu de largeur, & ſe termine en quelque maniére en pointe, en formant un cône très-irrégulier ; & de l'extrémité de ce cône, le rectum ſe continuë juſqu'à l'anus de la longueur de 15 à 18 lignes.

Le foye eſt d'un rouge de chair muſculeuſe, il eſt différent dans quelque carpes laitées, il eſt plus pâle, & auſſi épais dans toute ſon étenduë. Je l'ai trouvé dans d'autres Carpes laitées moins pâle & moins épais, & ſes adhérences avec les inteſtins ſont les mêmes que dans la Carpe uvée. Il eſt logé avec les boyaux entre les deux laites ; il eſt encore bon de remarquer qu'il recouvre près de la moitié de la groſſe véſicule aërienne, avec laquelle il a une légere adhérence, il eſt fort étendu en cet endroit.

Il eſt recouvert à ſes côtés par le paquet des œufs, il y eſt adhérent par des membranes très-fines, auſſi-bien qu'au péritoine.

La véſicule du fiel ſe trouve enchaſſée dans le milieu de la partie principale du foye, tout du long de la partie ſupérieure de l'eſtomac. Il y a une couche de foye épaiſſe d'une ligne entre la véſicule & l'eſtomac, elle eſt attachée en cet endroit par quantité de vaiſſeaux ſanguins & biliaires qui lui viennent du foye, il y a pluſieurs de ces vaiſſeaux biliaires qui vont ſe terminer dans le canal cyſtique. J'en ai vû un

Véſicule du Fiel.

TAB. III. *B*. Fig. 2.

TAB. II. D. Fig. 3. principal qui s'y attache à 2 lignes de la véficule, & c'eft ce qu'on peut appeller le *canal hépatique*, il a environ demi-ligne de diametre, il y en a quelquefois deux; j'ai vû auffi trois autres canaux biliaires fe réunir en un point au même canal, au côté oppofé de l'infertion du précédent.

Le canal cholidoque, & le canal cyftique ne font qu'un canal continu & de même diametre, ce canal a 2 lignes $\frac{1}{2}$ jufqu'à 3 lignes de longueur, quelquefois plus, & 1 ligne $\frac{1}{2}$ de diametre ; il s'infere à la partie fupérieure de l'eftomac, à 2 lignes de fa fortie du diaphragme, cette infertion eft oblique; mais ce canal ne fait aucun trajet entre les membranes, il paroît feulement qu'il y fait un petit détour. Je n'ai pû introduire une fonde très-fine, par le mammelon qu'elle forme dans la partie interne de l'eftomac ; la bile en fortoit pourtant à la moindre preffion que je faifois à la véficule, & fi l'on vuide la véficule, & qu'on fouffle dans l'ouverture du mammelon qui eft très-petite, l'air y entre & la gonfle.

La véficule du fiel dans une Carpe de 18 pouces, tout compris, étoit longue de 15 lignes, & avoit 6 à 7 lignes de diametre, & dans une autre Carpe de 14 pouces, elle étoit longue d'un pouce, ayant 6 lignes de diametre.

La bile qu'elles contenoient, étoit verte & liquide; j'ai vû dans une autre Carpe, la bile un peu plus folide que du beurre, elle étoit grenée & verdâtre.

La Rate. TAB. II. C. Fig. 2. La rate eft attachée au commencement de l'eftomac, à 5 ou 6 lignes du diaphragme, elle fe trouve fituée entre le paquet des boyaux, & la groffe véficule aërienne vers le côté gauche, il y en a quelquefois une petite portion que l'on voit au côté gauche, lorfqu'on a enlevé les œufs ou la laite de ce côté-là; elle eft longue de 3 ou 4 pouces, elle n'a quelquefois que 2 pouc. $\frac{1}{2}$ dans les Carpes de 13 à 14 pouc. fa partie principale eft entre la partie fupérieure de l'eftomac & le foye, elle a plus de demi-pouce de largeur, & 2 lignes d'épaiffeur, & pour lors elle n'eft point continuë, fes parties inférieures ne tiennent enfemble que par des vaiffeaux, mais

je l'ai vûë assés souvent en une seule piece, n'ayant que 2 pouces de longueur, 8 à 9 lignes de largeur, & 3 à 4 lign. d'épaisseur, cette partie varie très-fort dans ses dimensions, elle est d'un rouge-foncé comme du sang caillé.

Les œufs de la Carpe forment deux paquets, un de chaque côté de l'abdomen, ils s'étendent depuis le diaphragme jusqu'à l'anus, ils couvrent de chaque côté le paquet formé par les intestins & le foye, & s'étendent entre ce paquet & la vessie aërienne qu'ils couvrent de part & d'autre, depuis la moitié de la grosse vésicule aërienne jusqu'à l'anus. Les Oeufs. TAB. II. *HH.* Fig. 1.

Ils sont revêtus d'une membrane très-fine & transparente, qui forme une capsule qui enveloppe entiérement les œufs, ausquels elle est très-peu adhérente. Si l'on souffle dans cette capsule, elle se sépare facilement des œufs, & se gonfle beaucoup.

Les deux capsules se réunissent en un seul canal qui se termine à la partie postérieure de l'anus. Cette capsule est adhérente au péritoine, & au paquet du foye & des boyaux, mais très-legérement.

Les œufs qu'elle contient sont adhérents les uns aux autres, ils sont ronds, ou à peu-près ronds, & ont demi-ligne jusqu'à deux tiers de ligne de diametre, ce qui est rare.

J'ai voulu voir combien il y avoit d'œufs dans une Carpe. J'ai pour cela mis dans une balance très-fine, la quantité d'œufs qu'il falloit pour la pesanteur d'un grain, & j'ai trouvé qu'il en falloit 71 ou 72. Les deux paquets pesoient 8 onc. 2 gros qui font 4752 grains, qui multipliés par 72, font 342144 œufs, ou environ, que cette Carpe contenoit. C'est dans une Carpe de 18 pouces de longueur, compris la tête & la queuë.

Dans une autre Carpe moins grosse, les deux paquets d'œufs ne pesoient que 7 onces 2 gros 42 grains, & ne contenoient que 303552, c'est dans une Carpe de 16 pouc. & dans une Carpe de 14 pouces, je n'ai trouvé que 6 onc. 4 gros 42 grains, & ne contenoient que 262224 œufs, & les œufs de ces Carpes m'ont paru de la même grosseur.

Il paroît par ces obſervations, que plus les Carpes ſont groſſes, plus elles contiennent d'œufs. Ce doit être une choſe rare de rencontrer juſte dans de pareilles opérations, & ce ſeroit peu de choſe de ne ſe tromper que de quelques centaines.

Leuwenhoek, tome 1, p. 216, 217 & 218, ne donne aux Carpes que 211629 œufs, & quatre fois plus aux Moruës, & à la page 188, il dit que la Moruë en contient 9344000, & que les œufs d'un poiſſon d'un an ſont auſſi gros que ceux d'un poiſſon de 25 ans.

Tous ces œufs ſont d'un jaune très-leger, plus ou moins. Je les ai fait bouillir, ils ſont devenus blancs, mais étant refroidis, ils ſe ſont trouvés jaunes, quelques-uns orangés.

La Laite. La laite que l'on nomme auſſi *laitance*, eſt une partie dans les Carpes mâles, compoſée de deux corps blancs, très-irréguliers : ce ſont les teſticules dans leſquels ſe filtre la ſemence; ils ſont preſque auſſi longs que la cavité du bas-ventre, le côté droit eſt quelquefois un peu plus long que le gauche; parce qu'il commence un peu plus près du diaphragme; il recouvre par les côtés, le paquet des boyaux, la veſſie aërienne & la veſſie urinaire.

Je les ai vû quelquefois commencer tous deux au diaphragme, & cela ſe continuë juſqu'à l'anus, où ils finiſſent par un canal entre le rectum & la veſſie, comme je l'ai dit ci-deſſus, le tout enveloppé d'une membrane très-fine. L'adhérence de cette membrane à toute la ſubſtance du teſticule, fait croire qu'elle eſt attachée à des membranes encore plus fines qui traverſent de différentes maniéres toute la ſubſtance de ce corps, & forment peut-être des véſicules. Lorſque la laite eſt coupée en travers, & preſſée un peu avec les doigts, il s'échappe une matiére blanche & épaiſſe comme de la bouillie renfermée dans ces véſicules.

TAB. VI. Fig. 2. & 3. Chaque corps blanc ou teſticule, eſt compoſé de deux parties; la premiére & la plus conſidérable, qui prend ſon origine près le diaphragme *A, A, D,* eſt le corps du teſticule, il eſt uni & liſſe à ſa ſuperficie. La ſeconde partie conſiſte dans les véſicules ſéminales qui ſont près de l'anus *F, E.*

La

La première partie que j'ai appellée *le corps du testicule*, est longue de près de 5 pouc. dans une Carpe de 14 pouc. ayant 1 pouce 8 lignes de largeur près le diaphragme, elle diminuë ensuite de largeur, quoique très-irréguliérement, ensorte que près les vésicules séminales, elle n'a plus que 4 à 5 lignes, quelquefois plus. *AA.* Fig. 2.

Sa plus grande épaisseur est de 8 à 9 lign. qui se trouve de même très-irréguliére.

Toute cette partie est composée de lobes très-différents entr'eux en grosseur & en figure, qui sont une continuité de la partie principale du testicule; tous ces lobes tiennent entr'eux, au moyen de la membrane dont le tout est enveloppé.

Cette membrane enveloppe tout le testicule, & en particulier chaque lobe, elle ne peut se détacher facilement par le scalpel, & très-difficilement par le souffle, elle est legérement adhérente au péritoine.

Le testicule gauche reçoit l'intestin rectum dans une espece de goutiére, de la longueur de près de 3 pouces, & de la largeur de 2 lignes. TAB. VI. *B.* Fig. 2.

Canal déférent. *BC.* Fig. 3.

Dans chaque testicule, il y a un interstice dans toute sa longueur, où se trouve une espece de canal qui contient une matiére blanche comme de la bouillie, qui est la semence. Si on le perce & qu'on le vuide de la matiére qu'il contient, on le gonfle en soufflant dedans, ce que l'on ne peut faire en soufflant dans les autres endroits du testicule. Ce canal n'occupe pas ordinairement le même endroit dans chaque testicule dans le même sujet, car d'un côté le cours de ce canal est droit, & de l'autre il se détourne tantôt d'un côté & tantôt de l'autre; mais ce qui est toûjours constant, c'est que ce canal aboutit à la seconde partie de la laite, & pour cette raison on peut l'appeller *canal déférent*.

Vésicules séminales. *F, E.* Fig. 2. *DE.* Fig. 3.

J'appelle cette seconde partie *vésicule séminale*, parce qu'elle paroît formée par des petites vésicules distinguées les unes des autres. Pour les voir avec facilité, il faut presser doucement avec le doigt ces vésicules en ramenant du côté de l'anus, & par ce moyen on en fait sortir par l'ouverture qui est au

F, I. dessous de l'anus la semence qu'elles contiennent. Si après cela on souffle dans cette ouverture, on voit gonfler ces vésicules qui paroissent très-distinctes les unes des autres à l'extérieur. Ces deux vésicules séminales se réunissent en un canal commun qui se termine au dehors comme l'anus, à la partie postérieure duquel il est situé, comme je l'ai dit. Il est long de 4 à 5 lignes, & n'a qu'une ligne & demie jusqu'à 2 lignes de diametre. Si on ouvre ce canal, on y voit l'ouverture de la vessie qui ne paroît pas toûjours au dehors dans les Carpes laitées [a].

Vessie aërienne.

On trouve dans la Carpe & dans plusieurs autres poissons une vessie remplie d'air; je l'appelle pour cela *vessie aërienne.* C'est pour la même raison que quelques Auteurs l'ont nommée *vesicula pneumatica*, d'autres *utriculus natatorius*, parce qu'il paroît que les poissons s'élevent plus ou moins facilement vers la superficie de l'eau selon qu'elle se trouve plus ou moins remplie d'air.

Blasius p. 262.

TAB. IV. Fig. 1. *AA.*

Elle est située entre les reins & les œufs ou la laite. Elle s'étend depuis le diaphragme jusqu'à la vessie urinaire.

Elle est attachée légerement par des fibres & des vaisseaux à toutes les parties qui la touchent, mais elle tient très-fort à la base d'un petit os que j'appelle *mitral*, à cause de sa figure qui représente la partie antérieure d'une mitre [b]. La partie supérieure de la membrane externe de cette vessie est attachée si fortement à cet os, qu'on ne peut la séparer sans la couper ou la déchirer; il y a même quelques-unes des fibres de cette membrane qui sont continuës avec le diaphragme.

TAB. IV. Fig. 3. *A.*

Cette vessie est composée de deux vésicules. La premiére est la plus grosse, & la plus près du diaphragme. Elle a 3 pouces ou environ de longueur, & 18 à 20 lignes de diametre à

[a] J'ai bien vû les vésicules séminales dans un Carpillon de 9 pouces 6 lignes de longueur. J'ai quelquefois trouvé un petit réservoir *K* Fig. 2. à la partie inférieure de ce canal.

[b] Je ne l'ai trouvée attachée qu'à la partie inférieure de l'os mitral dans un Carpillon de 9 pouces 6 lignes de longueur, tout compris; il y avoit quelques fibres du diaphragme qui passoient dans la vésicule à côté de l'os mitral.

l'endroit où elle a le plus de grosseur; elle forme une espece d'ovale.

La seconde vésicule qui est plus petite que la précédente, TAB. IV. est 2 à 3 lignes plus longue que la premiére, mais elle n'a Fig. 3. *B.* que 12 lignes ou environ de diametre dans l'endroit où elle a le plus de grosseur.

Chacune de ces vésicules a deux membranes, une externe & une interne. La premiére, qui est tendineuse & forte, est double, ce que l'on connoît très-bien en la déchirant, principalement lorsqu'elle a été macérée dans l'eau. On voit que chacune des deux lames qui la composent a des fibres dont la direction est différente. Les fibres de la lame extérieure sont plus obliques que celles de l'intérieure.

La seconde membrane est très-fine, malgré cela on reconnoît par la macération qu'elle est double; elle renferme dans sa duplicature un muscle dont les fibres sont transverses, & Fig. 3. *CC.* occupent toute la longueur de la vésicule, peu s'en faut, & environ le tiers de sa circonférence. Les fibres inférieures se croisent à angles droits, avec d'autres fibres charnuës qui sont à la partie inférieure de la vésicule.

La seconde vésicule a les mêmes membranes, mais les externes sont plus fines que celles de la premiére vésicule. Elle a deux plans de fibres charnuës & transverses, un de Fig. 3. *B.* chaque côté, qui regnent dans toute la longueur de la vési- *1, 1.* cule, mais chaque plan n'en occupe qu'environ le quart de la circonférence.

Les deux vésicules communiquent de l'une en l'autre par *O.* Fig. 2. un petit canal qui a une ligne ou une ligne & demie de diametre, selon qu'il est plus ou moins allongé. Il a deux tiers de ligne de longueur pour l'ordinaire. Il n'y a point de valvule, l'air passe librement de l'une en l'autre vésicule. Il est garni des mêmes fibres charnuës transverses & longitudinales que l'on voit à la partie inférieure de la premiére vésicule, qui servent à rétrécir & à raccourcir ce canal selon la nécessité. Il sort de la partie supérieure & antérieure de la petite vési- Fig. 2. *KI,* cule un autre canal qui s'attache tout du long de la partie *HM.*

Fig. 3. *E DF.* antérieure de la 1re véficule, remonte jufqu'au diaphragme; qu'il perce en fe repliant fur lui-même, & gagne le fond de Tab. V. Fig. 4. *C.* la gorge qu'il va percer à fa partie poftérieure, il eft long de 3 pouces ou 3 pouces $\frac{1}{2}$. Il a deux fortes de diametre : il eft gros d'une ligne ou $\frac{2}{3}$ de ligne à fon origine près la petite vé- Tab. IV. 1. Fig. 2. ficule de la longueur de 3 à 4 lignes, après quoi il diminuë de groffeur, & n'a plus qu'un tiers de ligne ou demi-ligne de Fig. 2. *H.* Fig. 3. *D.* diametre, jufqu'à ce qu'il foit près du diaphragme. La membrane qui le forme n'a peut-être pas $\frac{1}{20}$ de ligne d'épaiffeur; mais cette épaiffeur augmente, lorfqu'il eft près du dia- Fig. 2. *M.* Fig. 3. *F.* phragme : ce canal a pour lors une ligne, jufqu'à une ligne & demie de diametre, dur & reffemblant à un ganglion du nerf intercoftal, il fe replie fur lui-même. Sa cavité n'en eft pas pour cela plus grande que celle du refte du canal ; il n'y en a même qu'autant qu'une fonde d'un tiers de ligne ou demi-ligne eft capable de le dilater, car une fonde de $\frac{2}{3}$ de ligne ne peut y entrer. Hors cela je ne crois pas qu'il y ait de cavité à caufe de la contraction de toutes les fibres qui le refferrent, & encore fi on introduit cette fonde par le fond de la gorge, elle ne peut faire 2 ou 3 lignes de chemin à caufe des valvules qui fe trouvent en cet endroit, & que l'on découvre lorfqu'on a ouvert le canal. L'on en trouve pour l'ordinaire deux, quelquefois trois qui fe fuivent, & font femblables à celles que l'on trouve dans les veines. Leur cavité fe trouve du côté de la gorge; elles font fi petites, que quelquefois on ne peut venir à bout de les découvrir. J'ai fait ce que j'ai pû pour pouffer de l'air par cet endroit dans les véficules que j'avois à moitié vuidées, mais l'air n'y a pû paffer, cependant l'air fe vuide par cet endroit en preffant les véficules qui fe flétriffent à proportion de l'évacuation de l'air. J'ai même voulu m'en affurer d'une autre maniére. J'ai mis l'orifice de ce canal dans l'eau, j'ai preffé les véficules, l'air qui en fortoit formoit des bulles dans l'eau : Si l'on ouvre ce canal dans l'endroit où il eft le plus étroit, c'eft-à-dire, au de-là des valvules, & qu'on fouffle, l'air s'introduit dans les véficules, tout cela marque encore qu'il n'y a point de valvule à fa fortie de la véficule.

Il ne faut pas oublier des ramifications de vaisseaux que l'on voit sur la petite vésicule. Je n'en ai point vû de pareilles sur la grosse vésicule.

Les reins des poissons écailleux sont d'une substance & d'une structure si particuliére, que Rondelet y a été trompé. Il ne donne ni reins ni vessie aux poissons écailleux & cartilagineux, il n'y a, dit-il, que ceux qui respirent qui en ont. Il y a des Auteurs qui ont découvert ces parties dans quelques poissons, mais je n'en connois aucun qui ait décrit les reins de la Carpe. Ceux qui en ont parlé n'en ont dit que très-peu de choses, & en ont donné de très-mauvaises Figures. En voici la description. Les Reins. TAB. V. Fig. 1. *DD, FFF, GG.*

Les reins sont rouge-brun, molasses, semblables en quelque maniére à du sang caillé, ils occupent la plus grande partie de la poitrine, & de-là s'étendent dans toute la longueur du bas-ventre jusqu'à la vessie.

La partie des reins qui est dans la poitrine est très-considérable par sa grosseur, elle couvre presque entiérement le diaphragme, & environne la plus grande partie du cœur, les deux parties qui la composent, se réunissent en cet endroit [a] & sur l'os mitral où elles se retrécissent tout d'un coup, passent dans un trou de 3 lignes de longueur ou environ, & d'une ligne $\frac{1}{2}$ de largeur, formé par l'union de l'os mitral avec la troisiéme vertebre de l'épine, & entrent dans le bas-ventre. Avant de passer outre, il est bon de décrire cet os; il est triangulaire & mince, convexe du côté du bas-ventre, un peu concave du côté de la poitrine, les deux côtés de la base sont un peu arrondis, l'angle qui le termine est surmonté d'un petit bouton cartilagineux, les deux angles de la base sont allongés & sont continus à la troisiéme vertebre, avec laquelle ils ne forment qu'un seul os, en laissant une ouverture entre Fig. 1. & 3. *DD.* Fig. 5. *H.* Fig. 1. *E.* Fig. 5. & 6. *H.*

[a] Il paroît d'abord que cette partie des reins est à nud dans la poitrine, mais si l'on y prend bien garde, elle est revêtuë d'une membrane fine & transparente qui forme le médiastin, on voit pourtant qu'ils sont adhérents à un muscle large d'un pouce ou environ, qui prend son origine de la partie antérieure interne de l'os où est attachée la nageoire, & va s'insérer à la premiére côte.

eux; cet os mitral eſt partagé dans ſa longueur en deux parties qui s'uniſſent par ſymphyſe. J'ai déja dit que je l'appelle *mitral*, parce qu'il reſſemble aſſés bien à la partie antérieure d'une Mitre.

TAB. V. Fig. 5. *H*. Les reins paſſent, comme je l'ai dit, dans l'ouverture qui ſe trouve entre cet os mitral & la vertebre, & entrent dans l'abdomen, où peu à peu ils s'élargiſſent & forment dans le Fig. 1. *GG*. milieu de cette cavité, deux corps très-irréguliers, un de chaque côté, qui ſont comme les parties principales des reins; elles ſont plus conſidérables par leur groſſeur que celles de la poitrine; elles ſont auſſi très-irréguliéres, & plus aiſées à repréſenter qu'à décrire. Le corps qui eſt du côté gauche eſt ordinairement plus grand que l'autre, c'eſt-à-dire, plus gros & plus long; ils s'étendent l'un & l'autre fort avant ſur le péritoine, auquel ils ſont adhérents, auſſi-bien qu'aux ovaires ou à la laite; ils ſe groſſiſſent en boſſe triangulaire, & ſont logés entre les deux véſicules aëriennes dont ils rempliſſent TAB. IV. Fig. 1. *CC*. l'eſpace qu'elles laiſſent entr'elles, ce qui leur donne cette figure, après quoi ces reins ſe retréciſſent peu à peu, & ſe TAB. V. Fig. 1. coulent entre les deux ureteres qu'ils accompagnent juſqu'à la veſſie.

On ne trouve aucune cavité que celle des ureteres dans pas une des parties des reins que nous venons de décrire. L'urine paſſe immédiatement de la ſubſtance des reins dans Fig. 2. les ureteres, par le moyen des vaiſſeaux excrétoires qui s'y rendent.

Fig. 1. & 2. *HHH*. Les ureteres ſont, comme l'on ſçait, des canaux qui tranſportent l'urine des reins dans la veſſie, ils ſont dans la Carpe cachés en partie dans la ſubſtance des reins, & principalement dans la partie qui eſt renfermée dans la poitrine. Je le ſuppoſe ainſi, car il n'a pas été poſſible d'y découvrir aucun canal, avec une bonne loupe, & l'on n'a commencé à découvrir les ureteres qu'à quelques lignes de diſtance du diaphragme dans le bas-ventre, & plus près au côté gauche qu'au côté droit, après quoi ces canaux ſe trouvent à découvert, & ſe replongent dans la ſubſtance épaiſſe qui eſt entre les véſicules

aëriennes; puis ils reparoissent à découvert au dessous de cette partie jusqu'à la vessie urinaire qu'ils percent à la partie postérieure de son fond où ils se trouvent tout près l'un de l'autre, comme on le voit dans la Figure 4. Ils ne font aucun chemin entre les membranes de cette vessie, supposé qu'elle en ait plusieurs. On voit l'uretere d'un rein disséqué, dans la seconde Figure, avec les vaisseaux excrétoires qui s'y rendent, & y transportent l'urine.

La vessie urinaire est une capsule oblongue arrondie, & TAB. V.
qui étant gonflée, ressemble à une petite cucurbite renversée, Fig. 1. *K.*
dont l'embouchure est très-étroite, elle a 10 à 11 lignes de Fig. 4.
longueur, 3 lignes ou 3 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre, & comme je l'ai dit, demi-ligne ou $\frac{3}{4}$ de ligne à son embouchure; elle ne paroît composée que d'une seule membrane qui est fort fine, cette vessie n'a point d'uretre, son embouchure est tout près de celle du rectum à sa partie postérieure de l'anus dans les Carpes uvées, mais dans les Carpes laitées, on ne la découvre point au dehors, on la trouve dans le canal commun des vésicules séminales.

EXPLICATION DES FIGURES.

TABLE I.

La premiére Figure représente au naturel une Carpe uvée.

La seconde Figure représente trois écailles dans leur grandeur naturelle, d'une Carpe de 16 à 17 pouces de longueur, tout compris.

La premiére écaille marquée *A, B, E, C,* laisse voir sa partie brune & radiée *BEC,* c'est cette partie qui paroît au dehors. *D,* est la partie polie & transparente de la même écaille, qui est recouverte supérieurement & latéralement par trois autres écailles, comme on le voit dans la Fig. 3.

Les rayons de la partie brune de l'écaille tendent au point *D,* comme à un centre.

Il y a aussi des rayons sur la partie supérieure *ABC* de

cette écaille, qui tendent au point *D*, comme à un centre, on ne les voit qu'obſcurément.

F, G, eſt une des écailles percées, vûë en deſſus, pour faire voir où commence le canal, on y a repréſenté une épingle dedans, pour le rendre plus ſenſible.

H, I, eſt la même écaille, vûë en deſſous, pour faire voir où finit ce canal, afin qu'en comparant ces deux écailles, on puiſſe connoître la longueur du canal dans chaque écaille.

La troiſiéme Figure repréſente des écailles d'une Carpe de 16 à 17 pouces, dans leur ſituation & grandeur naturelle. On en a repréſenté une en blanc, afin de faire voir de quelle maniére elle eſt recouverte par les autres.

TABLE II.

La premiére Figure repréſente une Carpe dont on a coupé les côtés du bas ventre, pour faire voir la ſituation des parties qui ſe préſentent d'abord à la vuë.

A A, la tête.

C, le cœur.

D, l'aorte tournée de maniére à faire voir ſa dilatation au ſortir du cœur.

E E E, repréſentent les inteſtins engagés dans la ſubſtance du foye, *F F F F*.

G, l'anus, qui comprend trois ouvertures ; la premiére ou ſupérieure, eſt celle du rectum ; la ſeconde, celle des ovaires dans les femelles, ou des laites dans les males ; la troiſiéme, eſt celle de la veſſie urinaire.

H H, les ovaires.

K K, la queuë.

L L, ſont les nageoires ſupérieures.

O O, repréſentent la coupe du diaphragme.

La

La ſeconde Figure repréſente les inteſtins débaraſſés du foye.

A A, l'eſtomac.
B, la véſicule du fiel.
C, la rate, dans ſa ſituation naturelle.
1, 1, le premier inteſtin.
2, 2, le ſecond inteſtin.
3, 3, le troiſiéme inteſtin, on n'y a pas bien obſervé les diametres.
4, 4, le quatriéme inteſtin.
5, le cinquiéme inteſtin.
6, 6, le ſixiéme inteſtin ou rectum.

La troiſiéme Figure repréſente l'eſtomac, la véſicule du fiel.

A A, l'eſtomac.
B, la véſicule du fiel.
C, le canal cholidoque.
D, un canal hépatique.
E, le canal cyſtique.

TABLE III.

La premiére Figure repréſente les entrailles & le foye, tirés de l'abdomen, & vûs du côté gauche; & la ſeconde, les mêmes entrailles, vûës du côté droit.

A A, &c. le foye qui lie & embraſſe les inteſtins.
B, une portion du foye qui paſſe par-deſſus l'extrémité du ſecond inteſtin, & le cache.
C C, deux portions de la rate qui paroiſſent enchaſſées dans le foye.
D, l'orifice de l'eſtomac.
E, l'extrémité de l'eſtomac du côté de l'anus.
1, le premier inteſtin.
2, le ſecond.
3, 3, 3, le troiſiéme.
3, 3, 4, circuit formé par le troiſiéme & le quatriéme inteſtin.

4,4, le quatriéme.
5, le cinquiéme.
6,6, le ſixiéme, qui eſt le rectum.

La ſeconde Figure.

AA, &c. le foye.
B, la véſicule du fiel enchaſſée dans la ſubſtance du fôye.
CC, &c. les circonvolutions des inteſtins.
D, l'orifice de l'eſtomac.
E, l'extrémité inférieure de l'eſtomac.
F, l'anus.

TABLE IV.

La premiére Figure repréſente la veſſie aërienne en ſituation, ſon canal, une portion de reins, &c.

A,A, les deux véſicules aëriennes.
B, le canal de la véſicule inférieure, qui va percer le diaphragme aú-deſſous de la gorge, pour entrer dans la poitrine, & s'ouvrir au fond de la gorge.
CC, deux portions conſidérables de reins, qui garniſſent l'entre-deux des véſicules.
D, une portion de l'eſtomac renverſée en haut, pour laiſſer voir l'extrémité du canal de la véſicule aërienne, qui paſſe par-deſſous.
E, le diaphragme percé de trois trous pour le paſſage d'autant de veines, qui vont ſe jetter dans le ſac qui décharge le ſang de l'oreillette.
FF, les uretéres.
G, la veſſie urinaire.

La ſeconde Figure repréſente les deux véſicules aëriennes, vûës du côté droit le canal de communication, &c.

FF, les véſicules ſupérieure & inférieure.
H, le canal de la véſicule inférieure qui va s'ouvrir au fond de la gorge.

I, sa dilatation à sa naissance *K*, où l'on voit quelques tortuosités.

L, une portion du fond de la gorge.

M, marque la grosseur du canal *H*, à son extrémité supérieure où il est tortueux.

O, le canal de communication entre les deux vésicules.

La troisiéme Figure représente les deux vésicules avec leurs fibres charnuës, développées par la macération.

AA, la vésicule supérieure.

B, la vésicule inférieure.

CC, un plan considérable de fibres charnuës transversales, qui couvre la plus grande partie de la face antérieure de la vésicule supérieure *AA*, il n'y en a point à la face postérieure.

D, le canal de la vésicule inférieure.

E, son origine, où il est fort gros, charnu & tortueux.

F, la grosseur qu'on y remarque à son extrémité supérieure où il est charnu.

G, l'ouverture de ce canal au fond de la gorge.

H, le fond de la gorge ouvert.

II, deux plans de fibres charnuës très-étroits qui couvrent de part & d'autre les côtés de la vésicule inférieure *B*, ces fibres sont transversales.

LL, des fibres charnuës qui sont radiées autour de la base de la vésicule supérieure, & de son insertion avec l'inférieure; ces fibres se croisent avec les transversales intérieures *CC*.

TABLE V.

La premiére Figure représente la poitrine & le bas-ventre d'une Carpe, dont on a enlevé les vésicules aëriennes, pour faire voir les reins en situation.

AA, le tronc de la Carpe, la tête & la queuë coupées.

BB, &c. le bas-ventre.

CCC, l'étenduë de la poitrine, où l'on voit le cœur & l'aorte, tels qu'ils sont représentés dans la premiére Figure de la II.[e] Table; le cœur paroît dans cette Figure, Table V. repoussé en haut, pour laisser voir la partie postérieure des dents mobiles, que le cœur couvre dans l'état naturel; elles ne paroissent ici qu'au travers d'une substance charnuë qui les recouvre, & qui en dérobe la véritable figure; elles seront décrites dans le second Mémoire.

DD, deux portions considérables de reins qui occupent une grande partie de la poitrine, & qui se réünissant passent au-dessous de l'os mitral *E*, par une ouverture assés large qui est à cet os, telle qu'on la voit en *H*, Fig. 5 & 6.

FFF, la continuité des reins dans presque toute la longueur du bas-ventre.

GG, les deux portions les plus considérables des reins qui s'enchassent dans l'entre-deux des vésicules aëriennes, comme on le voit dans la premiére Figure de la IV.[e] Table, *CC*.

HHH, les uretéres de part & d'autre.

I, un gros vaisseau sanguin qui passe avec les reins sous l'os mitral, & qui divise les reins en deux jusques vers leur milieu, où il passe par-dessous, & disparoît.

K, la vessie urinaire.

La seconde Figure représente un rein décharné, pour faire voir l'uretére dans toute la longueur du rein, & les vaisseaux excrétoires qui y déchargent l'urine.

La troisiéme Figure représente les deux portions du rein *DD*, qui sont dans la poitrine, écartées pour en faire voir la grosseur, & leur continuation par-dessous l'os mitral *E*.

La quatriéme Figure repréſente la veſſie ouverte, pour faire voir l'inſertion des uretéres.

La cinquiéme Figure repréſente l'os mitral, vû par ſa face du côté du bas-ventre; il tient à la troiſiéme vertébre, dont il n'eſt qu'une apophyſe; c'eſt à cette apophyſe que s'attache la véſicule aërienne ſupérieure.

AA, deux cornes ou apophyſes appartenant à la même vertébre; c'eſt à ces cornes que s'attache le diaphragme, & ce ſont elles qui terminent la poitrine, & la ſéparent du bas-ventre.

B, l'apophyſe épineuſe de la même vertébre.

CC, l'os mitral.

H, l'ouverture par où paſſent les reins.

La ſixiéme Figure repréſente la même vertébre vûë par ſa face du côté de la poitrine, & ſur tout l'os mitral qui eſt un peu concave de ce côté-là.

TABLE VI.

La premiére Figure repréſente le fond de la gorge avec les dents immobiles, pour faire voir l'endroit de l'inſertion du canal de la véſicule aërienne.

A, une portion de l'eſtomac, vû par ſa partie poſtérieure.

BCBD, le fond de la gorge.

C, l'inſertion du canal de la petite véſicule aërienne.

D, les dents immobiles de la Carpe.

E, une très-petite portion des ouies.

La ſeconde Figure repréſente le teſticule gauche d'une Carpe laitée, vû en deſſus.

AA, la laite.

B, une ſinuoſité aſſés profonde, dans laquelle eſt enchaſſé le dernier inteſtin ou rectum.

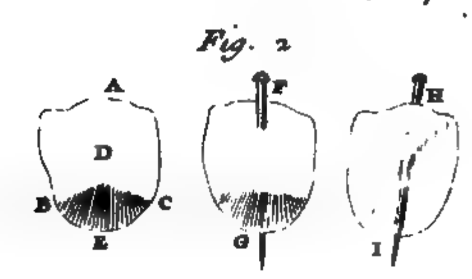
C, le canal déférent de la laite du côté droit.

D, une portion de la laite du côté droit.
E, la véſicule ſéminale du côté gauche.
F, la véſicule ſéminale du côté droit.
I, l'ouverture commune des deux véſicules ſéminales.
K, la réunion des deux véſicules qui forme quelquefois une maniére de bourſe ou reſervoir.

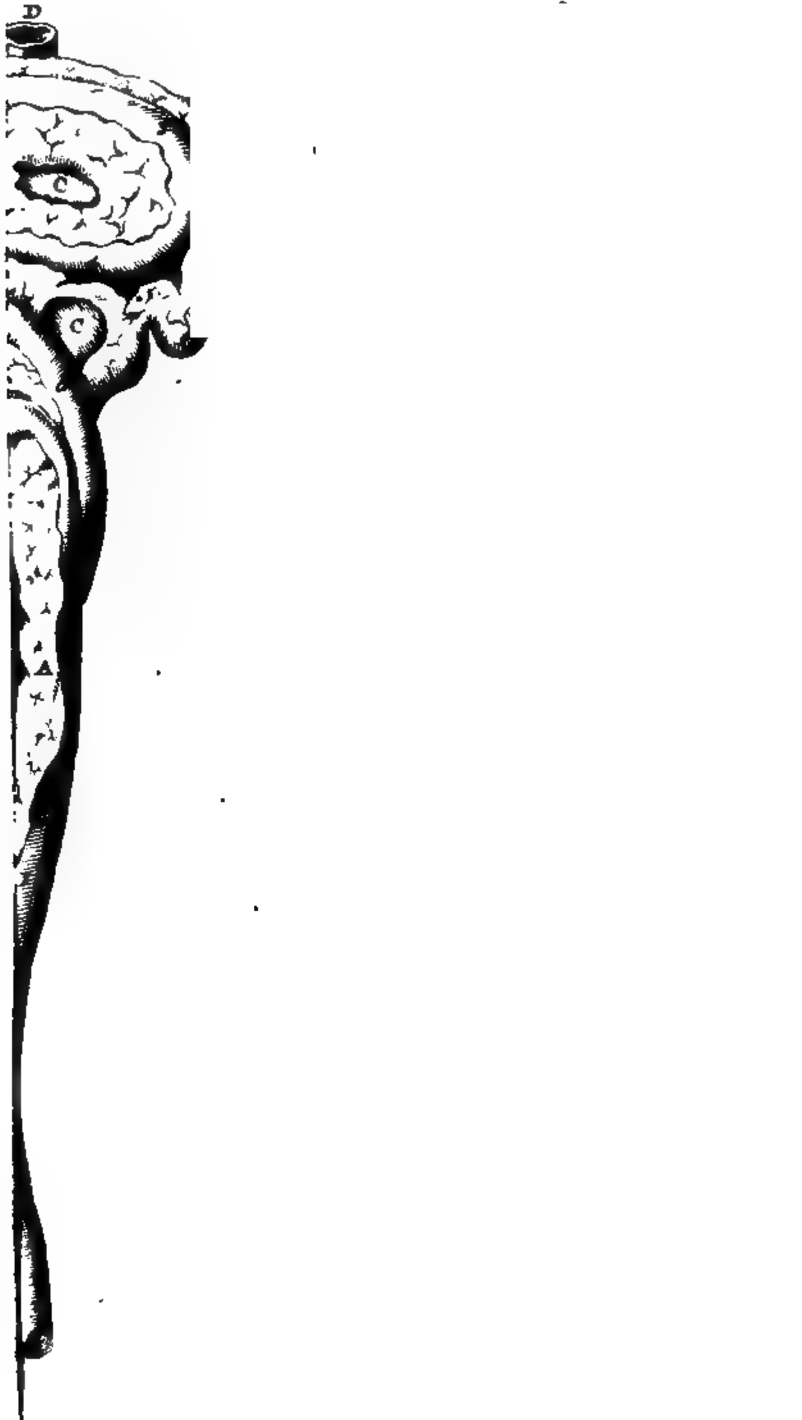
La troiſiéme Figure repréſente une partie de la laite du côté droit, vûë par-deſſous.

AA, une portion de la laite du côté droit.
B, en eſt le canal déférent.
C, le canal déférent de la laite du côté gauche.
D, la véſicule ſéminale du côté droit.
E, la véſicule ſéminale du côté gauche.
F, l'ouverture commune des deux véſicules ſéminales.

Fig. 2



Simonneau Sculp.



Simonneau Sculp.

Fig. 1.

Fig 3

A

ig. 1

Fig. 2

3

F

METHODE PRATIQUE

De tracer sur Terre un Parallele par un degré de latitude donné;

Et du rapport du même Parallele dans le Sphéroïde oblong, & dans le Sphéroïde applati.

Par M. GODIN.

UN Parallele à l'Equateur terrestre est un Cercle qui passe par tous les points de la surface de la Terre qui ont une latitude la même & de même dénomination. Il est plus difficile de tracer un Parallele qu'un Méridien; celui-ci étant un grand cercle, sa projection sur la surface de la Terre, qui est le Méridien terrestre, est toûjours dans un même plan vertical, & par conséquent dans un même rayon visuel prolongé Nord & Sud. Un Parallele, au contraire, étant un petit cercle, tous ses points sont dans des verticaux différents, & de tous les paralleles, il n'y a que l'Equateur qui étant un grand cercle, est vû en ligne droite, & toûjours dans le même plan vertical, ce qui est une propriété des grands cercles seulement. 20 Juin 1733.

Pour tracer effectivement sur terre un Parallele, je ne vois pas de méthode plus sûre, que de le tracer par points, & en tâtonnant; & je ne crois pas qu'on puisse le faire plus exactement, & avec moins d'embarras, qu'en observant de distance en distance, des latitudes égales, puisque le Parallele doit passer par tous les points d'une égale latitude, par rapport au même pole: mais parce que l'on pourroit croire, & que je crois en effet, que la latitude d'un lieu terrestre n'est pas si aisée à bien observer qu'elle le paroît d'abord, je pense que cela mérite quelque discussion.

Pour observer la latitude d'un lieu, on prend la hauteur méridienne du Soleil, ou d'une Etoile fixe, & corrigeant

cette hauteur par la refraction, on applique à la hauteur corrigée, la déclinaiſon de l'Aſtre, d'où l'on tire la hauteur de l'Équateur, & la latitude du lieu qui en eſt le complement; mais il eſt évident que cette opération eſt ſujette à beaucoup de doutes : il faut que l'inſtrument avec lequel on obſerve ſoit exact, ou qu'on en connoiſſe l'erreur : cependant on ſe contente de chercher par le renverſement, de combien l'Inſtrument hauſſe ou baiſſe en général, c'eſt-à-dire en ſuppoſant la diviſion du limbe abſolument exacte; ce qu'il n'eſt pas raiſonnable d'eſpérer.

2.° On ſuppoſe qu'une Table des refractions, conſtruite pour un certain lieu, eſt générale, ou du moins convient à une grande étenduë de pays, ce qui eſt faux, & cela peut aller à des différences aſſés grandes.

3.° La déclinaiſon de ces Aſtres n'eſt pas encore aſſés ſûrement connuë pour pouvoir s'y fier; pour s'en convaincre, il n'y a qu'à conſulter les Tables des déclinaiſons des Etoiles fixes que nous ont données les Aſtronomes modernes les plus exacts, M.rs de la Hire, Maraldi & Flamſted, on y trouvera des différences de 30, 40, 50 & 60 ſecondes, même dans les plus belles Etoiles : mais c'eſt ce que j'examine plus au long dans un Mémoire que j'ai fait à deſſein de rendre compte à l'Académie, d'une Deſcription du Zodiaque à laquelle je travaille depuis près de deux ans.

Il y a donc, par toutes ces conſidérations, de quoi ſe tromper dans la latitude d'un lieu, & ſi les erreurs ne ſe compenſent pas l'une l'autre, leur ſomme pourra donner une latitude de beaucoup trop grande, ou trop petite, comme il eſt, ſans doute, arrivé fort ſouvent dans les latitudes des Villes que nous connoiſſons.

Si l'on ſe ſert des Obſervations du Soleil, les mêmes cauſes influent, parce que ſa déclinaiſon n'eſt guéres mieux connuë, & qu'elle eſt fondée ſur l'obliquité de l'Ecliptique, ſuppoſée fixe, quoiqu'apparemment elle ne le ſoit pas, & qu'elle ſoit même moindre qu'on ne l'a crû juſqu'à préſent.

Ajoûtons encore qu'il faut prendre les Aſtres à leur paſſage par

par le Méridien, & par conséquent que l'instrument dont on se sert y soit dirigé, ce qui n'est pas sans difficulté.

Ce sont ces raisons qui me persuadent qu'il est plus aisé de s'assûrer de la différence en longitude d'un lieu à un autre sur terre, que de la latitude de chacun de ces lieux. Les Eclipses de Lune, celles des Satellites de Jupiter, celles enfin des Etoiles fixes par les Planetes supérieures, sont des signaux précis & instantanés pour tous ceux qui les apperçoivent; il ne faut que des Lunetes semblables, ou dont on ait une fois déterminé la différence, qui ne varie point, & une Pendule bien reglée, ce qu'il est possible d'avoir, outre quelques méthodes particuliéres qui peuvent devenir fort exactes, & qui serviroient très-bien dans les petites distances.

Mais il n'en est pas de même, lorsqu'il ne s'agit que de tracer un Parallele, ou de décrire sur terre la courbe dont tous les points sont à une même latitude, ici toutes les difficultés, toutes les sources d'erreurs s'évanouissent; pour éviter les refractions, il suffit de prendre une Etoile qui passe par le Zénith, ou qui n'en passe pas loin. Par-là on évite encore l'erreur de la division de l'instrument, & c'est à quoi il faut faire attention, car si l'on choisit une Etoile qui soit peu éloignée du Zénith en l'observant un jour par un Quart-de-cercle tourné à l'Orient, & le lendemain par le même Quart-de-cercle tourné à l'Occident, on aura en même temps ce que l'on appelle dans la pratique de l'Astronomie, la vérification de l'instrument au Zénith qui déterminera sa hauteur précise, & d'autant plus précise, que l'erreur, s'il y en a, sera plus sensible, parce qu'elle sera doublée.

De plus il n'est pas ici question de la déclinaison de l'Etoile; si je parts de Paris après m'être assûré par diverses observations faites avec le même instrument, que la Chevre qui est une Etoile qui se voit à toutes les heures du jour, & que l'on observe au Méridien dans le temps même que le Soleil y passe, est à Paris à 87° de hauteur sur l'horison, il suffit qu'à toutes les stations que je ferai pour trouver un point du Parallele, le même instrument me donne la même hauteur; si la Lunete

se dérange dans le transport, l'observation me fera connoître la quantité de ce dérangement, ainsi je n'ai à craindre ni refractions, ni déclinaison, ni erreur de l'instrument ; il n'y a tout au plus que le mouvement de l'Etoile en déclinaison pendant l'intervalle des observations qui pourra changer sa hauteur, & c'est une chose qu'il est aisé de connoître jusqu'à une précision plus grande que l'instrument même ne la peut donner.

Mais comme je prétends parler ici d'une Méthode praticable en toute rigueur, je réponds d'avance à une objection qu'on me fera, tirée de l'incertitude de l'estime sur la division du limbe d'un Quart-de-cercle : il est aisé en effet d'y satisfaire, & cela en deux maniéres. 1.° En se servant d'un Quart-de-Cercle, à la Lunete duquel on aura adapté un Micrometre, machine excellente en Astronomie, & dont on s'est servi trop tard ou trop peu. Si donc on joint le Micrometre au Quart-de-cercle, on fera battre le filet sur un point précis de la division du limbe qui donnera des minutes entiéres, & les secondes, s'il y en a, seront prises avec le Micrometre; mais si l'on n'a pas la commodité d'ajuster un Micrometre au Quart-de-cercle, le Réticule à angles de 45 degrés fera le même office. C'est une méthode exacte, & en même temps si simple, que je m'étonne de ne l'avoir vû indiquée nulle part : si ce n'est qu'on a jusqu'à présent presqu'entiérement négligé d'instruire les autres des méthodes d'observer, qu'on s'est contenté de donner pour la théorie grand nombre de Méthodes géométriques fort ingénieuses, & la plûpart de fort peu d'usage, & qu'on a négligé ce qui peut essentiellement profiter à l'Astronomie, je veux dire sa pratique, qui seule est capable d'en occasionner le progrès, portée au point où elle est aujourd'hui.

Cette Méthode consiste en ceci : on arrête le filet à plomb du Quart-de-cercle sur un point précis de la division comme pour l'usage du Micrometre, & si l'Astre que l'on observe passe au dessus ou au dessous du filet horisontal de la Lunete, on observe l'abord de l'Astre aux filets obliques inclinés à

l'horisontal & au vertical de 45 degrés. Le passage au vertical étant aussi observé, on a cette proportion,

Le sinus total

est au cosinus de la déclinaison de l'Astre,

comme la différence entre les passages de l'Astre à un oblique & au vertical, réduite en parties du Parallele,

est à cette même différence en parties de l'Equateur.

Et cette différence réduite en parties de l'Equateur ou de grand Cercle, est précisément égale à la différence de hauteur entre le fil horisontal ou la ligne de foi de la Lunete & le point de hauteur auquel a passé l'Astre, c'est-à-dire, qu'elle est égale à la différence de déclinaison entre l'Astre & la ligne de foi de la Lunete : ajoûtant donc ou soustrayant cette différence de degré de hauteur marqué sur le limbe, on a les degrés, minutes & secondes de la hauteur de l'Astre indépendamment de l'estime & de l'incertitude des transversales.

Cette Méthode est même susceptible d'une plus grande précision, en plaçant dans le Réticule un filet incliné sous un angle moindre que 45 degrés, mais j'aurai occasion d'en parler ailleurs.

Voilà, si je ne me trompe, la meilleure maniére de tracer sur terre un Parallele pour un lieu proposé.

Si l'on demande sa grandeur actuelle, ou combien un arc pris sur sa circonférence contient de toises, cela ne se peut trouver directement, mais seulement en prenant la longueur des lignes droites terminées par des piquets que l'on auroit plantés de distance en distance sur des points du Parallele, & dans les endroits où l'on auroit observé la même latitude. Si l'on place, par exemple, des piquets de demi-lieuë environ en demi-lieuë, ou même de lieuë en lieuë, chaque ligne terminée par deux de ces piquets partagera la circonférence du Parallele de 2 en 2 minutes, ou de 4 en 4, & l'on trouvera à la latitude de 48° 50' que tant l'arc de 2 minutes que sa soutendante sont égaux à 1251 toises à très-peu près, en supposant la Terre sphérique, & la lieuë commune de 25 au degré de 2282 toises, sans que la différence entre l'arc d'un

degré & la ſomme des ſoutendantes de toutes les 2 minutes qui y ſont compriſes monte peut-être à 10 toiſes ou à 100 toiſes au bout de 10 degrés, qui eſt à peu-près l'étenduë de la portion du Parallele de Paris qui paſſe ſur la France, c'eſt-à-dire, ſur une grandeur de plus de 375390 toiſes dans leſquelles il eſt impoſſible de répondre de 100 toiſes, ces 375390 toiſes ne pouvant être meſurées à moins de 150 triangles, en prenant des ſoutendantes de lieuë en lieuë. Le calcul toûjours fondé ſur les ſuppoſitions que j'ai dites, me donne 25 toiſes de différence pour 10 degrés entre la longueur du Parallele & la ſomme de ſes ſoutendantes de 2 en 2 minutes.

Si au lieu de tracer le Parallele, on trace une Perpendiculaire à la Tangente du Méridien au point d'où l'on part, cette Perpendiculaire, qui eſt dans le plan du premier vertical, ſera auſſi un grand cercle dans la ſuppoſition que la Terre eſt ſphérique. Que l'on ait, par exemple, avancé de Paris vers l'Orient ſur cette ligne à 100 lieuës environ, & que la grandeur trouvée par le moyen de divers triangles ſoit de 228244 toiſes égales à 4 degrés de grand cercle, en prenant 57061 toiſes pour chaque degré. Dans le triangle ſphérique POT ou P eſt le pole, O le lieu d'où l'on part, OT une portion du premier vertical, ou la perpendiculaire menée à l'aide des triangles, & OR une portion du Parallele du lieu, on connoît PO complément de la latitude du lieu à Paris de $41°$ $10'$, OT l'arc du premier vertical meſuré de $4°$, & l'angle en O qui eſt droit, on trouvera l'angle TPO de $6° \; 3' \; 50''$, qui eſt la différence en longitude entre les lieux O & T; & convertiſſant cette quantité en parties du Parallele & en toiſes, on trouvera pour l'arc OR 227632 toiſes moindres de 612 toiſes que la perpendiculaire tracée. Enfin on trouvera l'arc TP de $9' \; 34'' \; 40'''$, qui valent à très-peu près 5993 toiſes, ou rondement 6000, ou environ 3 lieuës des environs de Paris pour la quantité dont la perpendiculaire s'écarte du

Parallele à la distance de 4 degrés mesurés sur cette Perpendiculaire, ou de 6° 3′ 50″ de différences en longitude.

Si la Terre n'est pas sphérique, mais un Sphéroïde quelconque, soit oblong, soit applati, l'opération deviendra un peu différente ; dans ce cas, les Paralleles seront toûjours des Cercles, mais à des latitudes égales ils n'auront plus le même rapport entr'eux que dans la Sphere ; d'où il suit qu'il faudra nécessairement tracer & mesurer le Parallele même, & le comparer avec la différence de longitude prise par observation immédiate, & dans ce cas la trace & la mesure de la perpendiculaire *O T* devient inutile, d'autant plus que le triangle *OTP* sera formé par des courbes inconnuës & non sujettes apparemment à un calcul trigonométrique.

Pour ce qui regarde l'utilité qu'on peut tirer de la mesure du Parallele, dans la question de la Figure de la Terre, j'ai eû la curiosité de voir combien chaque degré du Parallele de Paris vaudroit de toises dans les deux différentes hypotheses que l'on a formées sur ce sujet : j'ai cherché d'abord la valeur de ce degré dans l'hypothese de la sphéricité de la Terre, en supposant le diametre de l'Equateur de 6538594 toises, qui est la grandeur résultante des opérations faites par l'Académie, dans la mesure de la Terre, & de la supposition des degrés, chacun de 57061 toises ; je l'ai trouvé de 37559 $\frac{151}{180}$.

J'ai supposé ensuite le diametre de l'Equateur de 6510796 toises, qui est la grandeur que lui assigne M. Cassini, en vertu de la supposition que la Terre est un Sphéroïde allongé par les Poles ; & supposant la Terre sphérique avec un tel Equateur, je trouve le degré du Parallele de Paris de 37389 toises.

$$\begin{array}{r} 37560 \\ \hline 171 \end{array}$$

La différence pour ces deux suppositions est de 171 toises pour 1 degré ou 1710 toises pour 10 degrés.

Dans le Sphéroïde oblong, & tel que M. Cassini le déduit de ses observations, le diametre de l'Equateur étant de 6510796 toises, le degré du Parallele se trouve de 37177 toises.

Dans le Sphéroïde applati, en conservant précisément le même Equateur de 6510796 toises, & faisant l'axe de la Terre à ce nombre là, comme 229 à 230, qui est le rapport donné par M. Newton, le degré du Parallele est 37498 $\frac{5}{18}$ toises. La différence d'avec celui du Sphéroïde oblong est de 321 $\frac{5}{18}$ toises.

M. Poleni a calculé la même différence du degré du Sphéroïde applati, à celui du Sphéroïde oblong, & il la trouve de 777 toises, rapportées dans les *Mémoires* de Trevoux d'Octobre 1726. Je ne sçavois pas d'abord sur quel principe il avoit fait ce calcul, cependant j'avois peine à croire que cette différence montât si haut, outre qu'ayant refait le mien sur les principes énoncés, j'ai toûjours retrouvé, à quelques toises près, la même quantité, suivant que j'ai eû plus ou moins d'attention aux fractions.

Je remarquois même, à cette occasion, que le degré du Parallele se trouve de 37389 toises dans la Terre sphérique, dont l'Equateur est le même que celui que l'on donne au Sphéroïde oblong, & que l'on suppose au Sphéroïde applati. Ce degré ne doit pas différer beaucoup de celui du Sphéroïde applati de M. Newton, dont le grand axe ne surpasse le petit que d'un 230, aussi ne trouvai-je cette différence que de 109 toises. Il doit au contraire différer d'avantage du degré du Sphéroïde oblong, dont le grand axe surpasse le petit d'une 95.e partie, & je trouve cette différence de 212 toises un peu moins que double de l'autre.

Or, j'ai calculé la grandeur du degré du Parallele dans la Terre sphérique pour 48° de latitude, qui est le cas de M. Poleni, & je l'ai trouvé de 38180 $\frac{106}{180}$. Pour 48° 50′ il est de 37559 $\frac{151}{180}$, la différence est 621 toises en négligeant la fraction ; mais on trouve outre cela 171 toises de différence pour les deux grandeurs de l'Equateur, dans la Terre sphérique ; il suit donc que si M. Poleni avoit calculé la grandeur du degré du Parallele de 48° dans l'hypothese de la Terre sphérique, & donné à l'Equateur le même diametre que j'ai crû d'abord qu'il lui avoit donné dans les deux

Sphéroïdes, il l'auroit trouvé de 38009 ou 38010 toises; sa différence à celui du Sphéroïde oblong, qu'il donne de 37769 toises, est 241 toises, & sa différence à celui du Sphéroïde applati est 536 toises plus que double de la premiére, au lieu qu'elle n'en devroit être qu'environ la moitié.

Mais M. Poleni n'a pas pris le même Equateur dans les deux Sphéroïdes, comme je l'avois crû : il dit dans le Recueil de ses Lettres, qu'il s'est servi des mesures données par M. Cassini pour le Sphéroïde oblong, & de celles que M. s'Gravesande a données au Sphéroïde applati, dans ses Elemens de Physique. La raison de M. Poleni est, que l'un & l'autre de ces Sphéroïdes donnent le Méridien à peu près de la même grandeur, & qu'on n'est point, dit-il, en dispute sur la grandeur du Méridien, de l'égalité duquel on s'accorde dans les deux hypotheses. Dans ce cas le diametre de l'Equateur est de 7061341 toises 2 pieds de Paris plus grand, que le diametre de l'Equateur du Sphéroïde oblong de M. Cassini de 550545, & diminuant ce nombre de sa 230.e partie, il vient pour l'axe de la Terre 7030639 $\frac{1}{2}$. On ne doit donc plus s'étonner de la différence entre mon calcul & celui de M. Poleni ; il reste à sçavoir si le Sphéroïde applati, tel que M. s'Gravesande le détermine, est celui qu'il faut employer dans cette recherche. J'ai crû qu'il valoit mieux prendre le Sphéroïde applati, tel que M. Newton le déduit des observations du Pendule ; le diametre de son Equateur par le calcul de M. Newton lui-même, est de 6552866 $\frac{2}{3}$ toises, & l'axe de révolution, ou la distance des Poles, est de 6524371 toises: ces nombres sont à peu près dans le rapport de 230 à 229. De ces mesures je tire la grandeur du degré du Parallele pour 48° 50′ de 37724 $\frac{13}{18}$ toises. La différence à celui du Sphéroïde oblong de M. Cassini est de 548 toises pour chaque degré.

Lib.4.cap.17. num.1367.

Ces deux Sphéroïdes ont un Parallele commun du côté de chaque Pole ; depuis l'Equateur jusqu'à ce point, les Paralleles sont plus grands dans l'applati, & au contraire depuis ce point jusqu'au Pole ils sont plus grands dans l'oblong.

Pour trouver la grandeur du Parallele commun aux deux Sphéroïdes, soit . . . . CP a
CF b
CA x
DA y
CE c
CR d

Par la propriété de l'ellipse, on aura $aa : bb :: aa - xx : yy$.
Et cette autre proportion. $dd : cc :: dd - xx : yy$.
D'où l'on tire $\frac{bb}{aa} \times \overline{aa - xx} = \frac{cc}{dd} \times dd - xx$, & réduisant à même dénomination, & multipliant, on aura $aabbdd - bbddxx = aaccdd - aaccxx$, c'est-à-dire, parce que c est plus grand que d, $aaccxx - bbddxx = aaccdd - aabbdd$, ou bien $x = ad \frac{\sqrt{cc - bb}}{\sqrt{aacc - bbdd}}$.

On trouvera de même la valeur d'y, d'où en remontant par la même méthode qui a servi aux calculs ci-dessus, on trouvera quel est le degré de latitude dans chaque Sphéroïde, auquel convient la grandeur trouvée du Parallele.

TROISIEME

TROISIE'ME ME'MOIRE SUR L'E'LECTRICITE'.

Par M. DU FAY.

Des Corps qui ſont le plus vivement attirés par les matiéres électriques, & de ceux qui ſont les plus propres à tranſmettre l'E'lectricité.

DANS le premier Mémoire que j'ai lû à l'Académie ſur l'Electricité, j'ai donné un précis hiſtorique des découvertes qui ont été faites juſqu'à préſent ſur cette matiére; & dans le ſecond, j'ai rapporté une longue ſuite d'expériences, d'où il réſulte qu'à l'exception des Métaux, tous les corps qui ont aſſés de ſolidité pour être frottés vivement, deviennent électriques par eux-mêmes, & que tous, ſans exception, le deviennent, ſoit en les approchant du tube rendu électrique, ſoit en les attachant au bout d'une corde, ou de quelqu'autre corps continu, de l'autre bout duquel on approche le tube. 14 Novemb. 1733.

Je me ſuis propoſé d'examiner dans celui-ci quelles ſont les matiéres qui ſont le plus fortement attirées par les corps électriques, & quels ſont les corps qui peuvent arrêter ou faciliter la tranſmiſſion de cette vertu, ſoit qu'elle ſe faſſe par le moyen d'une corde, d'une baguette, & de tout autre corps, ou par la ſeule approche du tuyau de verre.

Ces expériences demandent une attention beaucoup plus ſcrupuleuſe qu'on ne l'imagine d'abord, & ce n'eſt ordinairement qu'après bien des tentatives ſouvent inutiles, & quelquefois rebutantes, qu'on parvient à trouver les moyens d'y réuſſir. Pour connoître quels ſont les corps qui ſont le plus fortement attirés, il faut que ceux que l'on préſente au corps électrique ſoient, le plus qu'il eſt poſſible, de même volume

& de même pesanteur comparés les uns aux autres, sans quoi il est impossible de s'assûrer de l'exactitude de l'expérience. Voici donc de quelle maniére j'ai tenté d'y parvenir.

J'ai présenté au tube de la rapure d'ambre, de gomme lacque, du verre pilé, de la scieure de bois dur & pesant, de la brique pilée, & il m'a paru que ces derniers corps qui ne sont point électriques par eux-mêmes, étoient plus fortement attirés que les premiers; mais on ne peut rien conclure de bien assûré d'une pareille expérience, parce qu'il est extrêmement difficile de connoître le volume & la pesanteur de ces petits fragments.

J'ai suspendu des rubans de soye, de laine & de fil, & j'y ai présenté le tube, mais il est encore presque impossible d'en trouver dont la pesanteur & le volume soient à peu-près égaux, ainsi j'ai abandonné le dessein de connoître quelles sont les matiéres qui sont le plus fortement attirées par une voye où il se trouvoit tant de difficultés & si peu de certitude.

M. Gray dit à la fin du Mémoire que nous avons déja cité, N.° 417. des Transactions Philosophiques: » Que les corps » de même nature sont plus ou moins électriques suivant la cou- » leur dont ils sont, en sorte que le rouge, l'orangé ou le jaune » attirent pour le moins trois ou quatre fois plus fortement que » le verd, le bleu ou le pourpre. «

Cela posé, je pouvois facilement trouver des corps qui étant de même volume & de même pesanteur, ne différassent que par le degré d'électricité. J'ai donc pris des rubans de soye les plus égaux qu'il m'a été possible dans toutes leurs dimensions, mais tous de couleurs différentes; il y en avoit neuf, un blanc, un noir, & les sept autres des mêmes couleurs que celles qui sont regardées comme primitives par M. Newton dans son Optique; sçavoir, violet, indigo, bleu, verd, jaune, orangé & rouge.

J'attachai ces neuf rubans à un morceau de bois horisontal, de façon que je pusse les changer de place, & les mettre dans l'ordre que je voudrois, dans la crainte que s'il y avoit quelque partie du tube plus électrique que le reste, cela ne me jettât

dans quelque erreur. Ayant rendu le tube électrique, je l'approchai dans une situation horisontale, & le plus également que je pus de tous ces rubans, & je ne fus pas peu surpris de voir que le noir se détachoit de fort loin du rang des autres pour venir s'appliquer au tube; le blanc faisoit la même chose ensuite, & en approchant davantage le tube, les autres venoient successivement, mais ils ne gardoient pas toûjours le même ordre, si ce n'est que presque toûjours le rouge venoit le dernier de tous.

Je ne doutai point alors que la couleur n'entrât pour beaucoup, comme l'avoit dit M. Gray, dans les expériences de l'électricité, je cherchai à m'en éclaircir par de nouveaux faits, & je fus encore confirmé dans mon opinion par les expériences suivantes.

M. Hauksbée rapporte que l'interposition d'un morceau de gaze ou de mousseline entre le tube & les corps que l'on veut attirer, arrête entiérement la vertu électrique; il dit ailleurs que les écoulements électriques sont également interrompus par le moyen d'une planche, & aussi par une feuille de laiton appliquée sur le tube, &, dans un autre endroit, qu'un morceau de verre ou une glace ne nuit point à l'électricité, en sorte que des feuilles de laiton sont mises en mouvement par le tube, ou par un morceau de gomme lacque, quoique l'on soûtienne une glace entre les feuilles & le corps électrique.

Pag. 37. de l'edit. Ital.

Pag. 92. osserv. 1.ª e 2.ª

Pag. 102.

J'ai crû qu'il étoit nécessaire de rapporter les endroits du Livre de M. Hauksbée que je viens de citer, parce que c'est celui à qui nous devons les plus curieuses expériences sur l'électricité; mais quelque envie que j'aye de rendre une entiére justice, tant à lui qu'à tous les Auteurs dont j'ai eu occasion de parler dans ce Mémoire, il m'est impossible de marquer exactement ce dont ils pourront avoir fait quelque mention, parce que la plûpart ont rapporté leurs expériences suivant l'ordre dans lequel elles ont été faites, au lieu que mon plan est entiérement différent, & que j'ai partagé, tant leurs expériences que les miennes, en différentes classes, afin de

démêler, s'il eſt poſſible, quelques-unes des loix & des cauſes de l'électricité.

En ſuivant ce deſſein, je ne pourrois citer avec exactitude les endroits de ces différents Auteurs ſans tomber dans de fréquentes répétitions, & allonger conſidérablement mon ouvrage. Je prendrai donc le parti de rapporter de ſuite les faits qui auront entr'eux une analogie & une liaiſon naturelle; mais s'il y en a quelques-uns qui ne ſoient pas entiérement de moi, & dont je ne cite point les Auteurs, je ſupplie qu'on me rende la juſtice de croire que ce n'a point été dans la vûë de m'en attribuer la découverte, puiſque j'ai déja indiqué ces mêmes Auteurs dans mes deux premiers Mémoires, & que j'ai exhorté à les lire, mais que c'eſt uniquement par les raiſons que je viens de rapporter.

Pour revenir à mes expériences, j'ai fait avec ſoin celles de M. Haukſbée que je viens de citer, & j'ai reconnu qu'en effet une planche, une feuille de métal, ou même une gaze, empêchent l'action des corps électriques, & que le verre ou une glace n'y apporte aucun obſtacle; ce qui m'étoit arrivé à l'égard des rubans de couleur, m'a fait venir l'idée de pouſſer ces expériences beaucoup plus loin. Je tâchois alors de découvrir s'il y avoit des corps plus vivement attirés que d'autres, mais on a vû dans le commencement de ce Mémoire les difficultés preſque inſurmontables qui ſe rencontrent dans cet examen, & on verra par la ſuite que la connoiſſance des corps qui interceptent ou laiſſent paſſer les écoulements électriques, nous apprend en même temps quels ſont ceux qui ſont plus fortement attirés que les autres.

J'ai teint ſept morceaux de gaze des mêmes couleurs dont étoient mes rubans, & j'en ai pris deux autres, l'un blanc & l'autre noir, j'ai fait coudre chacune de ces gazes ſur un cercle de fil de fer, & afin que la main qui les ſoûtiendroit ne fit point d'obſtacle, je me ſervois, pour les ſoûtenir, d'un cercle de bois d'un demi-pied de diametre & d'un pouce de haut; je poſois les feuilles d'or ſur un de ces petits guéridons dont j'ai parlé dans mes autres Mémoires, & les ayant amaſſées au

dedans du cercle de bois que je mettois ſur ce guéridon, je les couvrois ſucceſſivement avec les gazes de différentes couleurs.

Après cette préparation, je frottois le tube, & l'ayant rendu électrique, je le poſois horiſontalement au deſſus de ces gazes; je vis alors qu'en effet la gaze blanche & la gaze noire interceptoient toute la vertu, en ſorte que les feuilles demeuroient ſans mouvement, ainſi que M. Haukſbée l'avoit remarqué; mais les autres couleurs, & principalement la rouge, la laiſſoient paſſer, & les feuilles venoient s'appliquer avec vivacité ſur la ſurface inférieure de la gaze; je crûs pour lors qu'il étoit pleinement démontré que les couleurs & la lumiére entroient pour beaucoup dans les phénomenes de l'électricité. L'analogie de cette expérience avec celle des rubans paroiſſoit s'expliquer d'elle-même; le noir & le blanc qui étoient le plus fortement attirés dans l'expérience des rubans, abſorboient les écoulements électriques dans l'expérience des gazes, en ſorte qu'il n'en reſtoit plus pour enlever les feuilles d'or qui étoient au de-là, & le rouge, qui dans la premiére étoit le plus difficilement empreint des écoulements électriques, les laiſſoit, par cette même raiſon, paſſer dans la ſeconde aſſés librement pour qu'ils puſſent exercer leur action ſur les feuilles qui étoient de l'autre côté: cette expérience me paroiſſoit ſi déciſive, & l'explication ſi naturelle, que j'ai été aſſés long-temps ſans que je ſoupçonnaſſe qu'on pouvoit en douter.

Il arrivoit néantmoins quelquefois des variétés dans ces expériences; lorſque le tube étoit fort électrique, il agitoit les feuilles à travers la gaze blanche, & même à travers la noire. On pouvoit cependant croire que cela venoit de ce qu'alors la gaze entiére avec le cercle de fil de fer étoit ſoûlevée, que la matiére électrique paſſoit par deſſous, & alors parvenoit aux feuilles; ainſi c'étoit-là une cauſe aſſés légere de révoquer en doute la vertu des couleurs, cela me fit cet effet néantmoins, & de plus j'avois remarqué que la gaze bleuë, la verte, la jaune, n'agiſſoient pas toûjours d'une façon uniforme; quoiqu'il en ſoit, je vins inſenſiblement à douter de ce que j'avois crû d'abord ſi fermement. Je voulus faire

de nouvelles expériences pour parvenir à confirmer ou à détruire ma première conjecture, & la suite fera voir si j'ai eu raison de chercher de nouveaux éclaircissements.

J'essayai d'abord si les couleurs naturelles feroient un effet différent de celles qui étoient faites par art, & pour cela je pris des petits morceaux de fleurs de toutes couleurs, & j'en approchai le tube après l'avoir frotté; je trouvai qu'il enlevoit toutes ces feuilles ou parcelles de fleurs indifféremment, & que les plus legéres, de quelque couleur qu'elles fussent, étoient enlevées de plus loin que les autres, mais comme ces pesanteurs m'étoient inconnuës, il m'étoit impossible de rien conclure de précis de cette expérience, j'eus donc recours à d'autres qui me paroissoient devoir donner des connoissances plus positives.

Je fis entrer dans une chambre obscure un rayon de Soleil, pour voir si le tube ne décomposeroit pas la lumiére, en causant une plus grande infléxion à de certains rayons qu'à d'autres; l'effet en devoit être fort sensible, car s'il eût attiré les rayons bleus, par exemple, le reste de la lumiére, à qui ces rayons auroient manqué pour être blanche, auroit tiré sur le rouge, ou le pourpre; mais il n'arriva aucun changement à ce trait de lumiére, à quelque peu de distance que j'en approchasse le tube; ainsi il ne paroît point agir sur des rayons d'une couleur, plûtôt que sur ceux d'une autre.

Je fis ensuite sur la gaze une expérience du même genre; je posai dans une situation verticale, sur un pied de guéridon, mes petits chassis de gaze colorée, l'un après l'autre, & ayant placé derriére, à un pouce, ou environ de distance, un ruban noir, dont le bout inférieur étoit libre, j'en approchai le tube, il attira vivement le ruban à travers les gazes de couleur, & ne lui donna aucun mouvement lorsque ce fut la gaze blanche, ou la gaze noire qui fut interposée.

J'y plaçai la gaze blanche à demeure, & je disposai à deux pieds de la gaze un prisme de verre, ensorte que je pusse le faire tourner sur son axe qui étoit dans une situation horisontale; j'obscurcis alors la chambre, & ayant laissé entrer un

rayon de Soleil par un trou pratiqué à dessein, je le fis tomber sur le prisme; tournant alors le prisme sur son axe, je fis passer successivement toutes les couleurs du prisme sur la gaze blanche; je presentai toûjours le tube à chaque fois que je changeai de couleurs, & la vertu fut toûjours interceptée par la gaze, ensorte que le ruban qui étoit derriére ne fut pas plus agité lorsque la gaze blanche étoit éclairée par des rayons colorés, que lorsqu'elle l'étoit par la lumiére ordinaire; d'où il résulte que ce n'est pas la couleur, comme couleur, qui produit cette variété dans les effets des corps électriques.

Une expérience plus simple, plus facile, & beaucoup plus décisive, m'en fournit dans la suite une nouvelle preuve; j'abbreuvai d'eau en même temps, & le plus également que je pus, mes rubans colorés, & je les suspendis à l'ordinaire, ils furent tous attirés indifféremment par le tube: or leur couleur n'étoit en aucune façon altérée par l'eau, & le changement qui leur étoit arrivé, leur étoit commun à tous; donc ce n'est pas dans la couleur qu'il faut chercher la cause de ce que les uns sont plus fortement attirés que les autres. J'ai mouillé de même les gazes, & toutes ont également intercepté les écoulements électriques; elles ont agi diversement après avoir été séchées, & la noire & la blanche n'ont pas aussi constamment arrêté l'électricité, qu'elles le faisoient avant que d'avoir été mouillées. Une preuve encore plus convaincante de ce que les couleurs n'entrent pour rien dans les faits que nous avons rapportés, c'est que si l'on chauffe pendant un instant la gaze blanche, ou la gaze noire, elles laissent passer les écoulements électriques aussi facilement que les gazes de couleurs.

J'ai coloré ensuite des rubans blancs, en les frottant avec du carmin, avec de l'ocre, avec du charbon, ils ont tous été également attirés, lorsque toutes choses ont été égales d'ailleurs; ainsi on ne peut pas douter que ce ne soit l'apprêt & les ingrédiens qui servent à colorer, & non la couleur en elle-même, qui rendent les corps plus susceptibles d'électricité, ou plus ou moins propres à arrêter les écoulements électriques.

Ce fait étant une fois éclairci, & bien constaté, il convient

d'examiner maintenant les matiéres qui, indépendamment de leurs couleurs, arrêtent, ou laissent passer l'action du corps électrique : nous avons déja dit qu'une glace la laisse passer étant posée sur un cercle de bois, mais il faut que la glace soit essuyée, & bien séche ; lorsqu'on en approche le tube, les feuilles placées dessous sont attirées, & repoussées avec force, mais si l'on retire le tube, elles demeurent attachées à la glace, d'où elles ne retombent que quelques minutes après, & lorsque la vertu est tout-à-fait dissipée.

J'ai craint que la matiére électrique ne passât entre la glace & le cercle de bois, & j'ai voulu m'assûrer si elle pénétroit réellement la substance du verre ; j'en ai été bien-tôt convaincu, car ayant enfermé des feuilles d'or dans deux matras, & les ayant parfaitement bouchés avec de la cire, les feuilles ont été très-sensiblement attirées, & repoussées lorsque j'ai approché le tube des matras.

Pour voir si c'étoit à raison de sa transparence que le verre donnoit passage à la matiére électrique, ou à cause de la disposition qu'il a à le devenir lui-même, j'ai posé sur le cercle de bois une plaque de cire d'Espagne, & les feuilles ont été attirées de même qu'à travers la glace.

J'ai fait un rebord de cire à ma glace, afin qu'elle pût contenir de l'eau, & y en ayant versé, les feuilles n'ont point été attirées, mais ayant un peu chauffé la glace par-dessous, en la tenant un moment sur un réchaud, & l'ayant mise sur le cercle, les feuilles ont été attirées.

Une feuille de papier, un morceau de carton, une planche, une lame d'étain, étant posés l'un après l'autre sur le cercle de bois, ont arrêté l'électricité ; ayant fait chauffer ces différentes matiéres, il n'y a eû que le papier qui ait laissé passer la vertu, toutes les autres l'ont interceptée.

Je me suis servi d'un cercle, ou collier de verre à peu-près du même diametre, & de la même hauteur que celui du bois, alors le bois, le carton, la platine d'étain étant un peu chauffés n'ont point empêché les feuilles qui étoient au-dessous d'être attirées par le tube. Il faut que le collier de verre soit bien essuyé,

essuyé, & exempt de toute humidité; la gaze noire & la gaze blanche étant posées sur ce collier de verre, les feuilles ont été attirées de même qu'à travers les autres couleurs.

Dans toutes ces expériences les feuilles d'or & le collier de verre ou de bois étoient posés sur un carton blanc; je les ai mis sur une glace au lieu de carton, & il est arrivé quelques petites différences dans les expériences, mais elles sont de peu de conséquence, & le détail pourroit en devenir ennuyeux. Il résulte donc de ce que nous venons de voir, que tous les corps chauffés légérement, de quelque nature & de quelque couleur qu'ils soient, laissent passer, ou du moins n'arrêtent point la vertu électrique s'ils sont posés sur un collier de verre, & que sur un collier de bois quelques-uns la laissent passer sans être chauffés, d'autres ont besoin de l'être, & d'autres enfin l'arrêtent absolument, quoique chauffés.

Ce qui arrive en se servant du collier de verre n'est pas difficile à expliquer, car la matiére électrique passant librement à travers le verre, elle peut agir sur les feuilles, & les appliquer contre la platine de bois, de carton, d'étain, &c. qui sont rendus électriques par l'approche du tube.

Pour expliquer ce qui arrive lorsqu'on se sert du cercle ou collier de bois, il n'y a qu'à supposer que les corps qui mettent obstacle au passage de la matiére électrique, ne le font que parce qu'ils sont empreints d'une humidité extérieure ou intérieure, ou quelque autre matiére équivalente sur laquelle l'électricité agit, & qui par conséquent l'arrête. Ceux de ces corps qui pourront être parfaitement séchés en les exposant au feu, seront dépouillés de cette humidité, & laisseront passer les écoulements électriques; c'est là le cas où se trouve le papier, la gaze noire, la blanche, &c. les autres, tels qu'une planche, un carton épais, une lame de métail, ne pourront être entiérement dépouillés de cette humidité intérieure, ou autre matiére quelconque qui arrête l'électricité, & par conséquent ne la laisseront point passer.

Cette observation s'accorde à ce que nous avons remarqué dans le premier Mémoire, & se réduit à ce principe que

je crois pouvoir regarder comme certain ; tous les corps qui peuvent devenir électriques sans autre préparation que de les frotter, étant posés sur un collet de bois, ne mettent point d'obstacle à l'électricité ; ceux qui ont besoin d'être chauffés plus ou moins fortement pour devenir électriques par le frottement, ont besoin de l'être de même pour ne point intercepter la vertu électrique, & enfin les métaux que je n'ai point encore pû trouver le moyen de rendre électriques par le frottement, l'intercepteront toûjours jusqu'à ce que l'on ait imaginé de leur faire quelque préparation qui les rendroit susceptibles d'électricité immédiatement, & par eux-mêmes.

Une observation bien simple prouve combien l'humidité met d'obstacle à l'électricité ; si l'on frotte vivement un morceau d'ambre, & que l'on respire dessus, de maniére à l'humecter, il n'attirera pas les corps legers qu'on lui présentera, mais un moment après, cette humidité s'étant évaporée d'elle-même, l'ambre deviendra électrique, quoique foiblement, sans être frotté de nouveau.

Après avoir parcouru tous les obstacles que l'on peut apporter extérieurement à l'électricité du tube, il faut dire un mot de ceux qu'on peut faire naître en emplissant le tube de différentes matiéres, & des singularités qui arrivent alors dans les différentes expériences.

J'ai pris un tube de verre commun & verdâtre, de la Verrerie de Séve, long de deux pieds, de huit lignes ou environ de diametre, & ouvert par les deux bouts, j'y ai ajusté deux bouchons de liege, & l'ai rempli de sablon chaud; il a été électrique sans l'avoir frotté, mais cela venoit vraisemblablement de l'avoir passé un peu dans les mains, car le tube étant chaud, n'a besoin que d'un très-petit frottement. L'ayant ensuite frotté avec du papier à l'ordinaire, il a été pour le moins aussi électrique que lorsqu'il étoit vuide, & le bouchon du bout supérieur l'étoit aussi très-fortement.

Ayant laissé refroidir le sable, j'ai frotté le tube, il a été aussi électrique que la premiére fois, mais il a fallu le frotter un peu plus long-temps, & les bouchons l'étoient de même.

J'ai vuidé la moitié du sable, & frotté la partie vuide, il a été de même électrique; ayant ensuite renversé le tube pour faire tomber le sable dans la partie frottée, la vertu du tube a diminué tout-à-coup, & est revenuë en son entier, lorsque le sable a été renversé dans le premier bout.

J'ai ôté le sable, & soufflé dans le tube avec un soufflet pour le bien nettoyer, & je l'ai rempli de son, il est devenu plus difficilement électrique, & l'a moins été qu'avec le sable; le bouchon du bout ne l'étoit presque point; la vertu paroissoit agir plus lentement, & les feuilles appliquées au tube, y demeuroient plus long-temps qu'à l'ordinaire sans être repoussées. J'ai vuidé la moitié du son, & ayant frotté la partie vuide, le tube a été électrique à l'ordinaire, & le bouchon aussi; ayant fait tomber le son dans cette moitié frottée, la vertu a diminué, mais elle ne s'est pas si bien rétablie qu'avec le sable, lorsque le son a été reversé dans la partie où il étoit d'abord; le bouchon n'avoit presque aucune vertu lorsque le son le touchoit, au lieu que dans l'expérience ordinaire il en a pour le moins autant que le tube.

Ayant enfin bien nettoyé le tube, je l'ai rempli d'eau chaude, & après l'avoir bien frotté, il a été électrique, mais très-peu, & il n'attiroit les feuilles qu'en l'approchant à un pouce ou environ; j'ai laissé entiérement refroidir l'eau, la vertu électrique a été aussi difficile à exciter, & aussi peu considérable, & le bouchon n'en avoit aucune.

Ayant ôté toute l'eau, mais sans sécher le tube, l'effet étoit le même que lorsqu'il étoit rempli d'eau.

On voit par-là que les mêmes loix subsistent toûjours, & que les corps électriques par eux-mêmes sont ceux qui arrêtent, retiennent, ou absorbent le moins les écoulements électriques; le sablon n'étant que des fragments d'une matiére cristalline & transparente, est électrique par lui-même, aussi ne retient-il point la vertu électrique du tube; le son est beaucoup moins électrique, puisqu'il doit être rangé dans la classe des Végétaux desséchés, & l'on voit qu'en effet il retient une partie de la matiére électrique, en sorte qu'il n'en échappe qu'une petite

portion au dehors du tube; enfin l'eau eſt de toutes les matiéres celle que nous avons reconnuë être le moins ſuſceptible d'électricité par elle-même, & nous voyons dans cette expérience que toute la matiére qui émane du tube va s'y appliquer, & s'y concentre par préférence au bouchon de liége qui eſt au bout du tube; & s'il reſte à l'extérieur du tube encore quelque légere vertu, c'eſt qu'elle eſt trop abondante pour qu'une auſſi petite maſſe d'eau la puiſſe abſorber toute entiére.

Après avoir examiné les obſtacles que peuvent apporter les différentes matiéres à l'action immédiate du tube, ou des corps électriques, nous devons paſſer aux expériences qui ſe font par le moyen d'une corde, ou de quelque autre corps continu. Comme j'avois deſſein de voir, s'il étoit poſſible, juſqu'où la vertu électrique d'un tube pourroit être portée par le moyen d'une corde & d'une boule ſuſpenduë à ſon extrémité, j'ai d'abord eſſayé ſur une diſtance de vingt-cinq pieds des cordons & des boules de différentes groſſeurs, de différentes matiéres & de différentes couleurs; je me ſuis ſervi auſſi de tuyaux de verre, de baguettes, de roſeaux, de fils de fer & de cuivre, j'ai fait un grand nombre de combinaiſons des cordons & autres corps continus avec les différentes boules, & ſur-tout avec celles de différentes couleurs, parce que je penſois alors que cela étoit très-important, mais je ſupprimerai ici tout ce détail, & je dirai ſeulement que les matiéres les plus ſuſceptibles d'électricité par elles-mêmes ſont les moins propres à la porter à un éloignement conſidérable, en ſorte qu'à cette diſtance de vingt-cinq pieds les tuyaux de verre, les cordons de ſoye, & ſur-tout ceux de ſoye rouge bien ſecs ne communiquoient preſque aucune vertu à la boule qui y étoit ſuſpenduë.

La corde la plus commune, & les cordons de fil, de la groſſeur d'un tuyau de plume, ou même plus gros, étoient ce qui faiſoit le mieux. Voyant que ce qui étoit le moins électrique, étoit ce qui réuſſiſſoit le plus parfaitement pour tranſmettre l'électricité, & ayant éprouvé combien peu les corps humides étoient électriques par eux-mêmes, j'imaginai de

mouiller mes cordons, & je vis qu'en effet c'étoit ce qui faisoit le mieux.

J'attachai diverses boules à ces cordes mouillées, & ce fut toûjours les matiéres les moins électriques qui firent le plus d'effet, je remarquai même qu'elles en faisoient à proportion de leur volume; mais ce seroit un travail très-considérable & assés difficile que de rechercher quelle matiére fait mieux que toutes les autres, & quel est le volume qu'il est nécessaire qu'elle ait pour produire le plus grand effet possible.

Il s'agissoit ensuite de la matiére dont il falloit me servir pour soûtenir la corde qui devoit transmettre les écoulements électriques; M. Gray avoit déja remarqué que les cordes ordinaires n'y étoient pas propres, non plus que du fil de fer, & il s'étoit servi avec beaucoup de succès de soyes de couleur. Il étoit facile de conclure que si la soye faisoit mieux qu'un fil de fer, ce n'étoit pas comme ayant peu de volume, & par ce moyen ne détournant qu'une petite quantité de la matiére électrique, puisqu'il s'étoit servi de fil de fer très-menu; je soupçonnai donc que cela venoit de la grande disposition qu'a la soye à devenir électrique, & je jugeai qu'on y pouvoit substituer des matiéres plus solides, & qui eussent la même propriété.

Je pris des tuyaux de verre ordinaires, & d'autres que j'avois chauffés, & enduits extérieurement de cire d'Espagne, & je vis avec plaisir que l'évenement justifioit ma conjecture; car les uns & les autres n'interrompirent point le cours de la matiére électrique le long des cordes, & je m'en suis servi aussi utilement, & dans plusieurs occasions, plus commodément que de la soye.

Ayant ainsi examiné en petit quelles étoient les expériences les plus favorables à la transmission de l'électricité, je tâchai d'en réunir le plus qu'il me fut possible, & m'étant muni de tout ce que je crûs m'être nécessaire, je fus au Tremblay, qui est à quatre lieuës de Paris, avec M. l'Abbé Nollet qui m'a infiniment aidé dans toutes ces expériences, & qui même en a imaginé plusieurs de celles qui se trouvent dans ce

Mémoire. J'avois dans mon jardin la commodité d'une allée de 50 toises de long, qui est accompagnée de deux contre-allées, & qui est en face de la porte d'une grande salle où je pouvois présenter mes feuilles à la boule, sans être exposé au vent. C'est-là que je me préparai pour faire les expériences suivantes.

Le 6 Septembre après midi, par un temps sec & assés froid, le Soleil paroissant de temps en temps, le vent au Nord-Ouest, je fis attacher de 20 pieds en 20 pieds, des soyes d'un arbre à l'autre d'une des contre-allées, & ayant arrêté un bout de la corde à la premiére de ces soyes transversales, je la posai sur toutes les autres jusqu'au bout de l'allée qui est proche du mur d'un pavillon; j'attachai à ce mur avec un clou, une soye en double, d'environ 2 pieds de long, & ayant fait la même chose à 4 pieds de là sur le même mur, je passai la corde dans ces deux especes de boucles; l'ayant ensuite ramenée vers le bout de l'allée le plus proche de la maison, & où étoit arrêté le bout de la corde, je la posai sur la même soye, & au moyen d'un troisiéme retour que je fis faire à la corde, je la fis entrer dans la salle pour être à couvert du vent; elle passoit enfin sur une soye horisontale tenduë dans la chambre, & portoit à son extrémité une boule de bois de 2 pouces de diametre.

On conçoit aisément que j'eus attention à ce que la corde ne fût pas trop proche des arbres, ni de la muraille en aucun endroit, & que la moitié qui revenoit fût suffisamment éloignée de l'autre : toutes choses étant ainsi préparées, on frotta le tube, & on l'approcha de la corde à 20 pieds ou environ du bout où étoit suspenduë la boule, elle attira sur le champ les feuilles que j'avois placées au dessous; on porta ensuite le tube à 100 pieds, à 300, à 450, & enfin jusqu'au premier bout de la corde qui étoit à 626 pieds de la boule, elle fut toûjours électrique, mais sa vertu étoit moins forte que lorsque le tube étoit plus proche. Il est à observer qu'il faisoit assés de vent, & que la corde faisoit trois coudes, le 1.er à 300 pieds, le 2.d à 304, & le 3.me à 610.

J'avois de plus le soin de toucher la boule avec la main après chaque station qu'on avoit faite avec le tube, afin de lui ôter toute la vertu qu'elle auroit pû avoir conservée par l'approche du tube; cela la dépouille en effet de toute son électricité, ainsi que l'a remarqué M. Gray; c'est aussi lui qui conseille de poser d'abord le tube à une petite distance de la boule, & de l'en éloigner successivement pour produire un effet plus considérable, je réussis donc parfaitement dans cette premiére expérience.

Le lendemain, à dix heures du matin, nous repetâmes l'expérience, elle réussit encore mieux que la veille, parce que le tube étoit plus électrique, le temps & le vent étoient à peu-près les mêmes. Je mouillai ensuite la corde tout du long avec des éponges, l'électricité n'en fut que plus forte, & même ayant posé d'abord le tube à toute la longueur de la corde, c'est-à-dire à 611 pieds (parce qu'elle s'étoit raccourcie de 15 pieds en la mouillant), l'électricité se manifesta dans la boule une minute après.

Le 8 Septembre, il faisoit à peu-près le même temps, le vent étoit le même, mais très-violent, ce qui agitoit extraordinairement la corde, néantmoins après avoir allongé de plus de moitié celle de la veille, en la faisant aller & revenir dans la seconde contre-allée, au moyen de quatre autres coudes, ce qui donnoit à la corde une longueur de 1256 pieds, elle fit son effet très-sensiblement. On mit d'abord le tube à toute la distance que pouvoit permettre la corde, mais il ne parut aucun mouvement dans les feuilles placées au-dessous de la boule, ce qui seroit peut-être arrivé si le temps n'y avoit pas été aussi peu propre qu'il l'étoit. Je ne crois cependant pas que le vent y apporte d'obstacle par lui-même, mais en agitant la corde, il la faisoit approcher des arbres, ce qui pouvoit détourner une partie de la matiére électrique; malgré cet inconvénient, la boule ne parut guere moins électrique qu'elle l'avoit été la veille à une distance de moitié moins grande, mais pour cela il fallut placer le tube d'abord à 300 pieds de la boule, ensuite à 600, à 900, & enfin à la

diſtance de toute l'étenduë de la corde. Je fis enſuite mouiller toute la corde, & l'effet fut encore plus ſenſible, elle fut raccourcie d'environ 30 pieds; on ne peut cependant pas croire que ce ſoit à une diminution de diſtance auſſi peu conſidérable qu'on doive attribuer l'augmentation de vertu, & il ne paroît pas douteux que cela ne vienne de l'eau qui diminuoit l'électricité naturelle de la corde, ce qui eſt eſſentiel, comme nous l'avons vû plus haut.

Il faut obſerver, en mouillant la corde, de ne point mouiller les ſoyes tranſverſales qui la ſoûtiennent, car on les mettroit par-là dans le cas de la corde, & elles détourneroient la matiére électrique. Je remarquerai à cette occaſion que quoique le cordon de ſoye ſoit le moins propre de tous pour tranſmettre l'électricité, il devient auſſi bon pour cet effet que tous les autres, ſi l'on a la précaution de le mouiller.

Ayant reconnu que l'électricité pouvoit être portée à une ſi grande diſtance, il m'a paru inutile de prendre beaucoup de peine pour la faire aller plus loin, & ſi après avoir fait un chemin de 1256 pieds, ſon effet eſt encore très-ſenſible, il ne ſera point étonnant qu'elle puiſſe encore agir fort au-delà, & il eſt conſtant que le plus ou le moins dépendra de la vertu des tubes qui eſt plus grande dans les uns que dans les autres, & dans un temps plus que dans l'autre, & de l'exactitude qu'on apportera à obſerver toutes les circonſtances dont nous avons parlé dans ce Mémoire, & qui ſont néceſſaires pour la parfaite réuſſite de cette expérience.

Il réſulte de-là qu'un long eſpace d'air, & même un vent très-violent, n'apporte que très-peu, ou point d'obſtacle au cours de la matiére électrique le long d'un corps continu; examinons maintenant ce qui arrivera de l'interruption de ce corps.

J'ai pris deux morceaux d'un cordon de fil, gros comme le doigt, dont le premier *SA*, avoit 6 pieds de long, & l'autre *CB*, en avoit 8, je les ai aſſujettis chacun par un bout à deux brides de ſoye *DE*, & *FG*, qui les coupoient à angles droits, & qui étoient diſpoſées de ſorte qu'approchant ou

ou éloignant parallelement ces brides l'une de l'autre, les deux bouts des deux cordons s'éloignoient ou s'approchoient l'un de l'autre, de maniére qu'on pouvoit les fixer à la distance que l'on souhaitoit. Au bout *B* du cordon de 8 pieds étoit suspenduë une boule de bois, & le bout le plus éloigné du cordon de 6 pieds étoit fixé à une troisiéme bride de soye en *S* pour la soûtenir en l'air; présentant ensuite le tube frotté au bout *S* du cordon *SA*, après avoir éloigné les deux cordons d'un pouce l'un de l'autre, l'électricité étoit aussi sensible dans la boule que si le cordon eût été continu, à 3 pouces elle l'étoit encore beaucoup, à 6 pouces un peu moins, & à 1 pied beaucoup moins, & à peu-près comme à la distance de 1256 pieds de corde continuë; la matiére électrique coule donc librement dans l'air, sans être fixée par aucun corps. Cette expérience prouve combien il est nécessaire que la corde dont on se sert pour transmettre au loin l'électricité, soit isolée, ou ne soit soûtenuë que de corps les moins propres qu'il est possible à se charger eux-mêmes de l'électricité.

Je rapprochai ces deux cordons à la distance de 3 pouces, & je mis dans l'intervalle qu'ils laissoient entr'eux différents corps pour voir s'ils arrêteroient, ou non, le cours de cette matiére; tout ce que j'appris par cette expérience fut que les matiéres qui arrêtoient l'action immédiate du tube sur les feuilles, l'interceptoient de même entre les deux cordons; les gazes de différentes couleurs, les rubans, la main, le carton, le bois, les métaux, tous ces corps firent le même effet qu'ils avoient fait en les posant sur un cercle de bois entre le tube & les feuilles. J'eus seulement la facilité d'éprouver par ce moyen l'effet de la flamme & celui de la fumée; une bougie allumée, placée entre les cordons, n'apporta aucun changement à l'électricité, la fumée fut attirée par le cordon, à l'extrémité duquel on appliquoit le tube, & par conséquent diminua l'électricité de la boule, mais cette diminution n'étoit presque pas sensible. Je soufflai entre les deux cordons avec un soufflet, & cela n'apporta aucun obstacle à l'électricité de la boule. L'interposition de différents corps ne m'apprit donc rien,

ſinon que les loix de l'électricité ſont uniformes, & que ce qui y met obſtacle dans un cas, fait le même effet dans tous les autres.

Je n'ai dit qu'un mot, en paſſant, d'une maniére d'intercepter toute l'électricité, qui néantmoins mérite un peu plus d'attention. J'ai attaché au bout d'un cordon de fil de 15 pieds de long, un globe de carton d'un pied de diametre, enduit de blanc & poli; ayant arrêté ce cordon ſur deux brides de ſoye à l'ordinaire, & ayant fait approcher le tube du bout, le globe qui étoit à l'autre, devint fort électrique, & attiroit les feuilles d'un pied de diſtance; je touchai alors la corde du bout du doigt, le globe ceſſa ſur le champ d'être électrique. Je compris facilement que la matiére avoit pris ſon cours le long de mon doigt, & que s'étant communiquée à mon corps & au plancher, elle s'étoit diſſipée par toute la chambre; ſur ce principe, je jugeai que ſi je faiſois toucher la corde par un corps d'un moindre volume, toute l'électricité du globe ne ſeroit pas interceptée; l'évenement juſtifia ma conjecture, car ayant ſuſpendu un morceau de bois à une ſoye, je le poſai ſur la corde, & le globe ne perdit qu'une partie de ſon électricité. Il réſulte de-là que le volume des corps que l'on ſuſpend pour devenir électriques, eſt extrêmement à conſidérer; car s'ils ſont exceſſivement gros, la vertu eſt trop étenduë pour agir vivement, & s'ils ne le ſont point aſſés, ils ne réuniſſent pas toute celle qui leur eſt amenée par la corde.

Avant que de finir ce qui concerne la tranſmiſſion de l'électricité, je ne puis me diſpenſer de parler d'une expérience rapportée par M. Gray, & qui a certainement frappé tous ceux qui en ont entendu parler; elle conſiſte à ſuſpendre un enfant dans une ſituation horiſontale, par le moyen de deux cordes attachées au plancher; on approche pour lors le tube des pieds de l'enfant, & ſa tête & ſon viſage deviennent électriques; la vertu ſe communique même à une boule attachée à une baguette qu'il tient à la main; j'ai fait cette expérience, & m'étant ſervi de cordes ordinaires, la matiére électrique

s'y attacha, & de là monta au plancher, ensorte qu'il n'y eut aucun mouvement dans les feuilles que je présentois au-dessous du visage de l'enfant; je reconnus aussi-tôt ce qui, selon toutes les apparences, m'empêchoit de réussir, & je mis des cordons de soye à la place des cordes ordinaires, l'événement fut tel que je l'avois prévû; le visage devint fort électrique lorsque l'on approchoit le tube des pieds, & les pieds lorsqu'on l'approchoit de la tête.

Je voulus me mettre à la place de l'enfant, pour voir si je ne sentirois point sur le visage quelque effet de la matiére électrique, l'expérience réussit tout aussi bien, mais je ne sentis que le mouvement des feuilles d'or qui venoient avec rapidité me frapper le visage. Je pris à ma main une baguette de 4 ou 5 pieds, au bout de laquelle étoit un peloton de laine, & les feuilles placées au-dessous de ce peloton furent attirées & repoussées très-vivement.

Je mis ensuite sur les mêmes cordons de soye un liévre dans sa peau, une botte de paille, l'un & l'autre devinrent électriques par un bout, lorsqu'on approcha le tube de l'autre; un fagot fit la même chose, & tous les petits brins, tant de paille que de bois paroissoient également électriques; on voit par-là combien cette matiére est abondante, puisqu'elle entoure & abbreuve une si grande étenduë de surface.

J'essayai de me remettre sur les mêmes cordons, & de le faire avec plus de commodité, ce qui me donna occasion de découvrir plusieurs Phénoménes surprenants, s'il est vrai que quelque chose doive encore surprendre dans une matiére où le merveilleux se trouve à chaque pas. Je mis sur les cordons de soye une planche large d'un pied, & de quatre pieds de long, & je m'assis sur cette planche, les jambes étenduës le long de la planche; on approcha alors le tube d'une de mes mains, & l'autre, sous laquelle on présenta des feuilles d'or, devint fort électrique; je pris ensuite à ma main le carton sur lequel étoient posées les feuilles, & passant au-dessus la main de laquelle on venoit d'approcher le tube, les feuilles ne faisoient aucun mouvement; mais une autre personne qui n'avoit

point approché de moi, venant à présenter sa main au-dessus de ce carton, les feuilles y volérent avec beaucoup de vivacité. Ayant ensuite rapproché le carton de mon visage pour voir s'il n'attireroit point les feuilles, elles ne firent aucun mouvement, mais si-tôt que j'eus étendu le bras, & éloigné de mon corps le carton, les feuilles s'élancérent d'elles-mêmes en l'air, & ne retombérent point sur le carton; je répétai plusieurs fois cette expérience, qui réussit toûjours de la même maniére, & qui fut accompagnée de quelques autres faits singuliers que je supprime ici, mais qui trouveront leur place dans un autre Mémoire.

En faisant ces expériences, une personne voulut ramasser une feuille d'or qui s'étoit attachée à ma jambe; dans l'instant qu'elle approcha sa main, elle entendit un petillement semblable à celui que fait le tube lorsqu'on en approche les doigts, elle sentit même une petite douleur comme une piqueûre dans le doigt, & j'en sentis dans le même moment une pareille à la jambe. Toute mon attention fut alors portée à ce nouveau Phénoméne, je voulus répéter l'expérience, & cela se fit très-facilement; car, si-tôt qu'on avoit approché le tube de mes jambes, ou de l'une de mes mains, si quelqu'autre personne approchoit la main, ou le bout du doigt, de mon visage, de mes mains, de mes jambes, ou de mon habit, il se faisoit sur le champ un, ou plusieurs petillements semblables; mais ce qu'il y a de surprenant, c'est la douleur réelle que fait ce petillement à l'un & à l'autre; je ne la puis comparer qu'à une piqueûre faite très-brusquement, ou à une brûlure d'étincelle. On s'attend assés que ces petillements feront autant d'étincelles de lumiére dans l'obscurité, cela est effectivement vrai; mais c'est dans un autre temps que je me suis proposé de parler de ce qui regarde la lumiére des corps électriques: ce que je ne puis néantmoins m'empêcher de remarquer maintenant, c'est que les étincelles qui sortent immédiatement du tube, lorsqu'on en approche les doigts, n'excitent aucune sensation sur la main, au lieu que celles-là font une espece de douleur à l'un & à l'autre, &, ce qui paroît du tout incompréhensible, c'est qu'elles

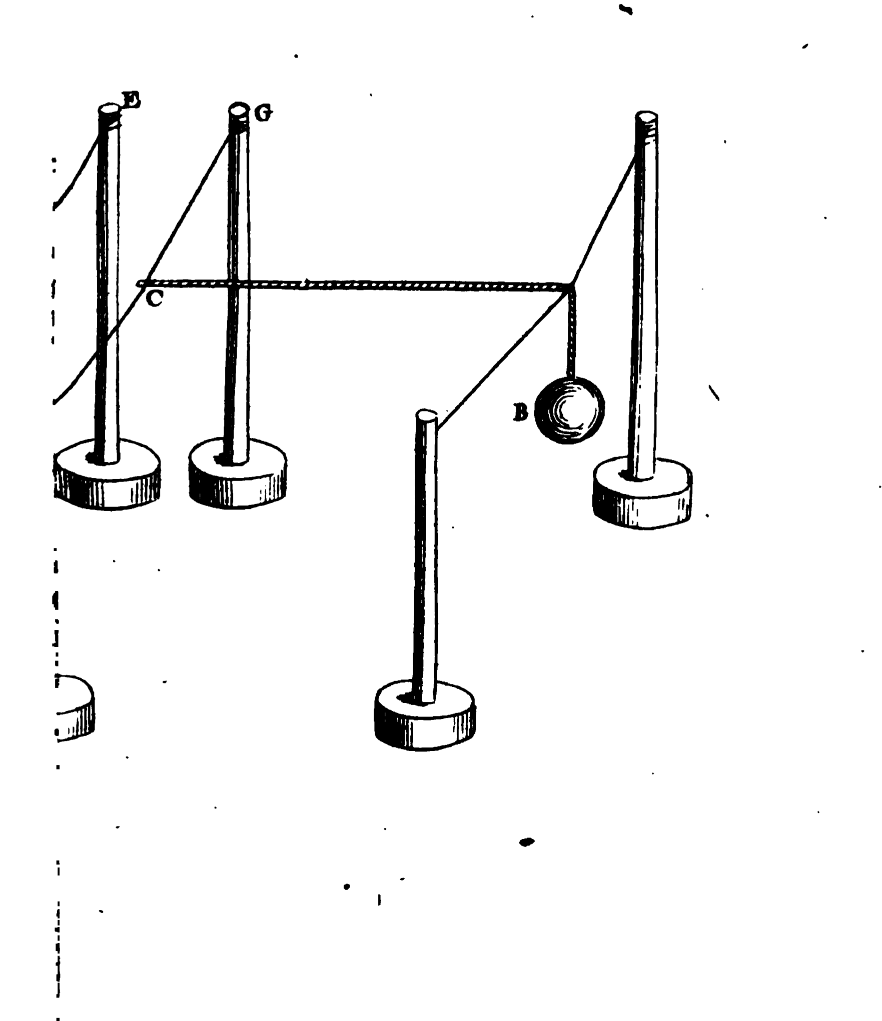
en ſont même à travers les habits; car étant habillé à mon ordinaire, ſi par l'approche de la main on excitoit un petillement vers mon dos, je le ſentois auſſi vivement que ſi ç'eût été à la main, ou au viſage.

Lorſqu'une autre perſonne s'eſt miſe à ma place ſur les cordes, & qu'en approchant l'une de mes mains de ſon corps, j'en avois fait ſortir des étincelles à pluſieurs repriſes, ces petites piqueures répétées me cauſoient dans la main une eſpece d'engourdiſſement, qui m'a paru durer quelque temps après; je ſentois auſſi quelquefois, en approchant des habits & du corps, cette eſpece de voile délié, ou de toile d'araignée que l'on ſent lorſqu'on approche le tube du viſage. Cela prouve quelle prodigieuſe quantité de matiére ſort du tube lorſqu'il eſt frotté, mais cette matiére pénétre-t'elle l'intérieur des corps qu'on y expoſe? ou ne fait-elle qu'environner leur ſurface? c'eſt ce dont je n'ai point encore pû m'aſſûrer.

Lorſque l'on s'eſt ſervi de bois, de papier, d'étoffe, d'ambre, ou de tout autre corps que de la main, pour paſſer au-deſſus de mes bras, & de mes jambes, il ne s'eſt point fait de petillements, ſi ce n'eſt avec les métaux, qui m'ont paru faire auſſibien que la main; on paſſa à pluſieurs repriſes ſur l'une de mes jambes une plaque d'étain; cela excita un grand nombre de petillements qui étoient moins ſenſibles à l'extérieur, que lorſqu'on ne préſentoit que la main, ou le doigt; ils me cauſérent dans la jambe une eſpece d'ardeur moins forte, & à peu-près ſemblable à celle que cauſent les orties; cette conformité de l'effet des métaux avec celui de la main, tient ſans doute à la propriété qu'ils ont de ne pouvoir être rendus électriques par le frottement, mais je n'entrerai pas maintenant dans un plus grand détail de ces expériences; on voit aſſés qu'il en reſte encore un grand nombre à faire, c'eſt auſſi ce que je compte ne pas négliger dans la ſuite.

Qu'il nous ſuffiſe, quant à préſent, d'avoir reconnu & établi pour principe que les corps les moins propres à devenir électriques par eux-mêmes, ſont ceux qui ſont le plus facilement

attirés, & qui transmettent le plus loin, & le plus abondamment la matiére de l'électricité; au lieu que ceux qui ont le plus de disposition à devenir électriques par eux-mêmes, sont les moins propres de tous à acquérir une électricité étrangére, & à la transmettre à un éloignement considérable. C'est toûjours beaucoup que de découvrir quelques vérités sur une matiére aussi obscure, & aussi difficile par elle-même; nous verrons dans la suite si, en la considérant sous d'autres points de vûë, comme nous nous le sommes proposé, nous ne parviendrons point à une connoissance plus exacte de cette merveilleuse propriété de la matiére.



Simonneau Sculp.

SUR LE MOUVEMENT D'UNE BULLE D'AIR QUI S'ELEVE DANS UNE LIQUEUR.

Par M. DE MAUPERTUIS.

LORSQU'UN globe d'un volume déterminé eſt plongé dans une liqueur plus peſante que lui, il remonte, & la force qui l'éleve eſt la différence entre le poids d'un volume du fluide égal à lui, & ſon poids propre. Son volume étant toûjours le même, cette différence demeure la même, & le globe ſeroit uniformement accéléré, s'il n'éprouvoit aucune réſiſtance; il remonteroit de la même maniére que les corps tombent dans le vuide. Dans un milieu uniforme & également denſe, la réſiſtance d'un globe dépend de ſa grandeur & de ſa vîteſſe actuelle ; ſi donc la grandeur du globe demeure la même, la réſiſtance qu'il ſouffre ne reçoit de variation que de la vîteſſe. La vîteſſe du globe, la réſiſtance qu'il éprouve, les eſpaces qu'il parcourt, & les temps pendant leſquels il les parcourt, ont été déterminés par M. Newton.

Mais ſi le volume d'un corps eſt variable, ſi un globe plongé dans une liqueur change continuellement de volume, les choſes ſe paſſent fort différemment. La grandeur du globe changeant, la force motrice n'eſt plus conſtante comme dans le premier cas ; la réſiſtance varie auſſi, non ſeulement en ce qu'elle dépend de la vîteſſe qui n'eſt plus la même, mais encore en ce qu'elle dépend de la grandeur du globe.

Lorſque je cherchois dans la nature quelque mouvement ſemblable à celui dont nous venons de parler, je vins à penſer aux bulles d'air qui s'élevent dans l'eau ou dans quelqu'autre liqueur. Quoique le ſujet paroiſſe petit, il ſeroit difficile d'en trouver un autre qui réunît ſi bien la grande complication, & l'avantage d'avoir une exécution phyſique.

Voici quelques Lemmes qu'il faut ſe rappeller pour la Solution du Probleme ſuivant.

I. Les liqueurs que nous connoiſſons ne ſont point compreſſibles ; elles ne ſont ni plus ni moins denſes, ſoit qu'on les preſſe avec un piſton, ſoit qu'on les laiſſe ſtagnantes dans un vaſe ; ni plus ni moins à une grande profondeur, ou vers la ſuperficie.

II. L'Air eſt compreſſible, & ſa denſité eſt proportionnelle au poids qui le comprime. D'où il ſuit que les différents volumes d'une même quantité d'air ſont en raiſon inverſe des poids qui les compriment.

III. La force qui pouſſe en embas ou en enhaut un corps plongé dans un fluide eſt la différence des poids des deux quantités de matiére, l'une contenuë dans le corps, l'autre dans un volume du fluide égal au volume du corps.

IV. Une Bulle d'Air plongée dans une liqueur, ſe diſpoſe en ſphere ; & quoiqu'elle ſoit élevée vers la ſurface, elle conſerve en s'élevant ſa figure ſphérique, ou fort approchante de la ſphérique, pourvû que la bulle ſoit fort petite. La même choſe s'obſerve dans une goutte de quelque liqueur que ce ſoit, qui ne ſe mêle point avec la liqueur dans laquelle elle eſt.

V. Une bulle d'air plongée dans une liqueur eſt preſſée par la liqueur qui eſt au deſſus & par toute l'atmoſphere : mais on peut conſidérer cette bulle comme ſi elle n'étoit preſſée que par la liqueur, & qu'elle y fût plongée plus avant. Et cette preſſion eſt proportionnelle à la hauteur de la colomne de liqueur ſupérieure à la bulle. D'où il ſuit que le volume de la bulle eſt en raiſon inverſe de cette hauteur.

Soit $BCDE$ le vaiſſeau rempli de liqueur, dans lequel la bulle d'air eſt plongée en Q. Soit imaginé le vaiſſeau continué en AF, en ſorte que le poids de la colomne de liqueur $ABEF$ repréſente le poids de l'atmoſphere, il eſt clair que ſi le volume de la bulle eſt donné dans quelque profondeur connuë, comme en C & $= b$; dans un point P il ſera $= \frac{AC \times b}{AP}$.

Cela

Cela posé, voici comme je résous ce Probleme.

Déterminer la relation entre l'espace, la vîtesse & le temps, pendant qu'une Bulle d'air monte dans une liqueur dont la résistance est proportionnelle au quarré de la vîtesse!

SOLUT. Soit $AC = a$, $AP = x$, la quantité de matiére contenuë dans la bulle d'air $= q$, son volume en C, $= b$; la quantité de matiére dans un égal volume de la liqueur, $= Q$; l'on aura le volume de la bulle en P, $= \frac{ab}{x}$. Et la quantité de matiére dans un volume de liqueur b étant $= Q$, l'on aura la quantité de matiére dans un volume de liqueur $\frac{ab}{x}$, $= \frac{aQ}{x}$.

On a donc pour la différence entre la quantité de matiére contenuë dans un volume de liqueur égal au volume de la bulle en Q, & la quantité de matiére dans la bulle, $\frac{aQ}{x} - q$; & nommant g la gravité, on a $\frac{gaQ}{x} - gq$ pour la force qui éleve la bulle en faisant abstraction de la résistance.

Mais la résistance qu'éprouve une Sphere mûë dans la liqueur étant en raison directe de l'aire de son grand cercle & du quarré de sa vîtesse (on néglige ici la densité du milieu, parce qu'elle est uniforme) on a pour cette résistance $(\frac{ab}{x})^{\frac{2}{3}} \times mvv$; ($v$ étant la vîtesse, & m une quantité constante qui marque l'intensité de la résistance).

On a donc pour toute la force motrice de la bulle $\frac{gaQ}{x} - gq - \frac{ma^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}}vv$; & divisant cette force par la masse à mouvoir, on a pour la force accélératrice $(\frac{gaQ}{x}$

$- gq - \frac{ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} vv}{x^{\frac{1}{3}}}) : q$, qui multipliée par l'instant $\frac{dx}{v}$, donne la différentielle de la vîtesse.

On a donc $(\frac{gaQ}{x} - gq - \frac{ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} vv}{x^{\frac{1}{3}}}) \frac{dx}{qv} = - dv$ (je mets $- dv$ à cause que x augmente, la vîtesse diminuant) ou $(gaQ - gqx - ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}} vv) dx = - qxvdv$, équation qu'il faut intégrer.

Je me sers pour cela de la méthode que j'ai donnée dans les Mémoires de 1732 ; & multipliant l'équation par A, je lui donne cette forme,

$A(gaQ - gqx) dx = - qAxvdv + ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} Ax^{\frac{2}{3}} vvdx$, dont l'intégrale est $\int A(gaQ - gqx) dx = - \frac{q}{2} Axvv + \frac{q}{2} \int Avvdx + \frac{q}{2} \int xvvdA + ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} \int Avvx^{\frac{2}{3}} dx$. Faisant les trois derniers termes de cette intégrale $= 0$, j'ai $qxdA + qAdx = - 2ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} Ax^{\frac{2}{3}} dx$, ou $\frac{qdA}{A} + \frac{qdx}{x} = - 2ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} x^{-\frac{1}{3}} dx$, dont l'intégrale est $qlA + qlx = - 6ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}}$, ou (prenant c pour le nombre dont le logarithme $= 1$) $A^q x^q = c^{-6ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}}}$,

ou $A = x^{-1} c^{-\frac{6ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}}}{q}}$.

Remettant cette valeur de A dans l'équation $\int A (gaQ - gqx) dx = - \frac{q}{2} Axvv$, l'on a

$\int (gaQx^{-1} c^{-\frac{6ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}}}{q}} - gqc^{-\frac{6ma^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}}}{q}}) dx$

$$= -\frac{q}{2} c^{-\frac{6ma^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}}{q}} \times vv;$$

ou $$vv = -\frac{2}{q} c^{\frac{6ma^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}}{q}} \int [(gaQx^{-1} - gq) \times c^{-\frac{6ma^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}}{q}} \times dx].$$

D'où l'on tire la relation entre l'eſpace & la viteſſe, en ſuppoſant la quadrature des courbes. On a auſſi la réſiſtance qu'éprouve la bulle dans chaque point de l'eſpace, puiſque cette réſiſtance eſt proportionnelle au quarré de la vîteſſe. Enfin on a le temps

$$t = \frac{dx\sqrt{q}}{c^{3ma^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}:q}\sqrt{[-2\int((gaQx^{-1}-gq)\times c^{-6ma^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{3}}:q}\times dx)]}};$$

SUR LES DIFFERENTES MANIERES DE RENDRE LE TARTRE SOLUBLE.

SECONDE PARTIE.

Par M.rs DU HAMEL & GROSSE.

11 Mars 1733.

NOUS avons annoncé dans la premiére partie de ce Mémoire, que les Cendres lessivées, la Chaux d'Ecaille d'Huître, ou les Ecailles d'Huîtres calcinées, & plusieurs autres matiéres étoient du nombre de celles, que nous nous étions proposé d'examiner avec le Cristal de Tartre : mais les expériences que nous avons faites à ce sujet n'étant point achevées lorsque nous avons lû notre premier Mémoire, nous avons différé jusqu'à ce jour à en rendre compte à l'Académie, pour les joindre avec quelques autres expériences qui nous ont paru appartenir au même sujet, ce qui nous a fourni la matiére de cette seconde partie.

Ayant détaillé dans la premiére partie de ce Mémoire, ce que les Ecailles d'Huîtres non-calcinées avoient produit avec le Cristal de Tartre, il n'est plus question maintenant que de les examiner après qu'elles ont été réduites en Chaux par une violente calcination.

Pour les avoir en cet état, nous les avons tenuës dans un creuset, au milieu d'un bon feu de charbon, pendant plus de six heures ; alors elles avoient un goût salé assés approchant de celui du sel marin : & en effet comment pourroit-on imaginer, que ces écailles ne participassent point du sel marin? quand on fait attention au lieu d'où on les tire, & où elles ont été formées, joint à ce que dans un diploé, qui est au milieu de chaque écaille, il y a une cavité qui contient une eau extrêmement salée.

Cette première calcination ne nous parut pas suffisante, parce que cette chaux étoit encore un peu noire, à l'occasion, sans doute, d'une portion de matiére grasse que le feu n'avoit pû enlever, tant à cause de l'interposition du creuset, qu'à cause de la grande épaisseur de la matiére qui étoit en calcination.

Cela nous détermina à les calciner de nouveau pendant encore six heures, mais dans un creuset plat & plus ouvert, afin que la matiére grasse pût s'échapper plus aisément.

Après cette seconde calcination, ces écailles étant réduites en une poudre fort blanche, nous en avons mis une partie dans une bassine, sur le feu, avec de l'eau, & après l'avoir fait bouillir, nous y avons jetté de la crême de tartre à différentes reprises, & il s'y en est dissous une bonne quantité, puisque environ 5 onces de cette chaux ont absorbé 15 onc. de cristal de tartre.

Lorsque la liqueur en a été rassasiée, ce que nous avons reconnu quand il a commencé à se précipiter du cristal de tartre au fond du vaisseau, nous l'avons filtrée, & nous en avons ensuite évaporé une partie. Dans cette évaporation, il s'est précipité une portion du cristal de tartre qui n'étoit apparemment que médiocrement unie avec la terre alkaline; une petite portion de ce cristal de tartre pourroit même bien n'avoir jamais contracté aucune union avec la terre alkaline, & s'être soûtenuë d'elle-même dans la liqueur; comme il y a toûjours une petite portion de cristal de tartre qui se soûtient dans l'eau froide, & les liqueurs chargées de sels étant plus pesantes, peut-être le cristal de tartre s'y soûtient-il en plus grande quantité.

Cependant ce précipité nous obligea de filtrer de nouveau la liqueur, & après cette seconde filtration, il ne s'est plus précipité de cristal de tartre, & nous en avons retiré une bonne quantité de beau tartre soluble, dont les cristaux étoient un peu plus gros, mais au reste assés semblables à ceux que nous avons décrits en parlant de la chaux ordinaire.

Nous avons déja dit, que nous soupçonnions que cette

chaux d'huître contenoit du sel marin, tant à cause du lieu où ces écailles sont formées, qu'à cause du goût de sel marin que nous avions senti, en mettant de cette chaux sur la langue après sa premiére calcination, & enfin à cause de cette eau extrêmement salée que nous avons dit qu'on trouvoit dans le diploé des écailles d'huître; mais bien plus, parce qu'après la premiére calcination de nos écailles, en ayant dissous un peu dans de l'eau, cette dissolution a précipité en forme de caillé la dissolution d'argent faite par l'esprit de nitre, & ce précipité étant fondu a donné une Lune cornée, ce qui démontre la présence du sel marin, ou au moins de son acide. Tout cela nous rendoit attentifs à examiner les cristaux à mesure qu'ils se formoient, mais nous n'y avons jamais apperçû le moindre cube de sel marin, ce qui nous fait soupçonner que l'acide de ce sel s'en est allé dans la calcination, à l'aide de la matiére grasse, comme M. Grosse a indiqué que cela pouvoit arriver, en parlant de la distillation de l'esprit de sel sans addition, & c'est peut-être un peu de la base du sel marin qui se joint à la terre alkaline, qui fait que les cristaux que nous avons obtenus par les écailles d'huîtres, sont plus gros que ceux que nous avons eus avec la chaux ordinaire, ou la craye.

L'on jugera peut-être, que nous aurions dû suivre plus loin l'examen de cette chaux, par rapport au sel marin, mais il nous a paru qu'il convenoit mieux réserver cet examen pour le Mémoire que nous avons promis dès l'année derniére, sur la nature de la chaux.

Au reste, il est bon de remarquer, que comme avec cette chaux on peut faire un fort beau tartre soluble, l'on pourroit peut-être la substituer au sel de tartre qu'on employe ordinairement pour cette opération, & qui coûte au moins sept à huit francs la livre.

Un bon Praticien Allemand, nommé Ludovici, dans son *Traité de la Pharmacie réformée pour le goût du Siécle*, p. 211, *édition Latine d'Amsterdam*, parlant de la Colique Néphrétique dit, que plusieurs personnes ont employé comme un bon

Néphrétique, une teinture tirée par le moyen de l'esprit de vin, du mêlange du tartre avec la chaux, & que ce remede n'est pas à mépriser. Il nous paroît qu'on doit faire par ce procedé un remede savoneux. Voici les termes de l'Auteur, *Alii liquorem ex una tartari & duabus calcis vivæ partibus excoctum, & post filtraturam inspissatum, cum spiritu vini extrahendo* tincturam *non penitus rejiculam parant.*

Pour avoir plusieurs exemples des chaux tirées du regne animal, nous avons crû ne devoir pas négliger d'examiner les cornes de cerf calcinées, elles se dissolvent par l'acide du vinaigre, & les ayant traitées avec le cristal de tartre, comme les autres matiéres dont nous avons parlé, elles nous ont aussi donné un beau tartre soluble.

Les cendres étant des matiéres calcinées, nous avons crû, quoique ce soit des matiéres végétales, les devoir ranger avec les chaux, & qu'en cette qualité, elles étoient du nombre des matiéres que nous nous étions proposé d'examiner avec le cristal de tartre. Mais comme les cendres contiennent des sels, nous avons commencé par les en priver à différentes reprises, par l'eau bouillante, afin de n'en avoir que la terre bien édulcorée, telle qu'on l'employe pour les coupelles, ce qui étoit la seule chose que nous voulions examiner avec le cristal de tartre, sçachant bien d'ailleurs ce que devoient produire avec lui les sels alkalis ou moyens que l'on a coûtume de trouver dans les cendres. Nous avons donc traité une portion de ces cendres édulcorées avec le cristal de tartre, suivant le même procedé que nous avons rapporté dans les expériences précédentes, & elles ont dissous une bonne quantité de cristal de tartre, & après les avoir soulées de ce sel essentiel, nous avons procedé à la filtration, comme nous avions fait pour les autres matiéres, & il est passé par le papier une liqueur très-salée, pendant qu'une portion assés considérable des cendres est restée sur le filtre. Il n'y a donc qu'une partie des cendres qui soit dissoluble par la crême de tartre: cette circonstance nous a engagé à examiner les cendres en particulier, & avec plus d'attention. Mais outre que nous

ne ſommes pas encore ſatisfaits ſur cette matiére, elle nous a paru trop étrangere au ſujet de ce Mémoire, pour la diſcuter ici au long, & avec exactitude, ainſi nous nous bornerons pour le préſent, à ce que nous avons pû remarquer, en les traitant avec le tartre.

Lorſqu'on leſſive des cendres, il y en a une partie, qui étant fine & légere, ſe mêle aiſément avec l'eau, elle s'y ſoûtient aſſés long-temps, & quand elle ſe précipite, elle forme au fond une eſpece de bouë fine & douce au toucher ; c'eſt cette partie des cendres, qui s'incorpore avec le criſtal de tartre, pour faire le tartre ſoluble.

Au contraire, il y a une autre portion de ces cendres, qui eſt comme grainée, qui eſt plus groſſiére que la précédente, qui eſt rude au toucher, qui ne ſe mêle avec l'eau preſque que comme du ſable, & ſe précipite dans l'inſtant ; c'eſt cette portion qui eſt indiſſoluble & qui reſte ſur le filtre.

Peut-être croiroit-on, que cette partie graveleuſe des cendres ſeroit effectivement un gravier, qui auroit été dans l'écorce des bois qu'on a brûlés ; mais voici des expériences qui prouvent que la choſe n'eſt pas ainſi.

La premiére, qui a été faite chés M. Groſſe, & ſous ſes yeux, eſt, qu'ayant ôté toute la ſuperficie de pluſieurs morceaux de bois, pour ſe mettre à l'abri de tous les ſoupçons qu'on auroit pû avoir, à l'occaſion du ſable ou de la terre, qui auroit été engagée & retenuë dans les rimes & les fentes de l'écorce & du bois, l'on a brûlé ce bois avec précaution dans un fourneau d'eſſai bien net; il faut remarquer que le fourneau étoit un fourneau d'eſſai, parce qu'étant d'une ſeule piece, on ne pouvoit pas l'accuſer d'avoir fourni du ſable, comme auroient pû faire ceux qui étant de pluſieurs pieces, ſont joints avec du lut; & malgré toutes ces précautions, les cendres ſe ſont trouvées pareilles à celles dont nous venons de parler.

Outre cela, quand on calcine vivement pluſieurs fois cette partie des cendres, qui eſt comme du gravier, une partie qui étoit encore charboneuſe devient fine, légere, & capable de s'unir à la crême de tartre; mais il y en a toûjours une autre qui

qui reſte dans ſon premier état, ce qui nous fait croire qu'il y a dans les cendres des parties terreuſes qui ont perdu tous leurs acides dans le temps de l'uſtion, ou de la calcination, ce qui fait qu'elles peuvent être pénétrées par les moindres acides, comme celui du criſtal de tartre ou du vinaigre; au lieu que dans l'autre l'acide s'y eſt concentré, & en quelque maniére fixé, à peu-près comme cela arrive dans la réſidence de la diſtillation de l'eſprit de nitre, qu'on fait avec l'argile: peut-être auſſi ſe fait-il une eſpece de vitrification, mais alors ces matiéres n'ont (du moins juſqu'à préſent) aucuns des caractéres propres aux ſels, ni la ſaveur, ni la diſſolubilité dans l'eau, & en même temps les acides, ſur-tout les foibles, comme celui du tartre & du vinaigre, n'ont point d'actions ſur elles. Au reſte, ce que nous venons de dire n'eſt que pour faire ſentir une différence eſſentielle, & aſſés ſinguliére, que nous avons remarquée dans les cendres, & en attendant que nous ſoyons en état de parler plus poſitivement ſur une matiére qui nous paroît mériter d'être ſuivie avec exactitude, nous revenons à notre expérience.

Les cendres & le criſtal de tartre s'étant donc diſſous mutuellement, la liqueur qui a paſſé par le papier gris étoit, comme nous l'avons déja dit, limpide & fort ſalée; cependant en l'évaporant lentement pour la criſtalliſer, elle s'eſt troublée conſidérablement, & il s'eſt précipité une bonne quantité, tant du criſtal de tartre que des cendres, ce qui nous a obligé de filtrer cette liqueur pour une ſeconde fois, & enſuite une troiſiéme & une quatriéme, parce qu'en continuant d'évaporer, il ſe précipitoit toûjours & du criſtal de tartre & des cendres. Enfin la liqueur eſt devenuë d'un jaune obſcur, il ne s'eſt plus rien précipité, & elle a donné des criſtaux comme dans les expériences précédentes, mais en petite quantité; l'eau-mere ſurnageante eſt devenuë preſque noire, a pris un goût alkalin, & en cet état a fermenté & donné des criſtaux avec le vinaigre diſtillé; enfin une portion de cette eau-mere étant conſervée pendant pluſieurs mois eſt devenuë fort épaiſſe, comme ſirupeuſe, & ſi graſſe, qu'elle ne fermentoit plus

fenſiblement avec le vinaigre, & même foiblement avec l'huile de vitriol, quoiqu'elle ait conſervé un petit goût lixiviel.

Il ne laiſſe pas de paroître ici ſingulier, qu'une liqueur qui avoit d'abord paru ſurchargée de criſtal de tartre, puiſqu'il s'en eſt précipité dans les différentes évaporations, devienne enſuite alkaline, & capable de ſe charger de nouveaux acides.

Peut-être cela vient-il des différents degrés de diſſolubilité des parties qui compoſent les cendres, la craye, &c.

La partie très-diſſoluble s'unit tout d'un coup avec la crême de tartre, & donne des criſtaux; l'autre partie qui eſt entiérement indiſſoluble tombe ſur le champ au fond, mais celles qui ne peuvent être pénétrées des acides que par une longue digeſtion, ne contractent qu'une union imparfaite avec la crême de tartre, & dans le temps de l'évaporation une partie de cette terre peut être diſſoute par le criſtal de tartre, ce qui rendra la liqueur alkaline, comme nous allons le prouver dans un moment; mais la quantité du fluide diminuant par l'évaporation, la meilleure partie de cette terre & du criſtal de tartre ſe précipite pêle-mêle.

Nous avons dit dans la premiére partie de ce Mémoire, & nous venons de le repéter par occaſion, que quand le criſtal de tartre eſt ſurchargé de parties terreuſes, il prend & le goût, & même quelque choſe du caractére des ſels alkalis.

Ce fait nous a paru aſſés ſingulier pour être vérifié par de nouvelles expériences; pour cela, nous avons pris deux onces de craye de Champagne, ce qui auroit ſuffi pour rendre ſoluble preſqu'une livre de criſtal de tartre; nous avons mêlé cette craye avec pareil poids de criſtal de tartre, & après les avoir fait bouillir, & les avoir tenus en digeſtion ſur un bain de ſable, nous en avons filtré la liqueur, qui, étant évaporée, a pris un goût alkalin très-ſenſible. Nous avons verſé deſſus du vinaigre diſtillé qui a excité une fermentation aſſés vive; mais ce qu'il eſt encore à propos de remarquer, c'eſt que dans cette fermentation il s'eſt fait un précipité conſidérable de preſque toute la crême de tartre. Nous parlerons plus amplement dans la ſuite de ce précipité;

ainsi il n'est question ici que de la liqueur qui étant filtrée de nouveau a donné des cristaux, ce que n'auroit pas produit la craye avec le vinaigre, sans avoir été ouverte, ou même sans avoir reçû quelque chose du tartre, qui fait qu'elle peut former des cristaux, au lieu de ces feuillets ou végétations qu'elle auroit fait sans cela. Nous avons repété cette expérience, avec cette différence, que la chaux a été substituée à la craye, & le succès a été le même que celui de l'expérience que nous venons de rapporter.

Ces expériences nous ont fait faire des réfléxions sur les différentes bases alkalines des sels, & sur une comparaison qu'on pourroit faire entre les alkalis terreux & les salins; mais cette matiére étant un peu étrangére à celle que nous nous étions proposé d'examiner, nous la traiterons dans un Mémoire particulier, que nous ferons suivre de près celui-ci, pour qu'on ne perde point l'idée des expériences que nous venons de rapporter, & dont nous comptons faire usage dans ce Mémoire. Ainsi nous terminerons celui-ci par quelques expériences que nous avons faites sur les différentes especes de tartre soluble, tant à l'égard de leur différent degré de dissolubilité, que sur le plus ou le moins de facilité que l'on a pour en retirer la crême de tartre.

L'on sçait, après ce que nous avons dit dans ce Mémoire, que le tartre peut être rendu soluble, non-seulement par les sels alkalis, comme le sel de tartre, ou le sel de soude, ou le borax, mais encore par les terres alkalines, soit qu'on les prenne dans le regne minéral, comme les chaux, les crayes, &c. ou dans le regne animal, comme les écailles d'huître calcinées ou non calcinées, les cornes de cerf calcinées, &c. ou enfin dans le regne végétal, comme les cendres lessivées.

Nous avons outre cela rapporté dans la premiére partie de ce Mémoire, plusieurs expériences qui prouvent qu'on peut retirer la crême de tartre de tous ces tartres solubles, en la précipitant par les acides, ou du vitriol, ou du nitre, ou du sel marin. Ces acides étant plus puissants que celui qui est contenu dans la crême de tartre, ils commencent par

s'emparer du ſel alkali, ou de la terre alkaline qui le rendoient ſoluble, ce qui régénére la crême de tartre ; & ſi l'on n'a pas ſoin de la retirer d'avec ces acides, ils agiſſent peu à peu ſur la propre baſe de la crême de tartre, en chaſſent l'acide végétal, & la décompoſent entiérement. Tout cela s'accorde à merveille avec la ſupériorité que l'on reconnoît être entre les différents acides.

Mais ce qui nous a paru de fort ſingulier, c'eſt que le vinaigre diſtillé faſſe auſſi cette précipitation ; car enfin, les acides de même genre n'ont aucun pouvoir les uns ſur les autres ; or, l'acide du vinaigre eſt le même que celui du tartre, c'eſt toûjours celui du vin ; cependant le vinaigre diſtillé ordinaire précipite la crême de tartre de tous les tartres ſolubles, excepté de celui qui eſt fait à la maniére de M. le Fevre par le borax. Voici le détail de nos expériences.

Nous avons mis de la matiére gommeuſe de M. le Fevre, du ſel de Seignette, du ſel végétal, & de notre tartre ſoluble par les écailles d'huîtres, par la craye, par les cendres, dans autant de verres différents, & nous avons verſé deſſus de l'eau bouillante pour diſſoudre tous ces ſels. La diſſolution finie, nous avons jetté peu à peu, & à différentes repriſes, ſur chaque verre du vinaigre diſtillé, ce qui a excité une fermentation plus ou moins ſenſible, & a enſuite occaſionné une précipitation plus ou moins prompte dans chaque verre, excepté dans celui où étoit la matiére gommeuſe de M. le Fevre. Le précipité paroiſſoit au fond du verre comme une poudre blanche recouverte d'une couche d'aſſés gros criſtaux de crême de tartre, ce qui nous fit penſer d'abord (quoique la choſe nous parût preſqu'impoſſible) que le précipité contenoit & les terres alkalines, & la crême de tartre ; mais ayant verſé deſſus d'abord de l'huile de tartre par défaillance, & enſuite ſimplement de l'eau chaude, le tout s'eſt diſſous, avec cette différence, que l'huile de tartre a agi avec efferveſcence, & l'eau ſans efferveſcence, ce qui nous a fait connoître que preſque tout le précipité étoit de la crême de tartre ; & en effet, à meſure que l'eau s'eſt refroidie ; la crême de tartre s'eſt

cristallisée, ou au fond du verre, ou à la superficie de la liqueur. Nous remarquâmes cependant que la liqueur étoit restée fort acide après s'estre refroidie, ce qui nous engagea à l'évaporer lentement, pour voir ce qu'elle contenoit, & nous en retirâmes quelques cristaux assés confus, extrêmement acides, & qui se fondoient dans l'eau froide; ce qui nous les fait regarder comme un tartre soluble surchargé d'acide par le vinaigre. Nous voilà donc bien sûrs que le précipité est presque tout cristal de tartre; mais comment le vinaigre a-t-il pû l'emporter sur l'acide du tartre, puisqu'ils sont tous deux l'acide du vin?

Pour rendre raison de ce fait, il faut faire attention que le tartre soluble est un sel essentiel acide, qui s'est surchargé d'une terre, ou d'un sel alkali, & est ainsi devenu un sel tout différent de ce qu'il étoit auparavant; de sorte qu'il faut distinguer deux bases dans le tartre soluble, l'une qui a toûjours été unie à la crême de tartre dès sa premiére formation dans le vin, qui lui est naturelle, & à laquelle l'acide du tartre est intimement uni; & le vinaigre distillé n'a aucune action sur cette base.

Mais la dose de cette terre est peu considérable dans la crême de tartre, par proportion à celle de l'acide, qui est peut-être retenu en si grande quantité dans ce sel par la matiére grasse qui y abonde.

Quoi qu'il en soit, il est bien sûr que dans ce sel l'acide n'est pas totalement engagé dans une base alkaline, puisqu'il se fait sentir au goût, qu'il fermente avec les alkalis, qu'il fait la dissolution de plusieurs terres, & qu'il s'unit avec ces matiéres au point de former un sel nouveau : voilà donc ce qui fait la seconde base des tartres solubles, mais à laquelle l'acide du tartre n'est pas aussi intimement uni qu'à la sienne propre; c'est, pour ainsi dire, une base d'adoption qu'il abandonne aux moindres acides, comme le vinaigre distillé, mais se réservant toûjours sa base naturelle, dont il ne se dessaisit, pour ainsi parler, qu'à la derniére extrémité, quand il y est contraint par un acide plus puissant; ainsi le cristal de tartre après avoir abandonné la terre étrangére qui le rendoit soluble, reprend

sa premiére forme, & devient tel qu'il étoit avant que d'avoir été associé avec les matiéres alkalines. Et il arrive ici à peu-près la même chose, que quand on précipite le soufre d'un *hepar sulphuris* avec l'esprit de soufre.

Il est bon de remarquer que nous avons employé pour ces expériences trois différents vinaigres distillés, dont nous étions bien sûrs ; car comme les Vinaigriers sont accusés d'employer quelquefois de l'huile de vitriol pour augmenter la force de leur vinaigre, la précipitation de la crême de tartre n'auroit plus alors rien de singulier.

Mais tous les tartres solubles n'abandonnent pas leur nouvelle base avec une égale facilité ; & voici dans quel ordre il nous a paru que cela se faisoit, en commençant par ceux où la précipitation se fait le plus abondamment, & le plus promptement.

1.° Le tartre soluble fait par les cendres.
2.° Celui qui l'est par la craye.
3.° Par les écailles d'huîtres non calcinées.
4.° Par la chaux.
5.° Par les écailles d'huîtres calcinées.
6.° Par le sel de tartre.
7.° Par le sel de soude.
8.° Enfin, le tartre rendu soluble par le borax ne se précipite point par le vinaigre distillé.

Maintenant si l'on demande d'où vient cette différence entre les tartres solubles, il nous paroît, sans vouloir trop approfondir cette question, qu'on peut l'attribuer à l'union plus ou moins intime de ces différentes bases alkalines, avec l'acide de la crême de tartre, ou ce qui nous paroît à peu-près la même chose, aux différents degrés d'alkalicité des différentes matiéres qu'on employe pour faire ces tartres solubles.

Nous ne croyons pas devoir omettre une autre différence que nous avons encore remarquée entre tous ces tartres solubles, elle regarde leurs différents degrés de solubilité, ou le plus ou moins de facilité qu'ils ont à se fondre. Ceux qui sont faits avec les cendres lessivées, les crayes & la chaux, se

fondent à la moindre humidité. Ceux où l'on a employé les écailles d'huître calcinées ou le ſel de tartre, s'humectent auſſi à l'air, & il n'y a que le ſel de Seignette, & la matiére gommeuſe de M. le Fevre qui ſupportent les humidités ſans ſe réſoudre en liqueur. L'on pourroit dire, pour rendre raiſon de cette obſervation, que le borax & le ſel de ſoude qui ſervent de baſe à ces deux derniers tartres ſolubles tombent plûtôt en pouſſiére, que de ſe réſoudre en liqueur, au lieu que les écailles d'huîtres s'humectent à l'air, & que le ſel de tartre ſe réſout totalement en liqueur.

Mais la craye, les cendres & la chaux ne s'humectent point à l'air, cependant les tartres qui ſont ſolubles par ces matiéres, ſont ceux qui s'humectent le plus aiſément. Cette remarque nous a fait prêter attention à ce qui pouvoit rendre les ſels ſi ſenſibles à l'humidité de l'air, & il nous a paru que cela dépendoit ordinairement de la trop grande doſe de quelqu'une des matiéres qui les compoſent; or ces matiéres ſont dans la plûpart des ſels, l'acide, la baſe alkaline & la matiére graſſe. Il reſte donc à rapporter quelques expériences qui prouvent que l'abondance de quelqu'une de ces matiéres rend les ſels très-ſenſibles à l'humidité de l'air, c'eſt ce qui ſe fera par les exemples ſuivants.

1.° Si l'acide eſt ſurabondant dans le ſel de Glauber, ou dans le tartre vitriolé, comme on le demandoit autrefois acidulé, ces ſels ſont toûjours humides.

2.° Si l'on ſurcharge un ſel de terre alkaline, il devient très-ſenſible à l'humidité de l'air, comme on le voit dans nos tartres ſolubles par la craye, les cendres, &c.

3.° Enfin, les ſels extrêmement gras, comme la terre foliée de tartre, ſe réſolvent très-aiſément en liqueur; lorſque le ſel marin eſt gris, tel qu'on le vend à la Gabelle, il s'humecte aiſément, ce qui n'arrive pas, quand on l'a filtré & criſtalliſé avec ſoin; le ſel de Seignette même qui réſiſte aux plus grandes humidités, quand il eſt bien fait, ſi l'on en précipite trop la criſtalliſation par l'évaporation, il ſe fond très-aiſément à l'air.

Quoique dans toutes les expériences que nous venons de rapporter il paroiſſe qu'il y a dans chacun de ces ſels une matiére qui domine ſur les autres, nous ne prétendons cependant pas décider abſolument que c'eſt elle qui rend ces ſels ſi ſenſibles à l'humidité. Mais il nous a paru que c'étoit une circonſtance qu'il étoit bon de remarquer en paſſant, ſans prétendre trop approfondir une queſtion, qui ſeroit d'une longue diſcuſſion, & qui eſt aſſés différente de celle que nous nous étions propoſé d'examiner dans ce Mémoire.

METHODE

METHODE GENERALE

Pour déterminer la nature des Courbes formées par la Section des Solides quelconques.

Par M. PITOT.

M. CASSINI ayant demandé aux Géometres quelle étoit la Courbe de la commune section de la surface de la Terre par un plan tiré dans quelle direction on voudra, en supposant la Terre un Sphéroïde elliptique ; quoique la question ne fût pas difficile à résoudre, j'ai crû que la simplicité & la généralité de la Méthode dont je me suis servi, méritoit d'être donnée. 3 Juin 1733.

Un Solide formé par la révolution d'une Courbe quelconque autour de son axe, ou de quelqu'autre ligne, étant donné, on trouvera, par cette Méthode, tout d'un coup, la Courbe de la commune Section de la surface de ce Solide, coupé par un plan, dans toutes sortes de directions.

Le solide *FEI*, formé par la révolution d'une courbe quelconque, étant coupé par un plan *AMBV*; pour déterminer la nature de la courbe *MAV* de la section du solide par ce plan, il faut supposer que le solide est coupé par le plan *MNVO* perpendiculaire à son axe de révolution *ED*, il est clair que cette section est toûjours un cercle. Ayant mené *AH* perpendiculaire à l'axe de révolution, & par le point *P* où l'axe *ACB* coupe le diametre *NO*, la perpendiculaire *PM*, cette perpendiculaire sera une ordonnée de la courbe *MAV*, & *AP* son abscisse correspondante. Soit nommé les données *CE*, c; *AH*, f; *AC*, g; *CH*, h; & les indéterminées *CP*, x; *PM*, y; *ED*, z; *DN*, u. Fig. 1. & 2.

Les triangles semblables *ACH*, *PCD*, donnent $AC, g . CH, h :: CP, x . CD . \frac{hx}{g}$. Donc $ED, z = \frac{hx}{g} - c$,

ou $c - \frac{hx}{g}$. On a auſſi $AC, g . AH, f :: CP, x . PD \frac{fx}{g}$ Donc $NP = u - \frac{fx}{g}$, & $PO = u + \frac{fx}{g}$, mais à cauſe du cercle $\overline{ND}^2 - \overline{PD}^2 = \overline{PM}^2$, ce qui donne $uu - \frac{ffxx}{gg} = yy$, ou $uu = yy + \frac{ffxx}{gg}$. Nous avons donc les expreſſions de z & u en x & y. Subſtituant ces valeurs dans l'équation de la courbe *FNEI*, on aura une équation dans laquelle il n'y aura que les variables x & y, & qui ſera par conſéquent l'équation de la courbe *MAV*.

Si, par exemple, l'équation de la courbe *FEI* eſt $z^3 = auu - zuu$, l'équation de la courbe *MAV* ſera (*Fig. 1.*) $\frac{\overline{hx - cg}^3}{ag - hx + cg} = ggyy + ffxx$, & (*Fig. 2.*) $\frac{\overline{cg - hx}^3}{ag - cg + hx} = ggyy + ffxx$.

Application de la Méthode.

La Terre étant un Sphéroïde allongé ou applati vers les poles, la commune ſection de ſa ſurface & d'un plan qui la coupe obliquement eſt une Ellipſe.

Que la Terre ſoit un Sphéroïde elliptique allongé ou raccourci vers les poles, il eſt certain que les Méridiens ſont toûjours des Ellipſes. Ainſi *EIFL* étant un Méridien, ſi la Terre eſt un Sphéroïde allongé, *E* & *F* ſeront les poles, & la ligne *EF* l'axe : ſi au contraire elle eſt un Sphéroïde applati, *L* & *l* ſeront les poles & *Ll* l'axe. Nous pouvons donc renfermer ici les deux cas en un ſeul. Fig. 3. & 4.

Si l'on ſuppoſe que le Sphéroïde elliptique *AEBL* eſt coupé par le plan *AMSVB*, pour démontrer que la commune ſection *AMBV* eſt une Ellipſe, & déterminer les axes & les foyers de cette Ellipſe, je coupe le Sphéroïde par un plan quelconque *NMO* perpendiculaire à ſon axe *EF*, il eſt évident que la ſection de ce plan & du Sphéroïde eſt un cercle. Je tire l'ordonnée *AH*, & du point d'interſection *P* des diametres *AB*, *NO*, la perpendiculaire *PM*.

Soit nommé les données EK, a; LK, b; EC, c; AH, f; AC, g; CH, h; & les indéterminées CP, x; PM, y; KD, z; DN, u; les triangles semblables ACH, PCD, donnent :

$$CA, g \,.\, CH, h :: CP, x \,.\, CD = \frac{hx}{g}.$$

$$AC, g \,.\, AH, f :: PC, x \,.\, PD = \frac{fx}{g}.$$

Donc $NP = u - \frac{fx}{g}$ & $PO = u + \frac{fx}{g}$; mais à cause du cercle $\overline{NB}^2 - \overline{PD}^2 = \overline{PM}^2$, ce qui donne $uu - \frac{ffxx}{gg} = yy$, & l'équation à l'Ellipse $EIFL$ est $aa - zz = \frac{aauu}{bb}$. Or $z = a - c + \frac{hx}{g}$, ou *(Fig. 2.)* $z = a + c - \frac{hx}{g}$, dont le quarré étant substitué dans $aa - zz = \frac{aauu}{bb}$ à la place de zz, on aura une équation de laquelle on tirera la valeur de uu. Substituant enfin la valeur de uu dans $uu - \frac{ffxx}{gg} = yy$, on aura l'équation de la courbe $AMBV$;

$$\frac{2abbcgg - bbccgg}{aaff + bbhh} + \frac{2bbcghx - 2abbghx}{aaff + bbbh} - xx = \frac{aaggyy}{aaff + bbhh},$$

& dans le second cas on aura

$$\frac{2abbghx + 2bbcghx - 2abbcgg - bbccgg}{aaff - bbhh} - xx = \frac{aaggyy}{aaff - bbhh}.$$

Il est clair que cette équation est à une Ellipse dont l'origine des indéterminées n'est point au centre.

Si le plan de la section passoit par le centre K de la Terre, le point C tomberoit en K; alors c étant égal à a, l'équation deviendroit $\frac{aabbgg}{aaff + bbhh} - xx = \frac{aaggyy}{aaff + bbhh}$ qui est encore une équation à l'Ellipse, mais dont l'origine des indéterminées est au centre, n'ayant point de second terme, ce que l'on voit d'ailleurs. Or si dans ce cas on veut trouver l'axe conjugué à l'axe AB, on fera, suivant la méthode ordinaire, cette proportion $aagg \,.\, aaff + bbhh :: \frac{aabbgg}{aaff + bbhh} \,.\, bb$;

ainsi b est le demi-axe conjugué, ce que l'on peut voir d'ailleurs, car il est bien évident que l'ordonnée au centre K doit être égale à $KL = b$.

Si la Terre étoit sphérique, $EIFL$ seroit un cercle, & mettant a à la place de b, & gg étant toûjours égale à $ff + hh$, l'équation précédente deviendroit $aa - xx = yy$, qui est l'équation de ce cercle.

Ayant reconnu que la commune section de la surface d'un Sphéroïde allongé ou raccourci par un plan quelconque est toûjours une Ellipse, je nomme l'axe AB d'une section particuliére $2p$, son axe conjugué TV, $2q$, & prenant l'origine des indéterminées au centre S de la section, SP sera x, & PM, y. L'équation de l'Ellipse $AMBV$ sera $pp - xx = \frac{ppyy}{qq}$.

Dans chaque section on connoîtra l'axe AB, $2p$; mais pour déterminer l'axe conjugué TV, & par conséquent les foyers de l'Ellipse, je remarque que l'ordonnée au point C est commune aux deux Ellipses $EIFL$, $AMBV$; or EC étant c, on aura par la premiére $\frac{b}{a}\sqrt{2ac - cc} = y$, & AC étant g, on aura par la seconde $\frac{q}{p}\sqrt{2pg - gg} = y$. Comparant ces deux valeurs de y, on aura $\frac{b}{a}\sqrt{2ac - cc} = \frac{q}{p}\sqrt{2pg - gg}$, d'où l'on tire $q = \frac{bp\sqrt{2ac - cc}}{a\sqrt{2pg - gg}}$; mais l'ordonnée CQ est égale à $\frac{b\sqrt{2ac - cc}}{a}$, & $\sqrt{2pg - gg}$ est moyenne proportion entre AC & CB, le demi-axe SV ou ST, q, est donc égal à la quatriéme proportionnelle à $\sqrt{AC \times CB}$, CQ & AS.

Propriétés remarquables sur les Sections des Solides formés par la révolution des Sections coniques autour de leurs axes.

Dans le solide paraboloïde, les sections paralleles à l'axe sont des paraboles semblables & égales à la parabole dont la révolution a formé le solide.

Dans l'Ellipsoïde ou Sphéroïde elliptique, les sections paralleles à l'axe sont des Ellipses semblables à celle dont la révolution a formé le solide.

Il a été démontré que toutes les sections de l'Ellipsoïde sont des Ellipses.

Dans l'hyperboloïde toutes les sections paralleles à l'axe sont des hyperboles semblables à celle dont la révolution a formé le solide.

Les sections de l'hyperboloïde paralleles aux asymptotes sont des paraboles.

Les sections qui coupent les deux asymptotes sont des Ellipses ; & les sections qui ne coupent qu'une asymptote sont des hyperboles.

Démonstration des Sections du Paraboloïde.

Si l'on coupe le paraboloïde formé par la révolution de la parabole NEO autour de son axe EC, par un plan, dans telle direction CAP, APC qu'on voudra, on trouvera tout d'un coup, par la méthode générale dont nous nous sommes servis, l'équation de la courbe de la section du solide par le plan ; car ayant nommé AC, g; AH, f; CH, h; HE, c; AP, x; PM, y; ED, z; DN, u; & $pz = uu$ étant l'équation de la NEO, on trouvera comme ci-dessus, par les triangles semblables, & la propriété du cercle, $z = c + \frac{hx}{g}$ & $uu = yy + \frac{\overline{fg \pm fx}^2}{g}$; substituant ces valeurs de z & uu dans $pz = uu$, on aura $pcgg + pghx = ggyy + ffgg \pm 2ffgx + ffxx$ pour l'équation générale de la section du paraboloïde, qui se réduit à Fig. 5.

$pghx \pm 2ffgx = ggyy + ffxx$, à cause de $pc = ff$; qui est une équation à l'Ellipse; mais lorsque le plan APC ou CAP est parallele à l'axe, alors g & h sont infinis & égaux, les termes $2ffgx$ & $ffxx$ sont nuls, & l'équation se réduit à $px = yy$.

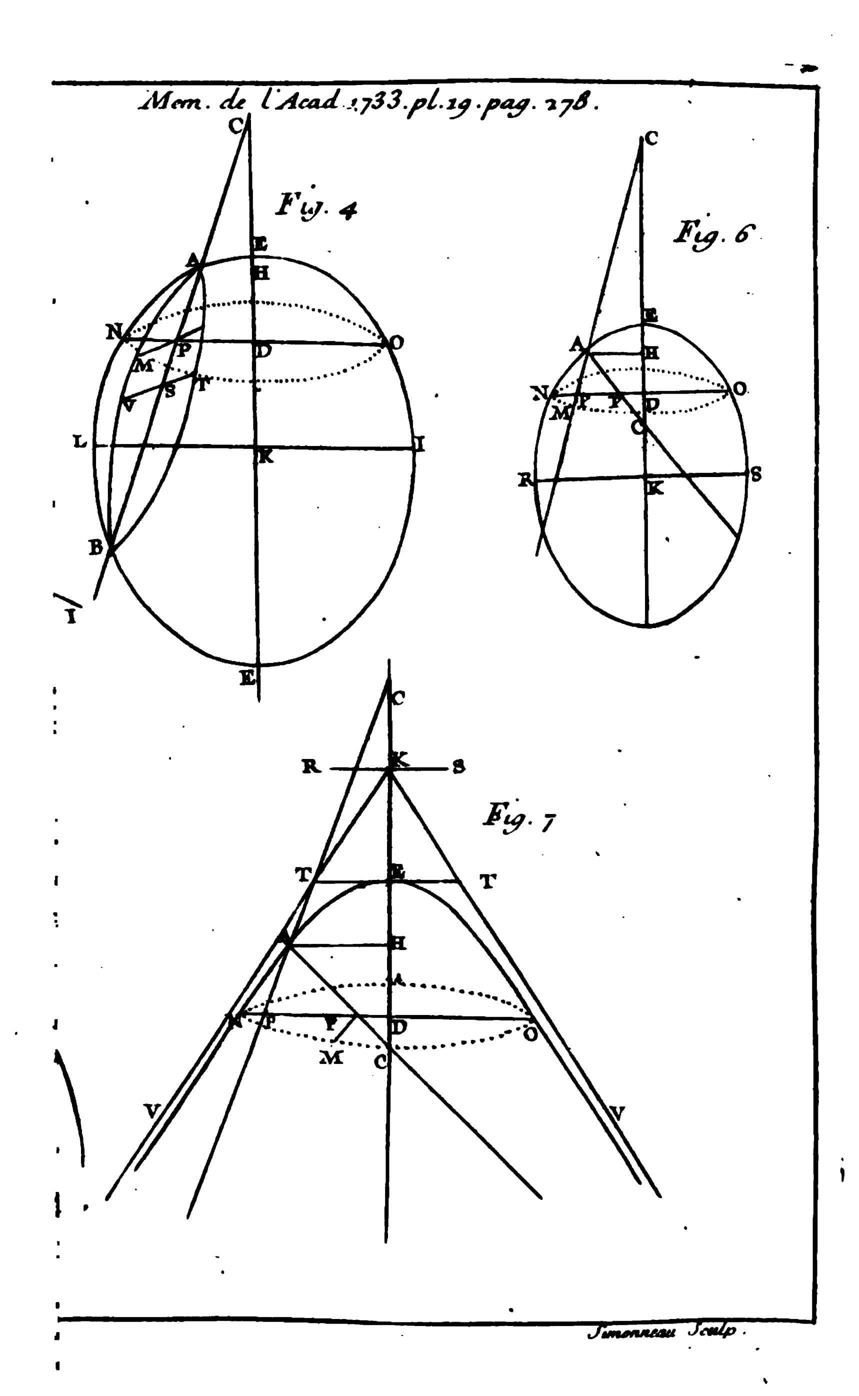
Démonstration pour l'Ellipsoïde.

Fig. 6. Ayant nommé $KE, a; KR, b; AC, g; AH, f; CH, h; KH, c; AP, x; PM, y; DN, u; KD, z;$ l'équation à l'Ellipse RES sera $aa - zz = \frac{aauu}{bb}$, & l'on tirera des triangles semblables, & de la propriété du cercle $z = c - \frac{hx}{g}$ & $uu = yy + \overline{\frac{fg \pm fx}{g}}^2$, substituant ces valeurs de z & uu dans $aa - zz = \frac{aauu}{bb}$, on aura l'équation générale, $aabbgg - bbccgg + 2bbcghx - bbhhxx = aaggyy + aaffgg \pm 2aaffgx + aaffxx$, qui se réduit à $2bbcghx - bbhhxx = aaggyy \pm 2aaffgx + aaffxx$, à cause de $aa - cc = \frac{aaff}{bb}$.

Si la section est parallele à l'axe de révolution EK, alors g & h sont infinis & égaux, & l'équation se réduit à $2cx - xx = \frac{aayy}{bb}$, d'où l'on voit que $\frac{a}{b}$ marque le rapport entre les axes conjugués de l'Ellipse de la section parallele, ainsi cette Ellipse est semblable à celle dont la révolution a formé le solide.

Démonstration pour l'Hyperboloïde.

Fig. 7. Ayant nommé $EK, a; KR, b; AC, g; AH, f; CH, h; AP, x; KH, c; PM, y; DN, u; KD, z;$ l'équation à l'hyperbole NEO sera $zz - aa = \frac{aauu}{bb}$, & l'on tirera, suivant la méthode $z = c + \frac{hx}{g}$ & $uu = yy$



Simonneau Sculp.

$+\frac{\overline{fg \pm fx}^2}{g}$; ſubſtituant les valeurs de z & de uu dans $zz - aa = \frac{aauu}{bb}$, on aura l'équation générale, $bbccgg + 2bbcghx + bbhhxx - aabbgg = aaggyy + aaffgg \pm 2aaffgx + aaffxx$, qui ſe réduit à $2bbcghx + bbhhxx = aaggyy \pm 2aaffgx + aaffxx$, à cauſe de $cc - aa = \frac{aaff}{bb}$.

Si la ſection eſt parallele à l'axe, alors g & h ſont infinis & égaux, & l'équation ſe réduit à $xx + 2cx = \frac{aayy}{bb}$, d'où l'on voit que $\frac{a}{b}$ marque le rapport entre les axes conjugués de l'hyperbole de la ſection parallele ; ainſi cette hyperbole eſt ſemblable à celle dont la révolution a formé le ſolide.

Si l'on prend ET égal à KR, & qu'on tire les aſymptotes KTV, on verra très-aiſément que toutes les fois que la ſection eſt parallele à une aſymptote, alors $aaff = bbhh$, ce qui réduit l'équation générale à $2\ bbchx = aagyy \pm 2aaffx$, qui eſt à la parabole; mais lorſque $aaff$ ſurpaſſe $bbhh$, la ſection eſt une Ellipſe, & lorſque $bbhh$ ſurpaſſe $aaff$, la ſection eſt une hyperbole : or, en comparant les triangles KET, & CAH, on voit aiſément que lorſque af ſurpaſſe bh, la ſection coupe les deux aſymptotes, & lorſque bh ſurpaſſe af, la ſection ne coupe qu'une aſymptote.



ETABLISSEMENT D'UN NOUVEAU GENRE DE PLANTE,

Que nous nommerons BICUCULLATA CANADENSIS, RADICE TUBEROSA SQUAMMATA.

Par M. MARCHANT.

18 Juillet 1733.

LA méthode de ranger les Plantes, aujourd'hui reconnuë pour la meilleure & la plus générale par la plûpart des Botanistes modernes, est la méthode qui enseigne à ranger les Plantes par la structure de leurs fleurs; parce que, outre la connoissance parfaite qu'elle nous donne de la nature des Plantes nouvelles, & ci-devant inconnuës, elle influë encore sur quantité d'autres Plantes, dont plusieurs Botanistes ont parlé, mais sur lesquelles ils nous ont laissé ou fait naître des doutes, faute d'avoir caractérisé leur genre, par une exacte déscription de la structure de leur fleur. La Fumeterre, par exemple, citée dans le Traité des Plantes de Cornuti, sous le nom de *Fumaria tuberosa insipida,* laquelle fait partie du sujet de ce Mémoire, est du nombre de ces Plantes que l'on prétendoit connoître; mais elle nous a toûjours laissé dans l'incertitude, jusqu'à ce que nous ayons eû un détail bien circonstancié du caractere de sa fleur, qu'apparemment M. Tournefort n'a pas pû examiner, n'ayant nullement fait mention de cette plante; mais de laquelle il auroit sans doute établi un genre, s'il en avoit vû la fleur. La suite des observations & des temps qui aménent toutes choses à un certain degré de connoissances, nous ayant été favorable cette année, j'ai saisi l'occasion d'examiner cette Plante, qui est venuë à sa perfection. La structure particuliére de la fleur de notre *Bicucullata,* la différence de son fruit, de sa racine, & de leur saveur, justifieront ce

ce que nous avançons, suivant la description que nous en avons faite d'après nature, ainsi qu'on le verra par la lecture de ce Mémoire, où j'espere faire connoître que notre Plante n'est point la *Fumaria* qu'on vient de nommer, comme on l'a crû jusqu'à présent ; mais au contraire, qu'elle mérite de constituer un nouveau genre de plante, principalement à cause de la structure particuliére de sa fleur. Nous dirons donc que notre *Bicucullata* fait une racine composée de plusieurs tubercules oblongs, comprimés & entassés les uns sur les autres, en maniére d'écailles vers le haut de sa racine, plus petits, plus ronds vers le bas, étant tous de figure & de grosseur assés différentes & irrégulieres, polis, luisants sur leur surface, colorés d'une teinte couleur de chair, durs & charnus. Ces tubercules ensemble composent un amas de racines environ de la grosseur du pouce, entremêlées par le bas de plusieurs autres petites racines fibreuses & cheveluës.

Toutes ces racines sont d'un goût fort amer, acre, & elles échauffent considérablement la bouche ; le reste de la Plante a un peu moins de saveur. D'entre cet amas de tubercules sortent au commencement du mois d'Avril, plusieurs feuilles en côtes, dont les queuës sont longues de cinq à six pouces, rougeâtres par le bas, tant en dehors qu'en dedans, charnuës & aqueuses, fort cassantes, rondes, grosses d'une ligne de diametre, ordinairement terminées en trois branches, qui forment une maniére de panache, dont chacune est garnie de cinq feuilles, d'une substance très-mince, délicate & legere, rangées deux à deux & opposées, la cinquiéme feuille terminant toûjours chaque branche, & ces feuilles n'ont point ou presque point de queuës. Leur couleur est verd-pâle en-dessus, plus blancheâtre, tirant sur le verd de mer en-dessous, profondement découpées en maniére de laniéres, plus ou moins dentelées à leur extrémité, & chaque découpûre est souvent inégalement terminée en pointe aiguë, ainsi que leurs angles rentrans. Incontinent après le développement, & l'épanouissement des feuilles, part d'entre les tubercules des racines, une tige qui s'éleve à la hauteur de six pouces ou environ, droite,

grosse d'une ligne de diametre par sa base, peu colorée, ou rougeâtre, lisse, luisante, ronde, un peu anguleuse, d'une substance charnuë & comme transparente.

Cette tige porte à son extrémité trois ou quatre fleurs, & rarement davantage, rangées alternativement, pendantes en bas, chacune soûtenuë d'un pédicule court & délié, garni dans le milieu de deux fort petites feuilles verd-blancheâtre *F, F,* terminées en pointe, lesquelles, à leur origine, embrassent le pédicule qui les soûtient.

La fleur de cette Plante est d'une figure singuliére *A,* elle est composée de deux feuilles ou pétales creux, formés en maniére de capuchons *B, B, B,* ou cornets, de couleur blanc de laict, dont la base est terminée en pointe obtuse. Ces cornets sont attachés au bas du pistile de la fleur, du côté de leur ouverture ou échancrure, & la partie inférieure de chaque cornet se releve en dehors, & forme une espece de cuilleron godronné, *C, C, C,* ondé par le bord, teint de couleur jaune-citron. Entre les bords de l'ouverture de chaque cornet sont situées deux petites parties *D, D,* en façon de feuilles, bizarrement repliées & chiffonnées, de couleur blanc-jaunâtre, lesquelles s'élevent au-dessus des cornets, & y embrassent le pistile dont elles couvrent entiérement l'extrémité. Au bas de ces feuilles on voit encore deux autres petites feuilles *E, E,* blanches, à peu-près en forme de cœur, posées à la bifurcation des cornets, lesquelles couvrent l'origine des feuilles pliées dont on vient de parler ; ces derniéres feuilles-ci paroissant en quelque maniére tenir lieu de calice à la fleur de cette Plante, dans le temps qu'elle est encore en embryon. Le centre de la fleur est occupé par un pistile *G* de couleur verte, renflé par le bas, de la figure d'un pilier de balustre, surmonté d'une tête jaunâtre. Il est environné de quatre étamines *H,* blanches très-fines, lesquelles portent des sommets de couleur jaune. Les parties de la fleur qu'on vient de décrire étant passées, le seul pistile reste, & peu à peu devient une capsule grisâtre *I,* membraneuse, transparente, rayée de fibres longitudinales, dans laquelle on trouve trois ou quatre graines *K,* inégalement rondes,

de couleur rousse, tirant sur le rougeâtre. Ces graines sont attachées dans la capsule les unes près des autres *L*, sur une membrane blanchâtre & charnuë comme sur un placenta; mais ces parties sont si petites qu'il n'est pas facile de les bien examiner sans le secours d'une Loupe. Cette Plante est très-délicate, & a un air de legereté qui fait appréhender de la toucher; aussi la cultive-t-on dans des vases, pour la mettre à l'abri, tant du grand froid, que des vents, & même de la chaleur du soleil, qui la fait promptement fanner. Elle est naturellement fort passagere, sortant de terre au commencement du mois d'Avril, & étant entiérement passée à la fin de Mai, & souvent plûtôt, particuliérement si les limaçons, qui en sont extrémement avides, y peuvent atteindre. Elle est vivace, & se multiplie d'elle-même par ses tubercules qui se jettent entre deux terres, sur-tout dans un terrain un peu frais. Cette Plante vient originairement du Canada. J'ai donné à cette Plante le nom de *Bicucullata*, comme qui diroit, Plante dont la fleur porte deux capuchons. Elle ne fleurit ici que très-rarement.

Ceux qui voudront se donner la peine de comparer la structure de la fleur de la *Fumaria*, représentée dans les Elements de Botanique, Planche 237, à la structure de la fleur de notre *Bicucullata*, que nous venons de décrire, reconnoîtront très-facilement la différence qu'il y a entre le caractere générique de ces deux genres de Plante. On remarquera en effet que dans les mêmes Elements de Botanique, il est dit que le caractere de la *Fumaria* est de porter des fleurs, qui ont quelque apparence de fleurs légumineuses, composées de deux feuilles, lesquelles forment une maniére de gueule à deux mâchoires; au lieu que la structure des fleurs de notre *Bicucullata* est de donner des fleurs composées de six feuilles, dont les deux principales & les plus visibles ont la figure de capuchons.

Car sans nous arrêter aux autres parties de la *Fumaria* de Cornuti, ainsi qu'il l'a décrite, comme à sa racine d'être semblable à celle du Satyrium, à ses feuilles découpées comme celles du Geniévre, & le tout sans saveur; on peut voir que

ces parties ne conviennent nullement ni à la racine, ni aux feuilles de notre Plante, dont les fleurs & les feuilles en sont non seulement différentes à l'extérieur, mais aussi dans toute leur structure, ainsi que nous venons de le faire voir, par la figure & par la description que nous en donnons : ce que je ne sçai point avoir été observé par aucun des Botanistes qui ont fait mention de la Plante de Cornuti; la plûpart desquels ont simplement copié cet auteur. D'où nous concluërons que notre Plante, bien loin d'être une espece de Fumeterre, doit, suivant la méthode de ranger les Plantes par la structure de leurs fleurs, constituer un nouveau genre de plante, ainsi que nous l'avons dit.





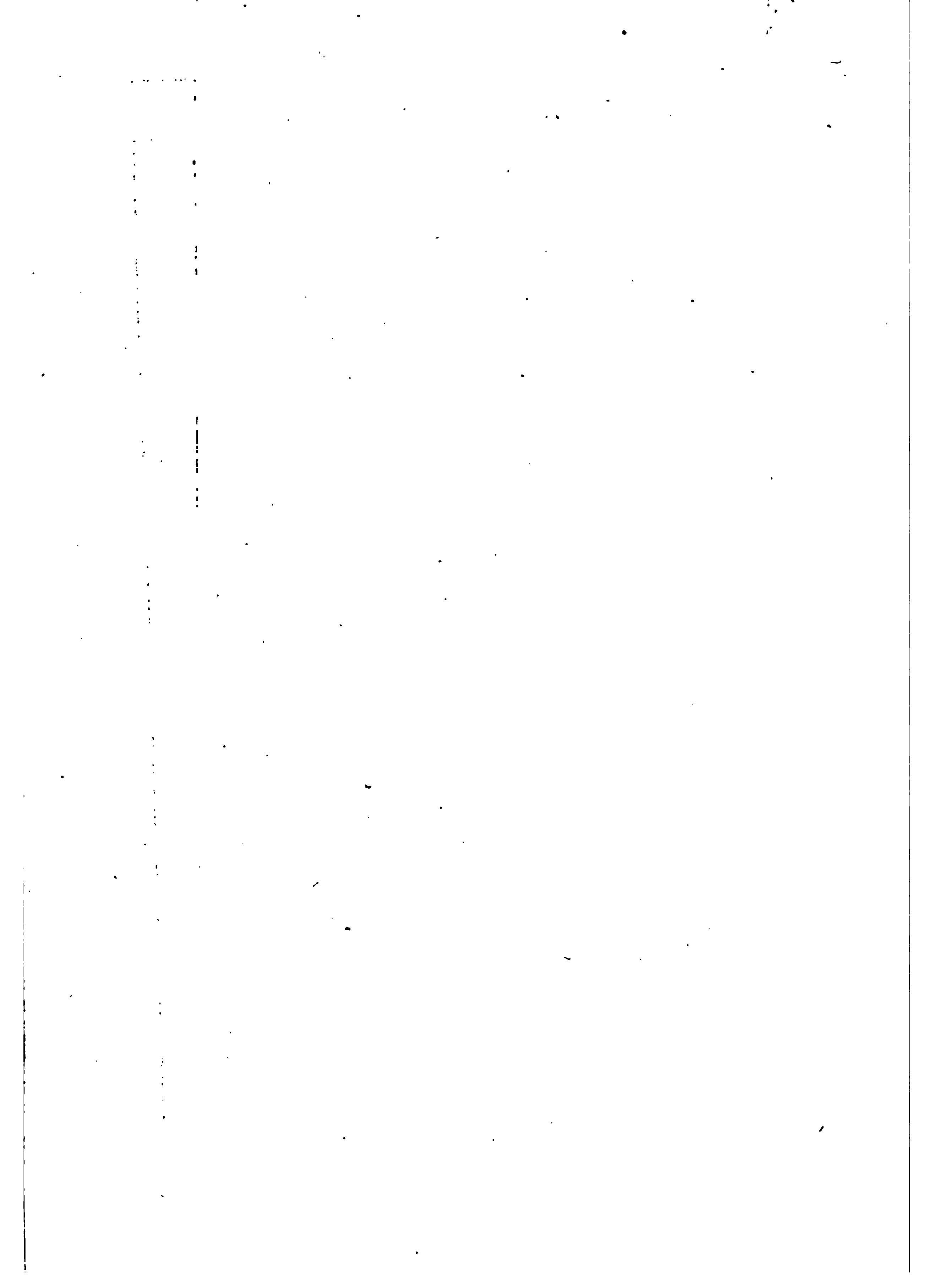
C

B

C

Bicucullata Canadensis
radice tuberosâ Squammatâ.

Simonneau del. et Sculp.



DES APPARENCES DU MOUVEMENT DES PLANETES DANS UN E'PICYCLE.

Par M. GODIN.

QUELQUE ſimple que ſoit l'hypotheſe des *Pythagoriciens*, ou de *Copernic*, ſur l'arrangement des parties de l'Univers, & quelque préférable qu'elle ſoit en Phyſique à celle de *Ptolémée*, on ne doit pas pour cela abandonner entiérement celle-ci dans l'Aſtronomie : lorſqu'on ne cherche qu'à connoître les apparences, & à en conſtruire des Tables, il importe peu quelle hypotheſe on choiſiſſe, pourvû que cette hypotheſe les ſauve toutes, & que les Tables les repréſentent; ainſi quoique le Syſteme de *Copernic* explique fort ſimplement les *Stations*, *Directions* & *Retrogradations* des Planetes, ou plûtôt que ces apparences ſuivent néceſſairement, & ne ſoient en effet qu'un Corollaire de cette diſpoſition des Corps céleſtes; cependant la maniére dont *Ptolémée* les a ſauvées, eſt toûjours & ingénieuſe & utile, & de plus recevable en Aſtronomie, dans le ſens que j'ai dit cy-deſſus. Il ſe trouve même dans l'Univers des mouvements de cette nature, les Satellites de Jupiter & de Saturne, par exemple, font à l'égard du Soleil & de la Terre, des apparences ſemblables à celles que font les Planetes à l'égard de la Terre dans le Syſteme de *Ptolémée*, qui les fait mouvoir ſur un Epicycle dont le centre parcourt la circonférence d'un Excentrique. La Lune & la Terre vûës du Soleil, ou de quelqu'autre point du Tourbillon Solaire, ſeroient encore dans ce cas : enfin, on peut y ramener certaines Cometes, & déterminer par-là fort aiſément leurs phénomenes. 22 Août 1733.

Tous les Aſtronomes depuis *Ptolémée* juſqu'à *Copernic*, ont attribué la cauſe des Stations & Retrogradations des

Planetes à leur mouvement ſur un Epicycle, ſuivant la ſuite des Signes, combiné avec celui de l'Epicycle ſur un déférent; ces mouvements & ces cercles étant entr'eux dans un certain rapport.

Apollonius, le premier que nous ſçachions qui ait traité cette matiére, a démontré qu'une Planete devoit paroître retrograde dans certains cas, lorſque le demi-diametre de ſon Epicycle avoit un plus grand rapport à la ligne droite tirée du centre du Monde au périgée de cet Epicycle, que le mouvement du centre de l'Epicycle ſur le déférent à celui de la Planete ſur l'Epicycle; & alors les points de Station de la Planete ſe trouveront en deux points de la circonférence de l'Epicycle où une ligne droite menée du centre du Monde, & prolongée en ſorte qu'elle coupe le cercle entier, formera dans l'Epicycle une corde, dont la moitié ſera à la partie extérieure, comme le mouvement du centre de l'Epicycle au mouvement de la Planete ſur ſon petit cercle.

Apollonius a démontré cela d'un déférent concentrique; & *Ptolémée* qui l'a ſuivi, l'a appliqué au déférent excentrique.

Sa démonſtration eſt géométrique, mais le principe duquel il part eſt fort éloigné, & quoiqu'il trouve que cela ſoit ainſi, il n'en donne point la véritable cauſe : il y a même un cas où ſa démonſtration n'a point de priſe, comme je le remarquerai tout à l'heure. Enfin, ſi l'un des deux mouvements eſt plus grand que l'autre, elle ne donne pas la meſure de l'excès. J'ai ſatisfait à tout cela, en employant pour démontrer les mêmes apparences, la Théorie des mouvements composés.

LEMME I.

Fig. 1. & 2. Les arcs de deux cercles quelconques *CD, EF* ſont entre eux en raiſon compoſée de leurs demi-diametres *AC, BE*, & des angles *CAD, EBF* qui ont ces arcs pour meſure.

Soit l'angle *CAD* à l'angle *EBF*, comme le rayon *BE* à un quatriéme terme *O*, je dis que l'arc *CD* eſt à l'arc *EF* comme $\overline{AC \times CAD} : \overline{BE \times EBF}$, ou puiſque *CAD*

$EBF = BE \cdot O$, comme $AC \times BE : BE \times O$, ou enfin, ce qui eſt la même choſe, comme AC eſt à O; car ayant fait l'angle EBG égal à l'angle CAD, CD eſt à EG comme AC à BE, mais l'arc EG eſt à l'arc EF :: $EBG = CAD \cdot EBF$. Donc $EG \cdot EFBE \cdot O$, ou $EF \cdot O$ :: $EG \cdot BE$, mais auſſi $CD \cdot AC$ :: $EG \cdot BE$. Donc $CD \cdot AC$ :: $EF \cdot O$, ou $CD \cdot EF$ :: $AC \cdot O$. Fig. 1. & 2.

On peut encore déduire la même choſe de ce que dans deux cercles quelconques, les angles ſont entre eux comme les arcs diviſés par les rayons reſpectivement.

LEMME II.

Si les deux cercles ſe meuvent uniformement autour de leur propre centre, & que les arcs *CD, EF,* ſoient révolus en un temps égal,

Je dis que les temps des révolutions entiéres ſont en raiſon inverſe des angles *CAD, EBF.*

Le temps périodique autour du point *A* eſt au temps *CD* comme quatre angles droits à l'angle *CAD*. Et le temps périodique autour du point *B* eſt au temps *EF* comme quatre droits à l'angle *EBF;* mais les temps *CD, EF,* ſont égaux. Donc les termes moyens de ces deux proportions ſont les mêmes, & par conſéquent le produit des deux extrêmes de la premiére eſt égal au produit des deux extrêmes de la ſeconde, ou, ce qui eſt la même choſe, le temps périodique autour du point *A* eſt au temps périodique autour du point *B* comme l'angle *EBF* eſt à l'angle *CAD.*

LEMME III.

Les arcs *CD, EF,* révolus en un temps égal, ſont entre eux en raiſon compoſée de la directe des rayons *AC, EB,* & de l'inverſe des temps périodiques.

Car *(Lemme 1.)* les arcs *CD, EF,* ſont entr'eux en raiſon compoſée des rayons *AC, BE,* & des angles *CAD, EBF,* & *(Lemme 2.)* les temps périodiques des révolutions entiéres ſont réciproquement comme ces angles. Donc ces arcs ſont en raiſon compoſée, &c.

LEMME IV.

Fig. 1. & 2. Les vîteſſes ſeront en raiſon compoſée des rayons & des temps périodiques réciproquement.

Car puiſque les temps ſont égaux, les vîteſſes ſeront comme les eſpaces parcourus, c'eſt-à-dire, comme les arcs *CD, EF,* mais ces arcs ſont dans le rapport énoncé; donc les vîteſſes ſont auſſi dans le même rapport.

On peut encore déduire ce Lemme de la Propoſition démontrée par Galilée, que les vîteſſes ſont en raiſon compoſée des eſpaces parcourus & des temps périodiques réciproquement pris.

REMARQUES OU SUPPOSITIONS.

I. La direction du mouvement circulaire en quelque point de la circonférence que ce ſoit, eſt toûjours une tangente à ce point.

II. Dans la compoſition des mouvements uniformes, ſi l'on a deux directions ſimples données de poſition, & le rapport des mouvements, on aura toûjours la direction compoſée & le rapport du mouvement compoſé à chacun des mouvements ſimples.

LEMME V.

Fig. 3. Si un mobile *A*, vû d'un point fort éloigné *B*, s'éloigne de la ligne *AB* par une direction oblique *AC*, la vîteſſe réelle eſt à la vîteſſe apparente comme le ſinus total eſt au ſinus de l'obliquité.

Ayant mené *BC* par un point quelconque de la direction *AC*, & tiré *CD, AE*, perpendiculaires à *AB*, je dis que la vîteſſe ſur *AC* eſt à la vîteſſe apparente comme *AC* eſt à *CD*.

Je ſuppoſe que deux mobiles partent en même temps, l'un du point *A* par *AC*, & l'autre du point *D* par *DC*, en ſorte qu'ils arrivent l'un & l'autre dans le même temps en *C* par un mouvement uniforme. Il eſt évident que ſi le point *B* eſt

tellement

tellement éloigné que les lignes *BA*, *BC*, soient censées paralleles, & que les droites *AC*, *DC*, ayent été prises fort petites, les deux mobiles vûs du point *B* paroîtront toûjours en conjonction l'un avec l'autre ; & puisque les temps sont les mêmes, les vîtesses seront comme les espaces, c'est-à-dire, comme *AC* à *DC*; donc elles seront aussi comme le sinus total au sinus de l'obliquité *DAC*.

LEMME VI.

Si une corde *GG* coupe le cercle, & que par un des points *G* on mene une tangente *GD* égale au rayon du cercle, que du point *D* on mene *DK* perpendiculaire à *GG* prolongée, enfin que la corde *GG* ait été divisée en deux également en *H*, je dis que la perpendiculaire *DK* est égale à la moitié de la corde *GH*. Fig. 4.

Les triangles rectangles *GDK*, *AGH*, sont semblables à cause de l'angle *GAH* égal à l'angle *DGK*; donc puisque *GD* est égal à *AG*, *DK* sera égale à *HG*.

PROPOSITION I.

Déterminer l'apparence du mouvement d'une Planete placée dans le périgée de son Epicycle.

A est le centre de l'Epicycle. Fig. 5.

B le centre du déférent, ou en général le lieu de l'œil.

C est le périgée de l'Epicycle.

L'Epicycle se meut autour du point *B* suivant la suite des Signes de droite à gauche, tandis que le point *C* se meut autour du point *A* contre l'ordre des Signes de gauche à droite.

Que le temps périodique de la révolution autour du point *A* soit au temps périodique de la révolution autour du point *B* comme *P* à *p*.

Premier Cas. Je dis que si *AC* est à *CB* comme *P* à *p*, la Planete sera stationnaire en *C*.

Car les mouvements du point *C* autour des deux points *A* & *B* sont directement contraires, mais puisque les vîtesses

Fig. 5. ſont en raiſon compoſée des demi-diametres AC, CB, & des temps pP réciproques, elles ſeront donc auſſi en raiſon compoſée de AC à CB, & de CB à AC, & par conſéquent elles ſeront égales ; donc étant contraires, la Planete ſera ſtationnaire.

C'eſt-là le cas auquel la Démonſtration d'*Apollonius* ne pourroit convenir : on démontreroit bien par ſon moyen que quelque petit arc que l'on prenne d'un côté ou d'autre du point C, le mouvement dans ce point pris ſeroit direct, mais on ne pourroit rien conclurre du point C.

Second Cas. Si le rapport de AC à CB eſt plus grand que de P à p, la Planete ſera rétrograde en C.

Soit CB à CO comme p à P; puiſque la vîteſſe du point C autour du point A eſt à ſa vîteſſe autour du point B en raiſon compoſée de AC à CB & de p à P, on aura la vîteſſe du mouvement vers la droite à la vîteſſe directement oppoſée vers la gauche comme AC à CO, mais par hypotheſe $\overline{AC.CB} >$ que $\overline{P.p}$, donc AC eſt plus grand que CO, & par conſéquent la vîteſſe autour du point A eſt plus grande que la vîteſſe directe autour du point B ; donc la Planete paroîtra rétrograde.

Troiſiéme Cas. Si le rapport de AC à CB eſt moindre que de P à p, la Planete ſera directe en C.

Car on prouvera que le mouvement vers la gauche ſurpaſſe le mouvement vers la droite, parce que CO ſera plus grande que AC.

PROPOSITION II.

Fig. 6. Si le rapport de AC à CB eſt plus grand que de P à p, la Planete paroîtra ſtationnaire dans deux points également éloignés de part & d'autre du point C.

Et puiſque $\overline{AC.CB} > \overline{P.p}$. Si l'on trouve un point G, tel que prolongeant BG en dedans du cercle, la demi-corde GH ſoit à BG comme P à p, je dis que la Planete ſera ſtationnaire en G.

Ayant mené *GD*, tangente au point *G*, égale au demi-diametre *AG*, elle sera la direction du mouvement du point *G* de l'Epicycle autour du point *A*. Soient menées *DK*, *EG*, *IG* perpendiculaires à *BG*, & égales entre elles & à *GH* (*Lem.* 6.). Fig. 6.

Il y a au point *G*, deux mouvements contraires, l'un autour du point *A*, suivant la direction *GD*, l'autre autour du point *B*, suivant la direction *GE*, & les lignes *AG*, *BG* sont les rayons des cercles qui seroient décrits par ces mouvements, c'est pourquoi la vîtesse du mobile *G* vers *D* est à sa vîtesse vers *E* en raison composée de *AG* à *BG*, & du temps périodique p au temps périodique *P* (*Lemme* 4.) c'est-à-dire par l'hypothese, comme *AG* à *GH*. Donc la vîtesse vers *D* est à la vîtesse vers *E*, comme *AG* est à *GH*; c'est-à-dire, comme *GD* est à *GE*; mais puisque l'oeil est en *B*, & que *GD* est oblique à *GB*, le mouvement oblique *GD* se réduira au mouvement droit *GI* égal à *DK* ou *GE*, qui lui est aussi égale; donc les mouvements apparents opposés seront égaux entr'eux, & par conséquent la Planete paroîtra stationnaire.

Remarque 1. Puisque *DK* & *GE* sont paralleles & égales, si l'on tire *KE*, la figure *GEDK* sera un parallelogramme, & puisque les mouvements simples, suivant les directions *GE*, *GD* sont comme les lignes mêmes *GE*, *GD*, il suit que la direction du mouvement composé se fera par la diagonale *KG*, qui, étant prolongée, passe par l'oeil *B*; d'où il suit encore que la station apparente se fera en *G*, puisque par les mouvements composés, la Planete paroîtra dans un même point; mais alors elle s'approchera aussi, ou s'éloignera avec une grande vîtesse de l'oeil *B*, d'autant que la direction composée des deux directions simples *GD*, *GE*, étant prolongée, passe par l'oeil. Fig. 7.

Remarque 2. En supposant ainsi l'Epicycle, ce mouvement composé fera que la Planete paroîtra décrire une espece d'Epicycloïde *a*, *b*, *c*, *d*, *a*, telle que Kepler, Lansberge, M. Cassini, & plusieurs autres Astronomes l'ont décrite; il n'y a que le premier cas de la premiére Proposition, dans lequel la ligne décrite par la Planete est la Cycloïde ordinaire. Fig. 8.

PROPOSITION III.

Fig. 9. En ſuppoſant les mêmes choſes que dans la Propoſition précédente, je dis que ſi l'on prend un point g quelconque entre G & C ſur l'Epicycle, la Planete paroîtra retrograde dans ce point.

Puiſque $gH . gB > P . p$. Si l'on fait $p . P :: gB . gO$, la demi-corde gH ſera plus grande que gO; mais ſi l'on tire, comme ci-devant, gD égale au rayon Ag, & la perpendiculaire gI égale à DK & à gH, & prenant gE égale à gO, on démontrera que la vîteſſe vers D eſt à la vîteſſe vers E, comme gD à gE; mais le mouvement oblique gD doit ſe réduire au mouvement droit gI égal à DK ou gH, donc gI eſt plus grande que gO, & par conſéquent que gE; donc la vîteſſe vers I ſera plus grande que la vîteſſe vers E, & achevant le parallelogramme $EgDP$, gP ſera la direction du mouvement composé qui ſe réduit à KP, ſuivant laquelle le mouvement paroîtra retrograde.

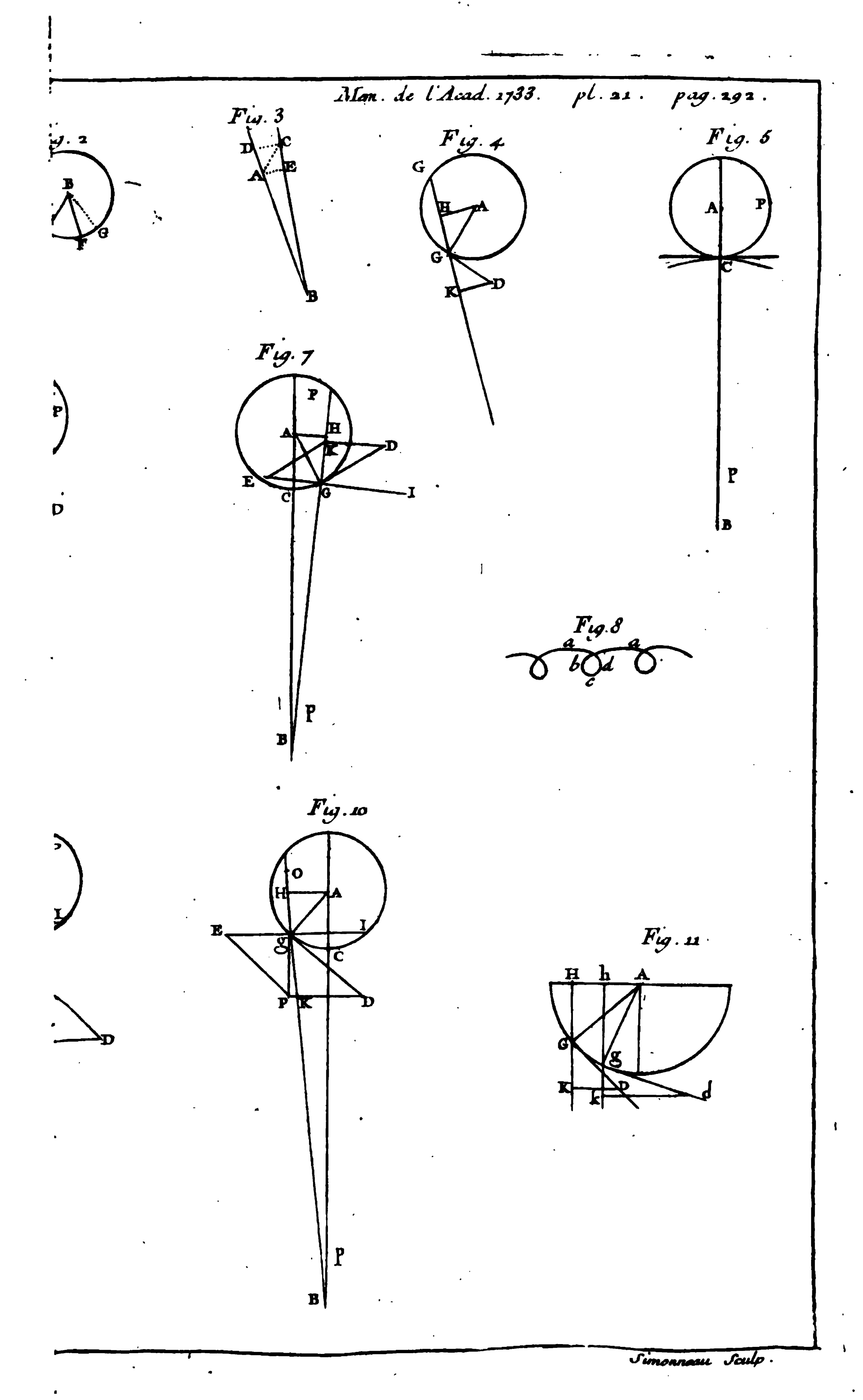
PROPOSITION IV.

Fig. 10. Les mêmes choſes étant encore poſées, je dis qu'en tout autre point au-delà des points G de ſtation, la Planete paroîtra directe.

Car gO, ou ſon égale gE ſera plus grande que gH, ou KD, ou gI; donc la vîteſſe vers E ſera plus grande que la vîteſſe vers I, & ayant fait le parallelogramme $EgDP$, la diagonale gP ſera la direction du mouvement composé des deux gE, gD; ce mouvement composé gP ſe réduira à KP qui eſt l'excès de gE ſur gI, donc le mouvement ſera direct, &c.

Remarque 1. Les diagonales gP qui ſont les directions du mouvement composé, ſont les tangentes de la Spirale à nœuds, dont j'ai parlé plus haut.

Remarque 2. La vîteſſe apparente du mouvement de la Planete autour du point A eſt priſe ici ſuivant la meſure de la demi-corde GH ou gH, ce qui ſuffit lorſqu'il ne s'agit



Simonneau Sculp.

que de la vîteſſe du mouvement autour du point *A* comparée à la viteſſe du mouvement autour du point *B* dans le même inſtant ; mais ſi l'on conſidéroit les vîteſſes apparentes du mouvement de la Planete autour du point *A* en divers points de l'Epicycle inégalement éloignés de l'œil *B*, le rapport des vîteſſes apparentes ſeroit compoſé du rapport direct des demi-cordes & de l'inverſe des diſtances à l'œil.

Remarque 3. Si l'œil eſt ſuppoſé à une diſtance infinie, mais dans le plan du cercle décrit autour du point *A*, alors les rayons viſibles ſeront tous paralleles entr'eux, & les différentes vîteſſes ſeront comme les ſinus perpendiculaires au diametre viſible, leſquels ſinus tiendroient lieu des demi cordes que nous avons conſidérées ci-deſſus; car on prouvera, comme ci-deſſus, que *DK* eſt égale à *GH*, & *dk* à *gh*, &c. & que le mouvement réel eſt au mouvement apparent comme *GD* à *DK*, ou comme *AG* à *GH*. Fig. 11.

DESCRIPTION

D'un Instrument qui peut servir à déterminer, sur la surface de la Terre, tous les points d'un Cercle parallele à l'Equateur.

Par M. DE LA CONDAMINE.

27 Juin 1733.

M. GODIN a prouvé dans son dernier Mémoire que quoique de l'aveu des plus habiles Astronomes, on ne puisse répondre communément d'une observation de latitude, qu'à 15 ou 20 secondes près; cependant par la méthode qu'il a expliquée on pouvoit, avec beaucoup plus de précision, s'assûrer de la différence en latitude de deux lieux situés à peu-près sous le même parallele, & par conséquent qu'on pouvoit trouver par observation une suite de points sous le même parallele, ou du moins qui ne s'en écarteroient pas sensiblement.

M. Godin a rempli son objet, & a démontré sa proposition; mais si pour tracer réellement un parallele à l'Equateur sur la surface de la Terre, on ne vouloit employer que ce seul moyen exclusivement à tout autre, ce seroit passer le but que M. Godin a paru se proposer. Quelle que soit la précision de sa méthode, elle paroît plus propre à vérifier un parallele déja tracé sur la surface de la Terre, qu'à en trouver tous les points sans aucun autre secours. Car comme rien n'indique dans cette méthode prise en elle-même & sans supplément, les points sur le terrein où les observations doivent être faites, ce ne seroit qu'après l'observation faite sur un point pris au hasard qu'on pourroit conclurre, non sans quelque difficulté, à quelle distance du point observé passe le parallele cherché, ce qui exigeroit un nombre prodigieux d'observations, qu'il faudroit, pour ainsi dire, réitérer à chaque pas. Et si au lieu de prendre le point au hasard, on le prenoit dans la perpendiculaire à la méridienne de chaque station, outre l'embarras & la difficulté

de tracer à chaque ſtation une nouvelle méridienne, toûjours eſt-il vrai, que ce n'eſt que par le calcul qu'on pourroit trouver de combien cette perpendiculaire s'écarte du parallele dans une certaine longueur qu'il faudroit encore meſurer ; ce qui augmente le temps & la difficulté de l'opération. On pourroit encore ajoûter, que pour calculer avec juſteſſe l'écart de la perpendiculaire dans une longueur donnée, il faudroit connoître exactement la figure de la Terre, & que c'eſt ſuppoſer ce qui eſt en queſtion, puiſque c'eſt pour parvenir à la découvrir qu'on ſe propoſe aujourd'hui de tracer un parallele. Il paroît donc qu'il ſeroit utile d'avoir quelque pratique commode qui pût ſervir à indiquer ſûrement, & de proche en proche, ſur la ſurface de la Terre, tous les points d'un cercle parallele. On pourroit alors ſe contenter de faire, par la méthode de M. Godin, les obſervations de latitude de diſtance en diſtance, plus ou moins fréquemment, ſelon qu'on le trouveroit néceſſaire, ou pour ſe redreſſer, ou pour s'aſſûrer par un nouveau moyen qu'on ne s'eſt pas écarté de la ligne cherchée; & la pratique que l'on va propoſer, ou quelqu'autre équivalente, ſerviroit à déterminer, non-ſeulement les points où l'on jugeroit à propos de faire les obſervations aſtronomiques, mais encore tous les points du parallele, compris dans l'intervalle d'une ſtation à l'autre. Enfin, par le ſecours mutuel des deux méthodes on parviendroit à tracer ſur la ſurface de la Terre un cercle parallele à l'Equateur, peut-être auſſi exactement qu'on peut tracer un Méridien.

Dans cette vûë je me ſuis propoſé pour objet la conſtruction d'un inſtrument, par le ſecours duquel on pût déterminer ſur la ſurface de la Terre tous les points d'un cercle parallele à l'Equateur. Cet inſtrument n'eſt autre choſe qu'un Quart-de-cercle, auquel j'ajoûte ſeulement une Lunette, ou plûtôt dans lequel je change la ſituation ordinaire de la Lunette, ou, ſi l'on veut, d'une Alidade, qui portera des pinnules, & qui tiendra lieu de Lunette.

Soit le Quart-de-cercle *OCB*, monté ſur ſon pied. Au lieu de la Lunette ordinairement couchée ſur le côté *OC*, j'en Fig. 1.

Fig. 1. ajuste une *GI*, perpendiculairement au rayon *OC*, qui soit tangente au Quart-de-cercle dans le point *O*, où je suppose que commence la division des degrés; je rends cette Lunette sur son centre au point *O*, dans le plan *AEFG*, perpendiculaire au rayon *OC*, en sorte qu'elle ne puisse s'écarter de ce plan dans ses différentes directions : Voilà l'instrument construit, en voici l'usage.

Le plan *AEFG* dans lequel la Lunette est mobile, n'est necessaire qu'autant qu'il peut servir à mieux retenir la Lunette perpendiculairement à *CO* dans toutes ses situations. Si on y peut parvenir sans le secours de ce plan, qui d'ailleurs a son incommodité, il est à propos de le supprimer dans la construction de l'instrument, mais je mets ce plan dans la figure pour aider l'imagination, & pour me faire mieux entendre.

Supposé que l'opération commence au point *A*, dont on connoît exactement la latitude par un grand nombre d'observations réïtérées, & où l'on a une méridienne tracée *AP*, je dispose le plan du Quart-de-cercle dans le plan du Méridien, je fais battre le cheveu sur la division qui répond à la hauteur du pole du lieu, alors il est clair que le côté *OC* du Quart-de-cercle est parallele à l'axe du Monde, & que le plan *AEFG* perpendiculaire à *OC*, & sur lequel la Lunette est mobile, est dans le plan du cercle parallele à l'Equateur qui passe par le lieu de l'observation. Donc, la section du plan *AEFG*, prolongé jusqu'à la surface de la Terre, y tracera ce même cercle parallele; donc la Lunette mobile sur le plan *AEFG* placée dans toutes les directions *FA*, *GI*, *HE*, où son axe prolongé rencontrera la Terre, donnera successivement sur le terrein depuis le point *A*, où commence l'opération, tous les points A^2, A^3, A^4, A^5, &c. à perte de vûë, par lesquels passe le parallele.

Dans la pratique il suffira d'observer, en commençant à opérer, deux points, l'un à la plus grande distance où la Lunette puisse rencontrer un objet sensible comme au point A^3; & l'autre à une distance moyenne comme A^2, entre ce point éloigné A^3, & le point *A* de l'observation actuelle. Alors on transportera

transſportera l'inſtrument au point mitoyen A^2, d'où l'on pourra voir les deux extrêmes, A & A^3, & quoiqu'il n'y ait point de méridienne tracée au point A^2, comme à la premiére ſtation en A, il ſera cependant aiſé de diſpoſer le plan $AEFG$ dans celui du cercle parallele, & l'on pourra y parvenir de deux maniéres. Fig. 1.

1.° Par le moyen des trois points A, A^2 & A^3, en cherchant la ſituation du plan $AEFG$, telle que la Lunette mobile rencontre, en tournant dans ce même plan, les trois points A, A^2, A^3, ce qui n'arrivera que lorſque le plan $AEFG$, & celui des trois points obſervés, ne feront qu'un ſeul & même plan.

2.° Par un ſeul alignement de la Lunette ou de l'Alidade qui joigne deux de ces trois points, en obſervant, pour avoir un troiſiéme point qui puiſſe fixer l'inclinaiſon du plan, de faire battre le filet ſur la même diviſion qu'à la premiére ſtation : de l'une ou de l'autre maniére, on ſera ſûr que le plan $AEFG$, eſt dans le plan du parallele, & que celui du Quart-de-cercle eſt dans le plan du Méridien.

L'inſtrument une fois fixé par l'une ou l'autre voye dans la ſeconde ſtation, en tournant la Lunette ſur ſon centre, comme en la premiére opération, on aura ſur le terrein autant de points qu'on voudra du parallele; paſſé la premiére ſtation où il a fallu obſerver deux points, il ſuffira d'en obſerver à chaque ſtation ſuivante ſeulement un nouveau.

Par exemple, à la ſeconde ſtation au point A^2, après avoir orienté l'inſtrument, comme nous venons de le dire, il ſuffit d'obſerver un nouveau point A^4, par de-là le point A^3, enſuite en ſe transſportant au point A^3, le point A^2 de la ſtation précédente, & le point A^4, dernier trouvé, ſerviront à trouver A^5, & ainſi de ſuite.

Tant que le terrein ſera uni, & à peu-près parallele à l'horiſon, la trace du parallele paroîtra une ligne droite ſans aucun angle ſenſible; mais ſur un terrein inégal & montagneux, l'obliquité du parallele, je veux dire l'angle qu'il fait avec l'horiſon, rendra la projection du parallele fort irréguliére

& fort anguleuse, ce qui n'empêchera pas d'en trouver tous les points avec la même facilité, par tout où l'instrument se pourra transporter.

Il est clair qu'il est à propos, autant qu'il sera possible, de prendre les points des stations dans les lieux les plus élevés, d'où l'on puisse découvrir les précédents, & les suivants. S'il se trouve quelques obstacles, on se rejettera à droite & à gauche, en formant des triangles comme l'on fait en traçant une méridienne, ou tout autre vertical, tel que celui que trace aujourd'hui M. Cassini; & s'il en est besoin, on employera pour les résoudre, les secours de la Trigonométrie sphérique, si dans le cas présent on jugeoit la Trigonométrie rectiligne insuffisante. On pourra lier ces triangles avec le parallele, quand on aura été obligé de s'en écarter, d'autant plus aisément qu'on aura pû mesurer à la toise dans les lieux où le terrein aura été favorable, de combien dans une distance donnée, le parallele s'écarte de la perpendiculaire au Méridien ou de la ligne tirée de l'Est à l'Ouest.

Si la latitude du lieu d'où l'on part n'étoit pas exactement connuë, il faudroit d'abord s'assûrer, à force de différentes tentatives, par la méthode de M. Godin, de trois points dans le même parallele, après quoi cherchant de station en station un nouveau point avec l'instrument proposé, on continuëroit l'opération sans quitter la même latitude, quoiqu'on n'en connût pas exactement le degré.

J'ai proposé de se servir d'un Quart-de-cercle dans l'opération précédente, mais on conçoit que cela n'est pas absolument néceſsaire, puisqu'il suffit que l'instrument quelconque dont on se servira puisse donner un angle constant, qui sera celui de la hauteur du pole, ou de son complément, sous le parallele qu'on se propose de tracer, sans qu'il soit jamais besoin d'aucun autre angle; ainsi en observant ce qui a été prescrit au surplus pour la Lunette mobile, il importe peu qu'on se serve d'un vrai Quart-de-cercle, d'un Sextant, d'un Arc du nombre de degrés requis d'une Machine parallactique, ou de tel autre instrument qui pourra servir au même usage.

On pourroit employer différentes pratiques pour vérifier l'instrument une fois construit, & sa plus importante vérification consiste à s'assûrer si le plan dans lequel la Lunette est mobile, est bien perpendiculaire au rayon *CO*, d'où l'on commence à compter les degrés de l'arc *OB*. M. Godin m'a fourni sur cela un moyen fort commode, c'est, l'instrument une fois placé, de suivre avec la Lunette mobile dans le plan du parallele, quelque Etoile fixe qui, par la révolution diurne, décrive exactement le parallele cherché, ou un cercle qui en differe si peu, que l'Etoile puisse être toûjours renfermée dans le champ de la Lunette; on verra aisément par ce moyen, si l'Etoile demeure toûjours au centre ou à la même distance du centre de la Lunette pendant tout le temps qu'elle est visible sur l'horison. La plus petite différence sera sensible, & indiquera le défaut de l'instrument, le tout cependant sauf l'erreur de la réfraction qu'il faudra évaluer. Fig. 1.

Cette même refraction qui, comme on sçait, est très-considérable près de l'horison, & qui n'est pas toûjours la même, peut causer un obstacle particulier à l'opération que nous venons de prescrire pour tracer un parallele; car les objets étant élevés par la refraction perpendiculairement à l'horison, c'est-à-dire, dans le plan du vertical, il s'ensuit que le point *S* de la surface de la Terre (qui par le moyen du rayon rompu *BS*, vient se peindre dans la Lunette dirigée sur le point *Q* dans le plan du parallele *CQD*) n'est pas réellement un point du parallele cherché *CD*, mais un point du vertical *CE*, & que ce point est beaucoup plus voisin de l'Observateur que le point *Q*, vers lequel la Lunette est réellement dirigée, & qui n'est pas apperçû dans la Lunette. Fig. 2.

Cette source d'erreur est ici d'autant plus à considérer, qu'elle n'est pas proportionnelle à la grandeur de l'angle *SBQ* de la réfraction: car quelque petit que soit cet angle, le changement de lieu de l'objet rapporté par l'Observateur de *S* en *Q*, fait sur le terrein une grande distance, à cause de la grande obliquité du rayon visuel *AQ*; & comme cette obliquité peut changer, tant par la diverse inclinaison de la

Fig. 2. Lunette que par la différente pente du terrein, non ſeulement l'erreur *SQ* en elle-même eſt très-conſidérable, mais elle peut devenir différente à chaque opération, même en ſuppoſant qu'il n'arrive point de changement à la refraction.

Pour remédier à cet inconvénient ſur le point *S* du terrein apperçû dans la Lunette, je fixe perpendiculairement à l'horiſon un jallon ou une perche *S R* de quelques pieds de hauteur. La quantité dont la refraction éleve l'objet à telle diſtance étant ſuppoſée connuë, on prendra ſur le jallon *S R* un point *O* élevé au deſſus de *S* d'une quantité *S O* égale à l'effet de la refraction, & on aura le point ſur lequel la Lunette eſt réellement dirigée, qui paroîtroit dans la Lunette ſi la refraction étoit nulle, & qui par conſéquent appartient au parallele.

Fig. 3. Le point *O* ſur le jallon étant déterminé, donnera le lieu de la ſeconde ſtation, & ainſi des autres. Comme ce point *O* eſt en l'air, ſi l'on veut de plus trouver ſur le terrein même le lieu du parallele, on prendra du pied *S* du jallon *SO*, dans le plan du Méridien vers le côté du pole, la ligne *PS* égale au ſinus de l'angle de l'élévation du pole du lieu, *OS* étant pris pour rayon, ou, pour éviter le calcul, on tendra au point *O* un cordeau auquel on fera faire avec le jallon *SO* l'angle *POS* égal à la hauteur du pole du lieu, & le point *P*, où ce cordeau tendu rencontrera la Terre, appartiendra au parallele.

Il eſt vrai qu'il reſte à déterminer la quantité de la refraction, mais cet inconvénient eſt commun à la plûpart des opérations aſtronomiques. Il y avoit ſeulement ici une difficulté de plus, qu'on vient de donner le moyen de réduire au cas ordinaire.

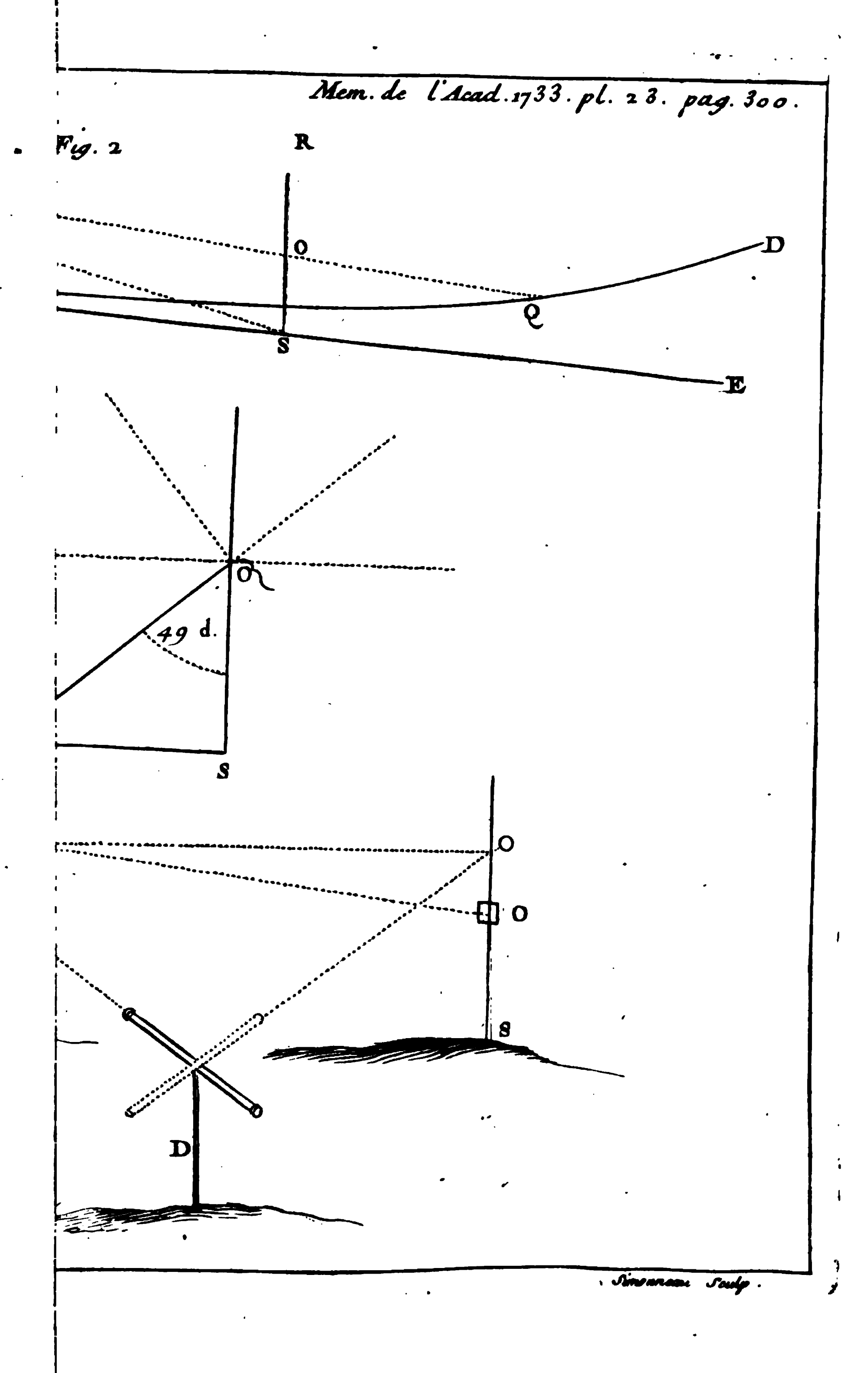
L'effet de la refraction étant rapporté ſur la ligne verticale, on pourroit, après pluſieurs expériences ſur la plus grande & la moindre refraction, déterminer à fort peu-près une refraction moyenne, eû égard aux circonſtances du climat & de la ſaiſon, & par ce moyen éviter les grandes erreurs ; c'eſt peut-être dans la pratique ce qu'il y auroit de mieux à faire pour ne pas trop multiplier les opérations.

Cependant ſi l'on exige une plus grande préciſion, voici,

A 3 A 4 A 5

Simonneau Sculp

Mem. de l'Acad. 1733. pl. 23. pag. 300.



Simonneau Sculp.

ce me semble, un moyen qui satisfait à tout. On placera un niveau en *D* à égale distance des deux stations *C* & *S*; & comme à égale distance & dans le même lieu, la refraction doit élever les objets également, on déterminera aisément avec le niveau sur le jallon *SO*, le point *O*, qui est de niveau avec la Lunette *AB*. L'intervalle *oO* qui est entre ce point de niveau *o* & le point *O* de la mire apperçû dans la Lunette, donnera avec toute la justesse possible la mesure actuelle & immédiate de l'effet présent de la refraction. Fig. 4.

LES LOIX ASTRONOMIQUES DES VISTESSES DES PLANETES DANS LEURS ORBES,

Expliquées méchaniquement dans le Systeme du Plein.

Par M. l'Abbé DE MOLIERES.

KEPLER a observé, 1.° que les distances moyennes des Planetes au Soleil étoient à peu-près entre elles comme les racines cubiques des quarrés des temps de leurs révolutions; 2.° que tirant une ligne du centre de la Planete au centre du Soleil, ce rayon décrivoit des aires à peu-près proportionnelles aux temps que la Planete employoit à décrire les arcs de son orbe qui bornoient ces aires. 24 Mars 1733.

Et l'on prétend que, si un Tourbillon étoit le principe des mouvements des Planetes, il y auroit une *incompatibilité nécessaire* entre ces deux loix : de telle sorte que si les Planetes en suivoient une, elles ne pourroient suivre l'autre, & que de quelque façon que l'on puisse tourner & retourner le Tourbillon, il sera toûjours impossible d'y trouver l'accord de ces mouvements.

Mais j'ose espérer au contraire de démontrer ici par tout le calcul de M. Newton, que, bien loin qu'il y ait dans le

Tourbillon une telle incompatibilité entre ces deux loix, l'une est une suite nécessaire & méchanique de l'autre.

PREMIER CAS.

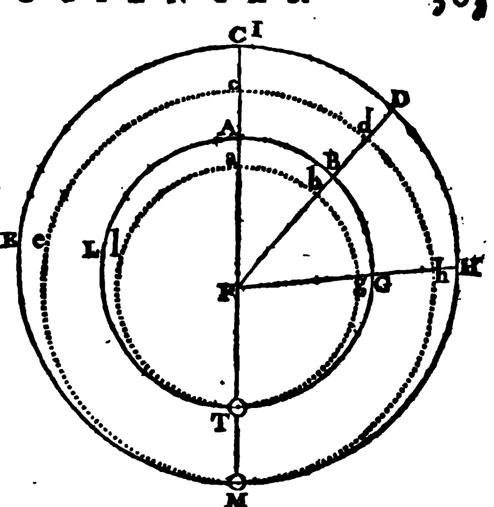
Dans un Mémoire imprimé en l'année 1728, parmi ceux de l'Académie, après avoir considéré les propriétés du Tourbillon cylindrique, par rapport aux forces centrifuges de ses points, & y avoir déterminé la même propriété que M. Newton y avoit déterminée par une autre voye (*Phil. nat. lib. 2. prop. 51.*) sçavoir; que les temps périodiques des points de ce Tourbillon, abstraction faite des frottements, devoient être comme leurs distances à l'axe, & que tous ces points devoient avoir une égale vîtesse en circulant dans les circonférences des cercles paralleles aux bases du cylindre; poursuivant la même hypothese, & ne faisant autre chose que d'inscrire dans le Tourbillon cylindrique une superficie sphérique, pour le transformer en un Tourbillon sphérique, j'ai démontré que, suivant les mêmes loix méchaniques qui m'avoient si bien conduit jusqu'à ce point, puisque je m'y étois trouvé d'accord avec M. Newton, la seule apposition de cette superficie sphérique, devoit produire dans tous les points du Tourbillon devenu par-là sphérique de cylindrique qu'il étoit, une telle disposition.

1.° Que ces points ne devoient plus, comme auparavant, être considérés comme tendant à s'éloigner de l'axe, mais du seul centre du Tourbillon.

2.° Que les forces avec lesquelles ces points tendoient à s'éloigner du centre du Tourbillon, étoient entre elles en raison inverse des quarrés de leurs distances à ce centre.

3.° Qu'enfin les quarrés des temps périodiques des points du Tourbillon sphérique, compris dans le plan de l'Equateur, étoient comme les cubes de ces mêmes distances.

Or, comme dans l'hypothese d'un Tourbillon sphérique, ces mêmes points doivent décrire des cercles concentriques *Mecdh*, *Tlabg*, dont le centre *F* du Globe est le centre commun, il s'ensuit que dans ce cas le même point *M* aura



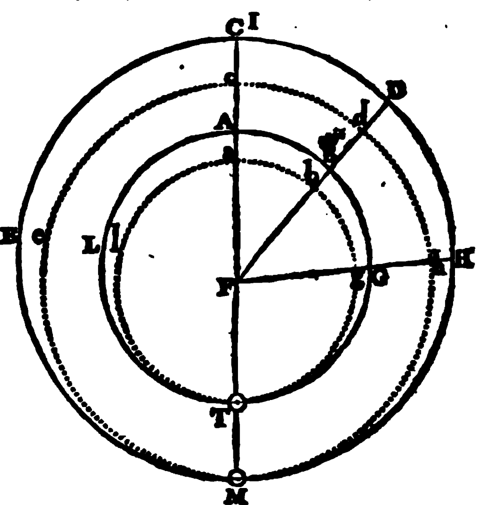
par-tout ſon orbe *Mecdh* une égale vîteſſe, que par conſéquent le rayon *cF*, tiré du point *M* parvenu en *c*, au centre *F*, décrira des aires *cFd*, *dFh* proportionnelles aux temps, ou, ce qui revient au même, le rayon *cF* décrira en temps égaux des aires égales.

On voit donc déja que dans le Tourbillon ſphérique il n'y a aucune incompatibilité; 1.° Que les quarrés des temps que les points *MT* ſont à parcourir leurs orbes *Mecd*, *Tlab* ſoient entre eux comme les cubes de leurs diſtances *MF*, *TF* ſelon la premiére Regle de Kepler; 2.° que le rayon *cF* ou *aF* décrive des aires *cFd*, *dFh*, ou *aFb*, *bFg*, proportionnelles aux temps qu'ils ſont à décrire les arcs *cd*, *dh*: *ab*, *bg*, ſelon la ſeconde Regle de Kepler.

Ainſi, comme dans le ſyſtême de Jupiter, les Satellites, ſelon M. Newton même (*P. 359. ed. 2.*) décrivent des circonférences de cercles concentriques à cet Aſtre compriſes dans le plan de ſon Equateur, & qu'elles ont durant tout leur cours une égale vîteſſe; ſi le ſyſtême de Jupiter eſt un Tourbillon également preſſé de toute part, & par conſéquent ſphérique, il n'y aura là aucune incompatibilité néceſſaire entre les deux loix de Kepler.

SECOND CAS.

Comme il eſt néceſſaire, afin qu'un Tourbillon ſoit ſphérique, qu'il ſoit également comprimé de toute part, & qu'il peut très-facilement arriver qu'il ſoit un peu moins comprimé d'un certain côté *C*, que de par-tout ailleurs, & que



c'est une néceſſité que dans ce cas les orbites *MECDH*, *TLABG*, que ſes points *M*, *T* décriront, deviennent elliptiques, de circulaires qu'ils étoient : ou que leurs points *C*, *A* ſoient plus éloignés du centre des forces *F*, que leurs points *T*, *M*; il s'agit de ſçavoir ſi, ſuppoſé que dans ce cas les mobiles *M*, *T*, qui ſeront entraînés dans les orbites elliptiques *MECDH*, *TLABG* s'y meuvent de telle ſorte que les quarrés de leurs temps périodiques ſoient entre eux comme les cubes de leurs diſtances moyennes *FH*, *FG*, il eſt poſſible, ou non, que les aires *FCDF*, *FDHF*, ou *FABF*, *FBGF*, que les rayons *FC*, *FA*, que chacun de ces mobiles décriront, ſoient proportionnelles aux temps qu'ils auront employés à parcourir les arcs *CD*, *DH*, ou *AB*, *BG*.

I. Pour réſoudre cette queſtion on remarquera, 1.° qu'il eſt clair qu'afin que le mobile *T* décrive des aires proportionnelles aux temps, il faut neceſſairement que ſes vîteſſes ſoient entre elles en raiſon inverſe de ſes diſtances. Qu'ainſi la vîteſſe du mobile *T* en *A* ſoit à ſa vîteſſe en *B* comme *FB* à *FA*, que la vîteſſe du mobile *M* en *C* ſoit à ſa vîteſſe en *D* comme *FD* à *FC*.

2.° Mais qu'afin que les quarrés des temps périodiques des mobiles *M*, *T*, ſoient entre eux comme les cubes des diſtances moyennes *FH*, *FG*, il n'eſt pas neceſſaire (comme ceux qui ſoûtiennent l'incompatibilité des deux loix dans le Tourbillon elliptique ſemblent le prétendre) qu'indifféremment (comme il arrive dans le Tourbillon ſphérique) toutes les

les vîtesses des mobiles *M, T,* soient entre elles en raison inverse des racines de leurs distances. Qu'il n'est pas nécessaire, par exemple, que la vîtesse du mobile *M* en *C,* soit à la vîtesse du mobile *T* en *B,* comme $\sqrt[2]{FB}$ à $\sqrt[2]{FC}$. Car il est évident,

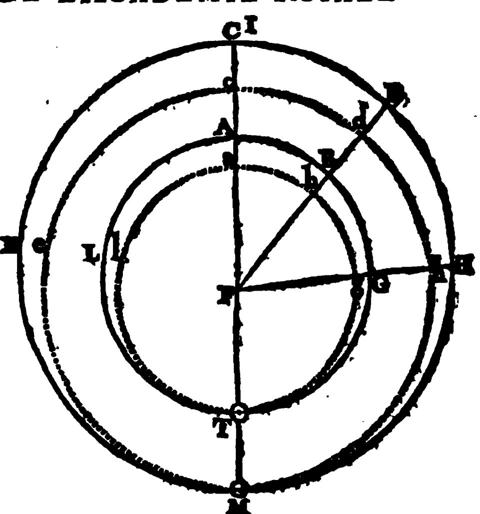
3.° Qu'il suffit pour que les temps périodiques des mobiles *MT,* soient dans le rapport marqué, que la somme des vîtesses du mobile *M* dans tout son orbe *MECDH,* soit à la somme des vîtesses du mobile *T,* dans tout son orbe *TLABG,* comme la racine de la distance moyenne *FG* du mobile *T,* est à la distance moyenne *FH* du mobile *M.*

4.° Et qu'il suffit pour cela que la vîtesse en *H* de *M,* soit à la vîtesse correspondante en *G* de *T;* que la vîtesse en *D* soit à la vîtesse en *B;* que la vîtesse en *C* soit à la vîtesse en *A,* &c. comme $\sqrt[2]{FG}$, à $\sqrt[2]{FH}$, ou $\sqrt[2]{FB}$ à $\sqrt[2]{FD}$, ou $\sqrt[2]{FA}$, à $\sqrt[2]{FC}$, &c. Et qu'il n'est nullement nécessaire que la vîtesse en *C* soit à la vîtesse en *B,* ou en *G,* ou en *T,* comme $\sqrt[2]{FB}$, ou $\sqrt[2]{FG}$, ou $\sqrt[2]{FT}$, est à $\sqrt[2]{FC}$.

5.° Qu'autrement il y auroit une impossibilité absoluë que ces deux loix pussent jamais s'accorder dans aucun systême; au lieu qu'on suppose leur accord possible dans celui de M. Newton. De sorte que s'il y a quelque impossibilité pour l'accord de ces deux loix dans le systême des Tourbillons, elle ne peut venir que du côté des causes physiques, & non d'une raison purement géométrique.

II. M. Newton a démontré dans le premier livre de ses principes; que si dans un espace non résistant, deux mobiles *T, M,* décrivent des circonférences elliptiques *TLABG, MECDH,* qui ayent un foyer commun *F,* & que ces mobiles tendent à s'approcher du point *F,* en vertu d'une force *centripete,* qui croisse & décroisse en raison inverse des quarrés de leurs distances;

1.° Ces mobiles en circulant acquerront à chaque point de leur orbe une force *centrifuge,* égale à la force *centripete*



en ce point, laquelle force centrifuge croîtra par conséquent, & décroîtra, de même que la force centripete supposée en raison inverse des quarrés des distances; & qu'en vertu de cette force centrifuge, & de la force centripete supposée, les mobiles *T, M,* continuëront à décrire leurs ellipses.

2.° Que les vîtesses des mobiles aux points correspondans *T, M: A, C: B, D: G, H:* &c. seront entre elles en raison inverse des racines de leurs distances *FT, FM : FA, FC: FB, FD: FG, FH:* &c. de ces mêmes points au foyer *F.* Et qu'en conséquence les distances moyennes *FG, FH* des deux mobiles *T, M* au foyer *F* seront entre elles comme les racines cubiques des quarrés des temps de leurs révolutions.

3.° Que les vîtesses de chacun des mobiles dans son orbe seront à chaque point *A, B,* ou *C, D* de cet orbe en raison inverse de ses distances *AF, BF,* ou *CF, DF,* au foyer *F.* Et qu'en conséquence, le rayon *FT,* ou *FM* de chacun des mobiles, décrira des aires *FAB, FBG,* ou *FCD, FDH,* proportionnelles aux temps qu'ils auront employés à les décrire.

D'où il suit, que si l'on vient à démontrer qu'il peut y avoir dans le Tourbillon une disposition purement méchanique, qui produise dans tous les points de son Equateur, les mêmes effets que la force centripete, supposée par M. Newton, peut produire dans les mobiles *T, M;* & que par conséquent l'on puisse substituer cette disposition du Tourbillon, à la place de la force centripete de M. Newton, sans

rien changer à sa démonstration pour tout le reste ; on aura trouvé dans le Tourbillon tout ce que M. Newton tire de sa force centripete, sans qu'il soit nécessaire d'admettre pour principe une telle force dans la nature.

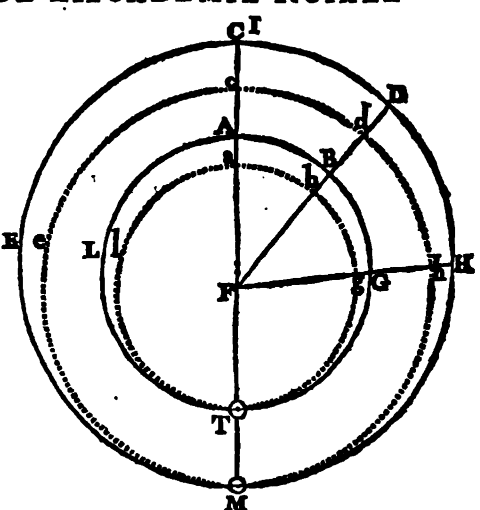
Préparation à la Démonstration.

C'est un principe reçû, que lorsque deux forces égales sont en équilibre, & qu'elles produisent un certain effet, on peut substituer à la place d'une de ces forces, un point d'appui inébranlable, sans que par cette substitution le même effet en reçoive aucune altération.

Au lieu donc de la force centripete de M. Newton qui lui a servi de principe, & d'où il a déduit la force centrifuge des mobiles *T, M,* qui croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances ; 1.° Posons d'abord pour un instant autour de l'orbe elliptique *TLABG*, que le mobile *T* décrit, une superficie elliptique inébranlable qui retienne son centre dans la même circonférence ; & autour de l'orbe elliptique *MECDH*, une autre superficie pareille ; & pensons que ces superficies n'ont ici d'autre usage que de servir comme d'une suite de points d'appui aux mobiles *T, M.* 2.° Supposons encore que les mobiles *T, M,* ayent par quelque cause que ce puisse être la force centrifuge qui croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances, que M. Newton leur a procurée par sa force centripete.

Et je dis, qu'en vertu de la résistance invincible des superficies supposées qui retiennent les mobiles dans les orbes elliptiques *TLABG, MECDH,* & de la force centrifuge, dont nous venons de parler, & que nous supposons que les mobiles ont par quelque cause que ce puisse être, comme ils l'avoient dans la démonstration de M. Newton par la force centripete, c'est une conséquence nécessaire ; 1.° Que les mobiles *T, M,* continuënt à décrire les mêmes circonférences elliptiques autour du foyer *F.* 2.° Que les distances moyennes *FG, FH,* des deux mobiles *T, M,* au foyer *F* soient entre elles comme les racines cubiques des quarrés des

temps de leurs révolutions. 3.° Que les rayons *FT*, *FM*, parcourent des aires proportionnelles aux temps; & le reste tout comme dans la démonstration de M. Newton.



Je ne dis pas ici que le mobile *T* doive avoir la force centrifuge dont je parle, en conséquence de la simple position de cette superficie elliptique. Au contraire, je prétends, comme on le verra bien-tôt, que ce mobile *T* ne peut avoir cette force centrifuge qui croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances, qu'en vertu de la circulation de tous les points d'un Tourbillon autour de son centre, tant de ceux qui sont compris dans le plan de son Equateur, que de ceux qui sont compris dans les plans de tous les cercles paralleles à l'Equateur. Mais je dis seulement, pour préparer l'esprit du Lecteur à la démonstration suivante, que, supposé que par quelque cause que ce puisse être, le mobile en se mouvant le long de cette superficie elliptique, tende à s'éloigner du foyer *F* avec une force centrifuge qui croisse & décroisse en raison inverse des quarrés de ses distances *AF*, *BF*, à ce foyer, & que la superficie elliptique ne soit ici uniquement considérée que comme une suite d'appuis inébranlables, il suit évidemment, la démonstration de M. Newton supposée, que le mobile *T* en vertu de la résistance invincible de cette superficie qui le retient dans l'orbe *TLABG*, & de la force centrifuge dont nous venons de parler; il suit, dis-je, que le mobile continuera à décrire la même circonférence elliptique autour du foyer *F*, & que son rayon *CF* parcourra des aires proportionnelles aux temps, tout comme dans la démonstration de M. Newton.

DÉMONSTRATION.

Au lieu des ſuperficies elliptiques précédentes, ſuppoſons maintenant que les mobiles *T, M* ayent reçû leurs vîteſſes en vertu du mouvement des points d'un Tourbillon dont *MECDH* eſt l'équateur, & que ce Tourbillon, au lieu d'être également comprimé de toute part, ce qui lui donneroit la forme ſphérique *Mecdh,* eſt un peu moins comprimé du côté du point *C* de ſon équateur, que de toute autre part.

1.° Il eſt déja clair qu'aucun des points compris dans cet Equateur ne décrira plus doreſnavant une circonférence de cercle, mais une ovale quelconque; & que cette compreſſion du côté de *C* pourra être telle, par rapport à la compreſſion du côté de *M,* que les points *T, M,* décriront des orbes elliptiques *TLABG, MECDH,* dont *F,* qui auroit été le centre des cercles *Tlabg, Mecdh,* que les mobiles *T, M* auroient décrits, ſi le Tourbillon étoit rond, deviendra le foyer commun des ellipſes *TLABG, MECDH.* Et voilà donc déja que par cette inégale compreſſion du Tourbillon, tous ſes points *T, M,* &c. ſont contraints de décrire des ellipſes *TLABG, MECDH,* &c. dont le point *F,* d'où ils tendent à s'éloigner, peut être le foyer commun.

2.° J'ai démontré dans le Mémoire de 1728, que les forces centrifuges de tous les points d'un Tourbillon ſphérique ſont entre elles en raiſon inverſe des quarrés de leurs diſtances au centre *F.* Et il eſt clair que dans un Tourbillon elliptique qui differera peu du ſphérique, il s'en faudra peu que ces forces ne ſoient dans le même rapport.

Mais comme il ne s'agit pas ici de diſcuter ſi ces points auront ou n'auront pas cette force qui croît & décroît en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, mais ſeulement ſi, ſuppoſé qu'ils l'ayent dans la préciſion la plus exacte, il eſt impoſſible qu'ils décrivent des aires proportionnelles aux temps; nous pouvons ſuppoſer d'abord ici que ces points ont une telle force pour voir ſi cette ſuppoſition nous conduira, comme on le prétend, à cette impoſſibilité.

Supposons donc que dans un Tourbillon un peu moins comprimé d'un côté *C* que du côté opposé *M*, les points *T, M*, de son Equateur puissent avoir à l'égard du point *F* cette force centrifuge qui croisse & décroisse en raison inverse des quarrés des distances *AF, BF*, ou *CF, DF*.

Et il s'ensuivra de même que dans la démonstration de M. Newton, qu'en vertu de cette compression inégale du Tourbillon qui contraint tous ses points *T, M*, &c. à décrire des ellipses *TLABG, MECDH*, &c. dont le centre *F* des forces est le foyer commun : Et de cette force centrifuge qui croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances, il s'ensuivra, dis-je,

1.° Que les points *T, M*, continuëront à décrire les ellipses *TLABG, MECDH*.

2.° Que les distances moyennes *FG, FH*, des mobiles *T, M*, au foyer *F*, seront entre elles comme les racines cubiques des quarrés des temps de leurs révolutions.

3.° Et que les rayons *FT, FM*, décriront des aires *FAB, FBG*, ou *FCD, FDH*, proportionnelles aux temps qu'ils employent à décrire les arcs *AB, BC*.

Car nous avons déja vû que la resistance que les Tourbillons environnants apportent à la force centrifuge des points de ce Tourbillon-ci, qui croît & décroît en raison inverse du quarré de la distance, doit produire en eux les mêmes effets, & être par conséquent substituée à la force centripete dont M. Newton a tiré les mêmes conclusions.

D'où il suit enfin que par tout le calcul de M. Newton transporté du systeme du Vuide dans le systeme du Plein: ou que par la substitution d'une certaine disposition purement méchanique du Tourbillon qui contraint tous ses points à décrire des ellipses, & qui leur procure une force centrifuge qui croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances au lieu & place de la force centripete supposée par M. Newton, qui ne peut produire que ces mêmes effets dans les mobiles, bien-loin qu'il y ait dans le Tourbillon aucune incompatibilité réelle entre les deux loix de Kepler, l'une est une suite nécessaire de l'autre.

Seulement il arrivera que si ce n'est qu'à peu-près que les points du Tourbillon ayent cette force qui croît & décroît en raison inverse du quarré de la distance, les aires que ces points décriront ne seront aussi qu'à peu-près proportionnelles aux temps; ce qui sera encore plus conforme aux observations astronomiques qui donnent ces *à peu-près*, & non ces précisions géométriques auxquelles on voudroit réduire le phénomene; de sorte qu'il n'arrivera de là rien autre chose, sinon que les forces méchaniques du Tourbillon nous fourniront avec plus de précision les loix astronomiques telles qu'elles sont en effet, que ne peuvent faire les forces purement métaphysiques de M. Newton, qui les donnent dans une trop grande précision géométrique.

REMARQUES.

Peut-être que ce qui a porté à croire qu'il y avoit de l'incompatibilité dans les loix astronomiques de Kepler considérées dans le Tourbillon, c'est qu'on a pensé que ces points ne pouvoient jamais décrire que des cercles concentriques compris dans un même plan, & que si un mobile emporté par les courants d'un Tourbillon décrivoit des ellipses, cela ne venoit pas de ce que ces courants étoient elliptiques & parfaitement semblables à l'orbite du mobile, mais parce que ces courants étant circulaires, le mobile, en vertu d'un certain balancement acquis originairement, passoit de l'un de ces courants dans l'autre, & les traversoit tous successivement en décrivant une ellipse.

Dans cette supposition j'avouë qu'il y auroit de la difficulté, & peut-être de l'impossibilité, à concilier les deux loix astronomiques dont nous parlons, parce qu'il ne paroît pas que ce balancement supposé gratuitement soit une cause suffisante pour contraindre le mobile à décrire une ellipse.

Mais toutes ces causes imaginées au besoin, & qui n'ont point une origine constante dans le méchanisme universel de la nature, sont de pures chimeres. Et M. Newton a très-grande raison de rejetter de pareilles hypotheses, qui non

ſeulement contiennent ſouvent plus de difficultés que l'on n'en a à expliquer, mais qui ordinairement vont ſe heurter de front contre les principes les plus clairs des méchaniques.

Le plus convenable eſt donc de dire que dans un Tourbillon, les Planetes ne ſuivent leurs cours, ſoit elliptiques, ſoit circulaires, que parce que les courants qui les entraînent ſuivent ces mêmes routes; & que ces courants ſuivent ces routes, ſoit circulaires, ſoit elliptiques, parce que le Tourbillon eſt ou également ou inégalement comprimé.

Or il eſt aiſé de voir que l'inégale compreſſion du Tourbillon ſolaire peut procéder du premier arrangement général de la matiére, principe de tout le méchaniſme de l'Univers.

Et ſi, dans le même Tourbillon ſolaire, les orbes des Planetes ne ſont pas dans un même Plan; cela ne vient que de ce que la ligne tirée du point de la plus grande compreſſion du Tourbillon à celui de la moindre, & qui paſſe par le centre des forces, n'eſt pas compriſe dans le plan de l'Equateur général du Tourbillon. Ce qui, ſelon les loix des Méchaniques, doit transformer l'axe du Tourbillon qui ſeroit une ligne droite, ſi le Tourbillon étoit rond, & le contourner en forme d'*éliſſe* ou de tire-bouchon; ce qui dérangera tant ſoit peu toutes ſes couches, & fera que les équateurs de ces couches, quoiqu'ils ayent un foyer commun, ne feront pas dans un même plan, & s'entrecouperont dans des points oppoſés. Mais on ne peut expliquer ces effets purement méchaniques en peu de mots, & il ſuffit ici d'en avoir fait entrevoir la poſſibilité.

RECHERCHE SUR LE PLOMB.

Par M. GROSSE.

PREMIÉRE PARTIE.

POUR peu qu'on ait de connoissance des métaux, on sçait, que le Plomb est presque toûjours allié avec quelque autre substance métallique. 1 Août 1733.

Il y a près de Goslar une Mine de Plomb, qui contient une assés grande quantité de *Zink*, qu'on en sépare d'une maniére particuliére pour le vendre à part; & on croit communément, que dans toute l'Europe il n'y a point d'autre Mine qui en contienne: aussi jusqu'à present n'avons nous pas de preuves bien certaines, qu'il y ait du Zink dans les plombs, qu'on achete ordinairement chés les Marchands; & à Goslar même les Ouvriers sont dans la persuasion, que leur plomb en est entiérement privé: cependant je rapporterai dans la seconde partie de ce Mémoire une Expérience, qui peut faire soupçonner, que ce minéral existe encore dans certains Plombs.

Il se trouve aussi des Mines de Plombs *Cuivreuses*, & le plomb qu'on en retire conserve toûjours quelque impression de *Cuivre*, ce qui à la vérité n'est pas aisé à appercevoir; mais *Kunckel dans ses Observations* l'a démontré en coupellant avec un pareil plomb de l'argent extrémement pur, & parfaitement exempt de Cuivre; car alors cet argent est sorti de la Coupelle altéré d'une touche, ou, comme dit Kunckel, de l'*esprit de Cuivre*, qui s'est fait connoître bien clairement par l'esprit d'Urine, qui s'en est teint en bleu: il a plusieurs fois répété cette expérience, qui ayant toûjours réussi, ne laisse aucun doute sur l'existence du Cuivre dans ces sortes de plombs, & Kunckel donne ce procédé comme un moyen sûr pour reconnoître cet alliage cuivreux dans le Plomb,

avant que de l'employer pour les Essais de Coupelle.

Il y a outre cela du Plomb, qui étant allié dans sa Mine avec de l'*Antimoine* reste après la fonte un *Plomb antimonié*, qui se fait bien connoître par son aigreur, & encore plus, parce que si on l'employe dans les Essais, il perce les Coupelles & coule à travers.

Les Essais de Coupelle démontrent encore dans le Plomb la présence de l'*Argent;* & de tous les plombs que j'ai essayés, il n'y a que celui de Villach en Hongrie, qui m'ait paru en être totalement exempt, ce qui fait, qu'on l'estime fort pour les Essais, parce qu'on n'a aucune soustraction à faire par rapport à l'augmentation, qui se seroit faite par l'argent, que le plomb auroit fourni au *grain* ou *bouton*, qui restent dans la Coupelle.

Les Essayeurs s'apperçoivent aussi, que le plomb est quelquefois allié d'*Etain*, car l'Etain s'hérisse avec le plomb, & ne lui permet pas de s'évaporer, ni de pénétrer dans la Coupelle ; ainsi ces deux métaux restent calcinés, & empêchent l'argent de se rassembler en bouton. Cependant je crois, que l'alliage de l'Etain n'est pas naturel aux plombs neufs, & n'arrive guéres qu'aux vieux plombs refondus, à l'occasion des soudures.

Quelques Auteurs ayant avancé, qu'il se trouvoit du Plomb, qui contenoit quelquefois de l'*Or*, j'ai examiné avec beaucoup d'attention tous les Plombs, que j'ai employés dans un grand nombre d'Essais, & je n'y en ai jamais pû appercevoir : on entend facilement, que je parle des plombs tout façonnés ou fabriqués, car s'il s'agit de mine de plomb, je sçais, qu'il y en a une à Schemnits en Hongrie, & c'est peut-être la seule de toute l'Europe, qui est assés riche en Or, & pareillement en Argent, avec cette circonstance remarquable, que l'Or, qu'elle contient, n'est point minéralisé ou mêlé de soufre, comme le sont l'argent & le plomb de la même mine : aussi y a-t-il quelque avantage à l'en retirer ; & on s'y prend de cette façon : on pile la mine, & on la réduit en poudre fine, en l'arrosant toûjours, pour n'en rien dissiper ; ensuite on la lave

à différentes repriſes dans des auges en la remuant ſouvent, & en ſecouant un peu l'auge; le plus léger de la mine monte dans l'eau, que l'on vuide à propos dans d'autres vaiſſeaux, comme une eſpece de *lavure;* & le plus peſant retombe au fond comme un *Sédiment,* lequel concentré de plus en plus devient jaune, & fait voir par cette couleur, que l'Or y domine ſur un reſte des deux autres métaux minéraliſés, qu'on n'a pas pû entiérement enlever par les lotions. Pour retirer l'or pur de ce Sédiment, il y a deux moyens; c'eſt de l'amalgamer, ou de le fondre dans un Creuſet.

Si l'on employe le Mercure, il ne peut ſe charger que de l'Or, & il s'en charge d'autant plus aiſément, que l'Or eſt ici en parcelles fines; mais il ne peut pas toucher ni à l'Argent ni au Plomb, parce que tous les deux ſont mêlés de ſoufre que le Mercure ne peut pas leur ôter; au lieu que tous les métaux, à l'exception de l'Or, peuvent revivifier le Mercure du Cinabre, en ſe chargeant du ſoufre commun, avec lequel le Vif-argent étoit auparavant uni.

D'un autre côté, ſi l'on fond dans un Creuſet le Sédiment d'Or; la mine d'argent & la mine de plomb, qu'on n'a pas pû en ſéparer entiérement, font enſemble une ſcorie bien fluide, & les parcelles d'or s'approchant & s'uniſſant tombent par leur propre poids au fond du Creuſet en un régule ou culot d'Or d'autant plus pur, que les deux autres métaux ne ſçauroient s'y mêler, étant arrêtés ou retenus par le ſoufre; car ce minéral, étant ſeul & ſans mêlange, s'unit facilement avec tous les métaux, mais jamais avec l'Or; & je ne ſçache qu'un ſeul moyen de le faire agir ſur l'Or; M. *Stahl* l'a indiqué dans ſon *Specimen Beccherianum;* c'eſt de faire avec le ſoufre & un ſel alkali fixe un *hepar,* lequel étant en fonte au feu, ſi l'on y jette de l'Or, le diviſe tellement, & le retient ſi fort, que, quand on réſout ce mêlange par de l'eau, l'Or paſſe avec la ſolution de l'hepar au travers du papier à filtrer.

Pour ce qui regarde *la mine de plomb lavée,* qu'on n'a pas pû priver totalement de l'Or, ſes plus fines parcelles s'élevant & s'échappant avec l'eau des lotions, on la fond, dans un

grand fourneau élevé, mêlée avec de la pierre à Chaux & de bonnes Scories, qui sont des matiéres, qui facilitent la fonte: la pierre se calcinant dans le grand feu absorbe le soufre des deux métaux, qui en tenoient, & le Plomb en étant délivré coule aisément par l'ouverture, qui est au bas du fourneau, & se charge en même temps de l'Or & de l'Argent, qui s'y noyent, pour ainsi dire : alors on jette le plomb en Saumons, qu'on porte ensuite sur une grande Coupelle, où l'on convertit la plus grande partie du plomb en litharge; & sur la fin de l'opération on vitrifie bien ce qui reste de ce plomb; lequel en cet état pénétre au-dedans de la Coupelle, & laisse en arriére un *gâteau* mêlé d'Or & d'Argent : on sépare enfin ces deux derniers métaux l'un d'avec l'autre par le *Départ* ordinaire.

Outre ces métaux, plusieurs Auteurs, tant Anciens que Modernes, ont soûtenu, que le Plomb contenoit du *Mercure*, ce qu'ils lui croyoient commun avec tous les autres métaux. Beccher même & Kunckel nous ont laissé des procédés, par lesquels ils en ont retiré, à la vérité une très-petite quantité, mais qui ne laisse pas d'être suffisante pour en démontrer l'existence.

Beccher dit dans sa *Physica subterranea*, p. 669. *de l'édition de Leipsick*, que le plomb en contient *beaucoup*, mais sans adjoûter, qu'il en ait retiré, & sans en indiquer le moyen.

C'est cette maniére de retirer le Mercure des métaux, que les Auteurs ont appellée *Mercurification*, comme si par leurs procédés ils eussent fait & produit un Mercure, qui n'existoit pas dans les substances métalliques qu'ils employoient, ce qui fait dans leurs ouvrages quelque confusion, & paroît tout-à-fait opposé à l'idée, qu'ils avoient des métaux, puisqu'ils regardoient le Mercure comme un Principe hypostatique, ou réellement existant & essentiel aux métaux. Cependant comme ils n'appercevoient pas toûjours bien clairement ce Mercure, ils le croyoient fixé, retenu ou embarrassé dans les métaux, selon Kunckel, par un *acide vitriolique*, & selon Beccher, par un *Soufre arsenical*.

Déterminés par cette Théorie, ces deux grands Chymistes, & en particulier Kunckel & d'autres après lui ont employé des matiéres alkalines pour retirer le Mercure du Plomb, se proposant de délivrer le Mercure des acides, qui le tenoient lié, en présentant à ces acides une matiére, qui leur fût plus convenable que le Mercure, de la même maniére que par un Sel alkali on revivifie le Mercure du Turbith minéral, qui dans cette occasion est lié & comme fixé par l'acide vitriolique.

Je n'entreprendrai point ici de décider, si le Mercure; qu'on retire des métaux, y est arrêté par quelque acide, ou s'il y existe en nature & simplement comme un alliage, ou même, si celui qu'on en obtient, tire en partie son existence des autres matiéres, qu'on employe pour l'en retirer, car j'attends, pour prendre mon parti sur cela, que les expériences, que je me propose de faire pour avoir du Mercure de quelques autres substances métalliques, m'ayent fourni les lumiéres; dont j'ai besoin; mais comme plusieurs Auteurs modernes, & en particulier Rolfinckius dans l'ouvrage qu'il a intitulé *Non-Entia Chymica*, ont nié, qu'on pût retirer du Mercure des métaux, & ont été même jusqu'à révoquer en doute les procédés de Kunckel & de Beccher, j'ai cru, qu'il seroit avantageux pour la Physique de rapporter le procédé, par lequel j'ai retiré du Mercure du Plomb, d'autant qu'il est simple & aisé à exécuter, & qu'il est tout-à-fait opposé à ceux de Kunckel & de Beccher, puisque bien loin de faire usage des alkalis, je n'ai employé que des acides, comme on en pourra juger par la comparaison des trois procédés, dont voici le détail.

Procédé de Kunckel, dans son Laborator. Chymic. p. 420. Prenés du Plomb vitrifié sans addition, ou de la litharge, ou « même du plomb calciné avec quelques Sels, de l'un ou de « l'autre deux onces, Sel de tartre une once & demie, Chaux « vive une once, chargés-en une cornuë & distillés par un bon « feu; après l'opération ramassés avec un peu de papier bleu « une *poussiére blanche*, qui est dans le Col de la Cornuë, & « vous appercevrés quelquefois de petits globules de Mercure « coulant; mais pour vous assûrer, que la poudre est mercurielle, «

» frottés-en une piéce d'or, & vous verrés, qu'elle la blanchira.
Il ajoûte, qu'on peut faire la même chose avec le Saturne corné, qui est le plomb dissous dans l'esprit de Nitre, & précipité par l'esprit de Sel.

Procédé de Beccher dans le 2.e Supplément de sa Physica subterranea, p. 792. edit. de Leipsick. Cet Auteur veut, « qu'on
» mêle du Sel de tartre & de la Crême de tartre ensemble,
» comme si l'on vouloit faire du Sel végétal, & que dans le
» temps de la fermentation, qui s'y excite, on jette dans la
» liqueur des Lamines de plomb, ou quelque autre métal, qui,
» selon lui, s'y dissoudront, le Sel arsenical sera divisé, le Mer-
» cure se séparera, & pourra être enlevé par la distillation, avec
» un esprit très-pénétrant & ignée, & ensuite précipité par
» quelques sels, ou même attiré par l'or. »

Je ferai mon possible d'examiner un jour ces Procédés, pour voir ce qui en est.

On peut adjoûter à ce que je viens de rapporter, que Wedel ci-devant Professeur à *Jena*, en Thuringe, dit, « qu'ayant mis
» pendant des années de l'encre dans un Cornet de Plomb, &
» venant enfin à le nettoyer, il y avoit trouvé du Mercure, ce
» qu'il regarde comme une Mercurification du plomb faite par
» le Vitriol, comme il l'a rapporté lui-même au long dans les
» Ephémérides d'Allemagne : » Mais M. Teichmeyer son successeur regarde la chose comme impossible, & soûtient dans sa Chymie, qu'on lui avoit versé du Mercure dans son Cornet.

Pour moi, j'ai pris du plomb en nature, que j'ai seulement choisi le plus doux qu'il m'a été possible; quelquefois même pour être plus sûr de sa ductilité, j'ai pris du plomb tiré en Lamines par les Vitriers, & d'autres fois j'ai simplement pris du plomb en Saumon, que j'ai fait battre & étendre pour donner plus de prise au dissolvant.

J'ai pris aussi de bon esprit de Nitre, que j'ai affoibli avec son poids d'eau, ce qui lui conserve assés de force pour agir sur le plomb : j'ai jetté à différentes reprises de petits copeaux de plomb dans cet esprit de nitre affoibli, que j'avois mis dans un petit matras, & j'ai remarqué, qu'à mesure que le

plomb se dissolvoit, il se précipitoit quelquefois une poussiére grisâtre, qui examinée sur l'Or, ou le Cuivre, est mercurielle, & même dans laquelle il y a assés souvent du Mercure coulant en petits globules. J'ai dit, que j'ai jetté peu-à-peu les Copeaux de plomb dans l'esprit de nitre affoibli; car si l'on verse l'esprit de nitre sur une quantité de ces Copeaux, ils se couvrent d'une *croûte saline*, dont je parlerai séparément dans la suite, & qui empêche, que la dissolution du plomb ne se fasse bien.

J'ai répété cette expérience de différentes maniéres, quelquefois en faisant, comme dans l'expérience précédente, la dissolution sur un Bain de Sable tempéré, & d'autres fois avec une chaleur assés vive pour faire bouillir le dissolvant, ce qui réussit bien. Voici comme je m'y suis pris.

J'ai mis dans un matras, par exemple, huit onces de bon esprit de nitre, affoibli par autant d'onces d'eau commune bien pure, dans lequel j'ai jetté à différentes reprises quatre onces de plomb réduit en Lamines, comme j'ai dit ci-dessus; & quelquefois j'y ai mis un peu plus de plomb.

J'ai fait remarquer, qu'il falloit de bon esprit de nitre, car si cet esprit étoit mêlé de l'acide du Sel marin, cela feroit une Eau régale, dans laquelle le plomb ne pourroit pas se soûtenir, mais il se précipiteroit en *Saturne corné* à mesure qu'il se dissoudroit; & si cet esprit de nitre étoit mêlé de l'acide vitriolique, il se feroit un autre précipité, qui produiroit une espece de Vitriol de plomb.

Dans le temps de la dissolution, le plomb se couvre d'abord d'une *poudre grise*, & ensuite d'une *croûte blanche*: c'est cette Croûte saline, dont j'ai déja parlé, qui empêche le plomb de se dissoudre, ainsi pour aider à la dissolution j'ai mis le matras sur un bain de sable assés chaud pour faire bouillir le dissolvant, & dans l'espace de deux à trois heures tout le plomb s'est dissous, & la liqueur est devenuë laiteuse: j'ai encore conservé quelque temps cette liqueur sur le feu, jusqu'à ce que j'aye apperçû, qu'il se formoit des Crystaux à la superficie de la liqueur; alors je l'ai décantée dans une cucurbite pour

l'examiner à part, & j'ai trouvé au fond du matras plus d'une demi-once d'une poudre grisâtre, qui, examinée ſur l'Or, étoit aſſés mercurielle pour le blanchir, & qui contenoit même de petits globules de Mercure coulant; cependant une grande partie de cette poudre étoit encore ou ſaline ou terreuſe, comme je le dirai dans la ſuite, en rapportant les expériences que j'ai faites pour reconnoître la nature de ce précipité.

Je ne crois pas, qu'il ſoit poſſible de trouver une maniére plus ſimple de démontrer, qu'on peut tirer du Mercure du plomb, puiſqu'il n'eſt queſtion pour cela que d'une ſimple diſſolution. Mais comment peut-on imaginer, que ſe doit faire ici la précipitation du Mercure? Car enfin l'on ſçait bien, que l'eſprit de nitre eſt auſſi-bien le diſſolvant du vif-argent que celui du plomb, & d'ailleurs, qu'il y a une grande *affinité* entre le vif-argent & le plomb, comme le prouve la facilité d'en faire l'amalgame, & la prétenduë fixation du Mercure par le plomb, même dans le temps que le plomb eſt figé, & ſeulement encore un peu chaud.

Voilà donc d'un côté le Mercure, qui s'unit très-volontiers avec le plomb; d'un autre côté l'eſprit de nitre eſt le diſſolvant du Mercure auſſi-bien que du plomb, comment donc en expliquer la précipitation?

J'avois d'abord penſé, que mon eſprit de nitre affoibli pouvoit bien agir ſur le plomb, qui eſt aſſés aiſé à diſſoudre, mais non pas ſur le vif-argent; & je crois, que cette raiſon peut bien entrer ici pour quelque choſe.

Mais pour mieux éclaircir ce fait, j'ai jetté des morceaux de plomb dans une diſſolution de Mercure faite par l'eſprit de nitre, & à meſure que le plomb s'eſt diſſous, le Mercure s'eſt précipité en poudre blanche, & en petits globules; ainſi il ne faut, pour précipiter le Mercure, que donner au diſſolvant autant de plomb qu'il en peut ſoûtenir, ce qui revient bien à la Table des Rapports de feu M. Geoffroy, qui a mis dans la Colomne de l'eſprit de nitre le Mercure au deſſous du Plomb.

SECONDE

SECONDE PARTIE.

JE viens de dire dans la premiére partie de ce Mémoire, que le Plomb étoit ordinairement allié avec quelque autre ſubſtance métalſique, comme le Cuivre, le Zink, l'Antimoine, l'Argent; & j'ai particuliérement indiqué un procédé abregé & ſimple pour retirer du Mercure de ce Métal; mais comme ce procédé m'a offert pluſieurs Phénoménes aſſés ſinguliers, je vais le reprendre dans cette ſeconde partie, pour en examiner toutes les circonſtances avec autant d'attention & d'exactitude, qu'il me ſera poſſible.

J'ai dit, que ſur un bon feu de ſable quatre onces de Plomb réduit en placques, ou en lamines s'étoient diſſoutes dans huit onces de bon eſprit de nitre, affoibli par un poids égal d'eau commune; j'ai encore fait obſerver, qu'en cet état la diſſolution étoit *laiteuſe*, & que malgré l'ébullition il s'étoit formé des Cryſtaux à la ſuperficie de la liqueur, pendant que d'un autre côté il s'étoit précipité au fond *une poudre griſe*, qui blanchiſſoit l'Or, & même qui contenoit des gouttelettes de Mercure coulant.

Pour avoir ſéparément cette poudre griſe, j'ai promptement décanté la diſſolution laiteuſe dans une Cucurbite, & en très-peu de temps il s'eſt encore précipité *une poudre fort blanche très-fine, mais peſante*, & la diſſolution, au lieu de blanche & laiteuſe qu'elle étoit, eſt devenuë limpide, & a pris une couleur *jaune*, éclatante, tout-à-fait ſemblable à une belle diſſolution d'Or faite par l'eau régale. Ce précipité m'a encore obligé de décanter la diſſolution : ainſi voilà trois choſes, qu'il faut examiner, ſçavoir 1. la *diſſolution couleur d'Or*. 2. le *précipité blanc*. 3. le *précipité gris ou Mercuriel*.

Examen de la Diſſolution couleur d'Or.

1. Cette liqueur fait d'abord ſentir ſur la langue une ſaveur douce, mais dans la ſuite elle la pique aſſés vivement, & y laiſſe une forte impreſſion d'âcreté, qui dure long-temps :

ainsi l'acide nitreux est assés embarrassé par la matiére grasse, qui abonde dans le Plomb, & par la substance métallique, pour ne faire d'abord qu'une impression de douceur sur la langue; peut-être la couleur jaune de cette dissolution vient-elle aussi de cette matiére grasse du plomb, car l'esprit de nitre que j'ai employé étoit assés clair.

2. L'huile de tartre par défaillance la précipite en blanc: cette précipitation n'a rien de singulier, & arrive pareillement à toutes les autres dissolutions métalliques; l'alkali du tartre étant plus puissant que les substances métalliques, il se joint à l'acide, pendant que le métal tombe au fond.

3. Le Sel marin ou l'esprit de Sel précipitent cette liqueur, comme quelques autres solutions métalliques, en flocons blancs; mais ce qu'il y a de singulier, c'est que ce précipité se dissout entiérement dans beaucoup d'eau chaude, ce que ne fait point le précipité blanc mercuriel, ni la Lune cornée.

4. Et ce qui est encore plus surprenant, c'est que ce Saturne corné, qui a un goût très-sucré, étant dissous dans l'eau, peut de nouveau être précipité en blanc par l'huile de Vitriol, & ce précipité étant édulcoré n'a plus aucune saveur, & ne change point de couleur sur le feu, comme le fait la Céruse, mais il y reste très-fixe; cela doit faire une exception à la Table des Rapports de feu M. Geoffroy, colomne 8, dans laquelle l'acide du sel marin est regardé comme capable de dominer tous les autres acides à l'égard des substances métalliques, & l'expérience suivante démontrera encore beaucoup de rapport entre l'acide vitriolique & le plomb.

5. Une forte dissolution de Tartre vitriolé précipite promptement en blanc notre solution couleur d'Or, & elle fait la même chose sur le sucre de Saturne ordinaire dissous dans l'eau, ce qui est fort singulier; car l'huile de tartre est le plus puissant des alkalis, comme l'acide vitriolique est le plus fort des acides, ce qui fait qu'on ne peut séparer ces deux substances, quand elles sont une fois unies ensemble; on a beau jetter de l'esprit de nitre ou de l'esprit de sel sur du Tartre vitriolé, & à plus forte raison du Vinaigre, qui est

le plus foible de tous, jamais on ne fera lâcher prise à l'acide vitriolique; de même qu'aucun alkali terreux, métallique, ou salin, ne se substituëra à la place du sel de tartre, qui fait la base du tartre vitriolé. Cependant dans l'expérience rapportée, il se fait un échange; l'acide vitriolique se joint au métal, & tombe avec lui au fond, pendant que le sel de tartre quitte l'acide vitriolique pour se joindre à l'acide nitreux, ce qui fait un Nitre régénéré. Il est vrai, que la même chose arrive, quand on mêle la dissolution de tartre vitriolé avec la solution d'argent faite par l'esprit de nitre; ou avec la solution de Mercure faite par le même acide, où il se fait un beau Turbith minéral; & enfin, comme l'a dit M. Boulduc dans son Mémoire sur les Eaux de Bourbon, avec l'huile de Chaux, où il se fait une concrétion Sélénitique: mais tous ces exemples ne rendent pas le fait plus aisé à expliquer.

Il ne faut pas omettre, que cette même solution couleur d'Or se laisse aussi précipiter par l'Alun & par le Vitriol ordinaire.

6. Elle blanchit l'eau commune, comme le fait aussi le sucre de Saturne ordinaire, parce que l'eau affoiblissant les acides, le métal tombe en forme de Magistére, ce qui rend l'eau laiteuse pour quelque temps.

7. Enfin, j'ai évaporé lentement cette liqueur, & par ce moyen j'en ai retiré de beaux Crystaux gros comme des grains de chenevis; 1. figurés en Pyramide réguliére, dont la base étoit quarrée. 2. Ces Crystaux étoient jaunâtres, ou comme saffranés, & extrémement doux sur la langue, ce qui me les fait regarder comme un sucre de Saturne fait par l'acide nitreux, car ces Crystaux fusent sur les charbons ardents; bien plus, comme ils sont chargés de la matiére grasse du plomb, ils fusent par eux-mêmes dans un Creuset, sans qu'il soit besoin d'y rien ajoûter d'inflammable, & il paroît sur les bords du Creuset une flamme verdâtre. On a pareillement un Nitre fulminant par lui-même, quand on verse de l'huile de tartre par défaillance sur de l'esprit de nitre dulcifié, car le salpêtre, qui se forme par ce mêlange étant chargé de l'huile de l'esprit

de Vin, fuſe également de lui-même dans le Creuſet. Ainſi notre ſel eſt un ſucre de Saturne nitreux, ou un ſalpêtre particulier; dans lequel l'eſprit de nitre ſe trouve uni avec le Principe inflammable du plomb. Kunckel, dans ſon *Ars Vitraria*, dit avoir retiré un ſemblable ſel, en diſtillant de l'eſprit de nitre dans un Alembic de Verre, dont le Chapiteau étoit garni de lames de plomb, & il remarque, que voulant diſtiller de nouveau ce ſel, comme l'on fait du ſucre de Saturne, le Vaiſſeau avoit crevé avec beaucoup de bruit, & au grand danger des aſſiſtants. 3. Ces Cryſtaux ſont très-difficiles à fondre dans l'eau, & ils la blanchiſſent à meſure qu'ils s'y diſſolvent, ce qui me paroît venir de ce que les acides ne ſont pas unis bien intimement avec ce métal, puiſque, quand on affoiblit ces acides en y joignant de l'eau, une partie du métal tombe au fond en maniére de Magiſtere ou de Céruſe, car c'eſt le Magiſtere, qui blanchit la ſolution de nos Cryſtaux; le ſucre ordinaire de Saturne blanchit, comme l'on ſçait, pareillement l'eau, dans laquelle on le diſſout. 4. Enfin nos Cryſtaux après avoir fuſé dans le Creuſet ſe vitrifient comme la Céruſe, & donnent auſſi comme elle un petit régule.

Sur le Précipité gris ou Poudre Mercurielle.

1. J'ai déja dit, que l'on appercevoit bien ſenſiblement dans ce précipité des gouttelettes de Mercure coulant, mais ce Mercure n'y eſt qu'en petite quantité, & ſeulement autant qu'il en faut pour démontrer inconteſtablement ſon exiſtence.

2. J'ai auſſi fait remarquer, que le reſte blanchiſſoit le Cuivre & l'Or, ce qui annonce encore la préſence du Mercure. Il eſt cependant certain, que ce précipité n'eſt pas entiérement mercuriel, & en l'examinant attentivement j'y ai apperçû, 1. des Cryſtaux, comme ceux dont je viens de parler, qui étant très-difficiles à diſſoudre n'avoient pû ſe ſoûtenir dans la diſſolution de couleur d'Or, & s'étoient précipités au fond. 2. On y reconnoiſſoit encore une poudre blanche ou une portion de ce Magiſtere, que j'ai dit s'être précipité au fond de la diſſolution couleur d'Or, & qui la rendoit laiteuſe avant

cette précipitation. 3. On y appercevoit une poudre grise que je regardois comme la seule partie mercurielle. 4. Enfin il y avoit quelques morceaux de plomb, qui étoient restés en leur entier, parce que j'avois été obligé de donner à la liqueur autant de plomb qu'elle en pouvoit dissoudre pour faciliter la précipitation du Mercure.

3. Pour séparer ces différentes substances, & avoir, s'il se pouvoit, la portion mercurielle toute seule, j'ai versé de l'eau bouillante sur ce précipité, que je tenois toûjours sur un sable chaud, dans l'intention de dissoudre les Crystaux, que j'y avois apperçus; &, soit à cause de la dissolution de ces Crystaux, soit à l'occasion d'une portion du Magistere, qui étant très-fin pouvoit se soûtenir dans l'eau bouillante, toute la liqueur est devenuë laiteuse : je l'ai tenuë en cet état toûjours sur le sable chaud pendant 24 heures, & au bout de ce temps il s'étoit formé à la surface de la liqueur une croûte blanche & grasse, & tant aux parois qu'à la partie supérieure du vaisseau, il s'étoit sublimé une *poudre grisâtre* fort legére, en apparence fort grasse, & qui frottée sur l'Or, le blanchissoit, ce qui fait une sublimation mercurielle d'une nature assés singuliére ; enfin cette édulcoration étant fort chaude, j'ai promptement décanté la liqueur laiteuse dans une grande Cucurbite.

4. J'ai passé pareillement 25 à 30 fois de l'eau bouillante sur ce même précipité, l'eau devenant toûjours blanche, & à toutes les fois il se formoit à la superficie une peau grasse presque comme la premiére fois, c'est pourquoi j'ai versé toutes ces édulcorations dans la même Cucurbite pour les examiner ensemble.

5. Le précipité paroissant toûjours considérablement chargé de poudre blanche, fatigué de répéter si souvent ces édulcorations, je voulus l'essayer de nouveau sur l'Or, pour voir, s'il étoit plus mercuriel qu'avant les édulcorations, mais il n'y faisoit plus la moindre impression, & je fus très-surpris de n'y plus appercevoir aucune apparence de Mercure ; j'étois pourtant bien sûr, que ce précipité blanchissoit l'Or avant les

édulcorations, & une portion que j'en avois conservée le blanchissoit encore très-promptement. Cependant mon précipité ne contenant plus de Mercure, où devois-je espérer de le trouver ? je ne pouvois m'imaginer, qu'il eût pû passer avec la poudre blanche dans l'édulcoration, le Mercure étant une substance métallique trop pésante ; & en effet, je n'en appercevois pas les moindres vestiges dans le précipité blanc ; il est bien vray, comme je l'ai fait remarquer, que dans les premiéres édulcorations il s'étoit sublimé une petite portion de Mercure, mais elle ne me paroissoit pas suffisante pour avoir consommé tout le mercure du précipité ; Enfin ne sçachant presque plus où chercher mon mercure, je m'avisai d'examiner les petits morceaux de plomb, qui étoient restés au fond de la dissolution, & je fus très-surpris de les trouver presqu'entiérement mercuriels, de sorte qu'il s'étoit fait dans l'eau sur le Bain de sable un amalgame de la portion mercurielle avec le plomb, qui étoit resté en entier & non-dissous ; & il se passe ici à peu-près la même chose que dans cette opération, qu'on appelle improprement la *fixation du Mercure par le plomb.*

J'ai dit, que j'avois versé pêle-mêle, dans une grande Cucurbite, toutes les liqueurs de mes édulcorations, & qu'il s'étoit précipité au fond une *poudre blanche*, qui ne faisoit aucune impression sur l'Or, & qui étoit tout-à-fait semblable au Magistere, dont j'ai déja parlé ; c'est pourquoi je les examinerai toutes ensemble.

Pour la liqueur surnageante, quoique filtrée, elle étoit legérement blanchâtre, & elle restoit toûjours couverte de la pellicule grasse, dont j'ai aussi déja parlé, qui s'épaississoit à mesure qu'on l'évaporoit, & étant évaporée à siccité il restoit au fond du vaisseau un mélange du Magistere & du sel, que j'ai examiné dans le premier article.

Au reste, cette liqueur blanchâtre rend l'eau commune bien laiteuse, & fait avec l'huile de tartre, le sel marin, l'esprit de sel, & le tartre vitriolé les mêmes effets que la dissolution de couleur d'Or, à qui elle est tout-à-fait semblable, à la concentration près.

Sur le Magiſtere ou la Poudre blanche lavée & édulcorée.

1. Cette poudre blanche bien édulcorée & ſechée n'a aucune ſaveur, non plus que la Céruſe ordinaire.

2. Elle ne blanchit point du tout l'Or.

3. Les acides l'attaquent vivement, cependant ils n'en diſſolvent qu'une partie, qui peut être précipitée par le ſel de tartre, mais il en reſte une portion indiſſoluble ; ainſi il y a deux matiéres différentes dans cette poudre, & je crois, que cette différence vient de ce qu'une partie eſt totalement réduite en Chaux, pendant que l'autre paroît encore un peu métallique.

4. Ayant mis ſeule dans un Creuſet à un feu aſſés vif une portion de cette poudre blanche, elle s'eſt calcinée & réduite peu à peu en une cendre jaune, qui n'avoit aucune apparence de métal ni de verre, mais ce qui étoit remarquable, c'eſt qu'il s'étoit ſublimé au haut du Creuſet une eſpece de *coton* fort leger, ſans ſaveur, & qui ne blanchiſſoit pas l'Or : ce coton ou duvet étoit en trop petite quantité pour faire deſſus d'autres expériences : mais il reſſemble fort aux fleurs de Zink, & puiſque ce métal ſe trouve quelquefois dans la mine de plomb, ne ſeroit-il pas probable, que ces fleurs ſeroient effectivement des fleurs de Zink, retenu dans le plomb ? cependant ce pourroit être auſſi une ſublimation de plomb faite par l'acide nitreux.

5. Ayant répété la même expérience avec une autre portion de la même poudre blanche, mais à un feu bruſque & violent, elle s'eſt convertie, comme la Céruſe ordinaire, partie en verre, & partie en petits globules de plomb, ce qui vient probablement de ce que cette poudre retient encore aſſés de phlogiſtique pour faire la réduction d'une partie en plomb, pendant que l'autre, qui en eſt totalement privée, ſe vitrifie.

6. La poudre blanche miſe ſur un charbon ardent ſe regénére en bonne partie & aſſés promptement en plomb.

7. Enfin cette poudre étant traitée par le flux noir ou

réductif, la moitié de ſon poids ſe reſſuſcite en plomb, qui eſt fort ductile, & qui eſt preſqu'auſſi blanc que l'Etain. Il eſt bon de remarquer, que le *Caput mortuum* de la diſtillation du ſucre de Saturne ordinaire peut auſſi par cette voye donner la moitié de ſon poids de plomb bien conditionné.

Après les expériences, que je viens de rapporter, je crois, qu'il n'eſt plus douteux, qu'on puiſſe retirer du Mercure du plomb, puiſque je l'ai eû (1.) en globules, (2.) en poudre griſe, (3.) ſublimé au haut du vaiſſeau, & (4.) amalgamé avec le plomb même.

Outre cela le plomb fait avec l'acide nitreux un ſel fort approchant du ſucre de Saturne, mais un des plus difficiles à diſſoudre que je connoiſſe. Enfin ce ſel ſe décompoſe *fort aiſément*, & par une ſimple diſſolution, il s'en détache une matiére graſſe, qui forme la peau, dont j'ai parlé, & ce métal ſe précipite en une Chaux, ou en un Magiſtere, qu'on pourroit comparer à la Céruſe ordinaire ; mais quand on verſe de l'huile blanche de Vitriol ſur cette poudre, au bout de 24 heures elle prend une couleur rouge & une odeur vineuſe aſſés agréable, ce qui vient de ce que l'huile de Vitriol, qui change de couleur, & acquiert de l'odeur ſur les matiéres graſſes qu'elle rencontre, ſouffre encore ici du changement par la même raiſon, parce qu'elle trouve un principe inflammable dans le Magiſtere du plomb.



OBSERVATION

OBSERVATION DU SOLEIL VU ELLIPTIQUE

A environ 10 degrés de hauteur ſur l'horiſon, le 28.ᵉ Juin 1733.

Par M. DE MAIRAN.

LA Refraction qui, dans notre Climat, éleve ordinairement les Aſtres de 32 ou 33′, lorſqu'elle eſt horiſontale, ou qu'ils ſont à 0° de hauteur, ne les éleve plus que d'environ 16′ lorſqu'ils ſont à 3°, de 8 à 9′ lorſqu'ils ſont à 6°, & enfin d'environ 5′ ½ lorſqu'ils ſont à 10° de hauteur. Le décroiſſement eſt d'abord très-rapide auprès de l'horiſon, la différence de la Refraction de 0 à 1° étant de près de 5′; enſuite, & de plus en plus, il eſt très-lent, la différence de 9 à 10°, ou de 10 à 11° n'étant que d'environ 30″. C'eſt donc un phénomene très-rare, que de voir le Soleil ſenſiblement Elliptique à 10° de hauteur, tel qu'il l'étoit le Dimanche 28.ᵉ Juin, vers les 6ʰ ¾ du ſoir. Je ne me ſouviens pas du moins d'en avoir lû d'exemple dans les ouvrages qui ont été faits ſur cette matiére, & principalement dans le *Solis Elliptici Phænomenon*, &c. du P. *Scheiner*, qui a, comme on ſçait, traité amplement de cette matiére. C'eſt toûjours le Soleil vu à l'horiſon, ou fort près de l'horiſon, qui prend cette forme par le moyen de la Refraction, & la Table que cet Auteur donne de pareils phénomenes ne leur fait pas paſſer 1° 30′. Mais le 28.ᵉ Juin, ayant regardé par haſard le Soleil, dont le diſque étoit depuis près d'une heure fort rouge, & ſi dépouillé de rayons, qu'on pouvoit le regarder ſans en être ébloui, je fus bien étonné de le trouver viſiblement Elliptique, à une ſi grande hauteur. Je n'étois nullement en lieu propre à obſerver autrement qu'à la vûë ſimple; tout ce que je fis donc, fut de regarder à ma Montre, où je vis, comme je m'en aſſûrai le ſoir à

1 Juillet 1733.

une Pendule reglée, qu'il étoit $6^h \frac{3}{4}$, & d'où je tirai la hauteur. Je courus d'abord après à une promenade qui étoit tout proche, & qui donne ſur le couchant, pour voir juſqu'où iroit cette Ellipticité lorſque le Soleil ſeroit plus près de l'horiſon. Je l'avois jugée auparavant telle que le diametre horiſontal pouvoit avoir ſur ſept à huit parties, une partie de plus que le vertical. Mais je ne pus continuer l'obſervation que juſqu'à $7^h 25'$, où le Soleil ſe cacha derriére un brouillard ſi épais, quoiqu'il me ſemblât auparavant uniforme avec la partie ſupérieure du ciel, qu'il trancha d'abord le diſque du Soleil, comme auroit pû faire le corps le plus ſolide & le plus opaque, & que bientôt après ce diſque ne parut plus du tout. Le ciel étoit griſâtre, ſans aucun nuage apparent, quoiqu'il y en eût eu quelques-uns répandus çà & là vers les 6^h, où le globe du Soleil paroiſſoit déja comme un boulet rouge.

Ce qui m'a confirmé que l'ellipticité dont je viens de parler, & qui ſe ſoûtint juſqu'au moment où le Soleil me fut caché, devoit être très-ſenſible pour des yeux un peu accoûtumés à conſidérer les objets céleſtes, c'eſt qu'ayant rencontré le lendemain une perſonne de ma connoiſſance * qui les obſerve quelquefois, & lui ayant demandé s'il avoit regardé le Soleil de la veille, il me répondit tout auſſi-tôt, qu'il l'avoit vû Elliptique, à la même heure, de la maniére, & avec toutes les mêmes circonſtances que je viens de décrire.

* M. de la *Chevalerée*, Gouverneur de S. A. S. M. le Prince de *Conti*.

J'oubliois de dire que le bord inférieur me parut ſouvent faire partie d'une plus grande Ellipſe, ou plus allongée, que le ſupérieur, qui au contraire ſembla quelquefois s'élever au deſſus de la circularité, ainſi que l'on ſçait en effet que la choſe doit arriver. Cependant je dois remarquer qu'à $6^h \frac{3}{4}$, lorſque je commençai à m'appercevoir de ce Phénomene, la partie ſupérieure du diſque étoit ſenſiblement ſurbaiſſée, & il n'y eut même d'abord que ſa partie ſupérieure qui me fit aviſer d'y regarder, l'inférieure m'étant cachée par le comble d'une maiſon qui étoit vis-à-vis.

J'ai appris depuis, que le Soleil avoit été vû pâle & défaillant le même jour en Languedoc à Béziers.

DE LA DETERMINATION DE L'ORBITE DES COMETES.

Par M. BOUGUER.

IL eſt avantageux pour la perfection de l'Aſtronomie, de même que pour celle de toutes les autres Sciences qui ne ſont pas purement ſpéculatives, d'avoir un certain nombre de différentes Méthodes pour parvenir aux mêmes déterminations. Il arrive ſouvent qu'une opération qui eſt extrêmement ſimple dans l'application qu'on en fait dans certains cas, ne l'eſt pas également dans les autres rencontres ; & lorſqu'on a pluſieurs moyens, on peut en changer ſelon les circonſtances, & ſe ſervir de l'un au défaut de l'autre. C'eſt-là principalement l'avantage que nous avons en vûë, en communiquant cet écrit : mais il ſe trouvera, peut-être, que notre travail aura encore quelque autre eſpece d'utilité. Dans toutes les Méthodes qu'on a propoſées juſqu'à préſent pour déterminer l'orbite des Cometes, on eſt obligé d'attendre que la courbure de leur chemin ſe déclare ſenſiblement, ou il faut en connoître au moins une portion qui ſoit déja conſidérablement curviligne. Cela eſt cauſe qu'il faut avoir dans quelques-unes de ces Pratiques un grand nombre d'obſervations ; & un inconvénient qui leur eſt encore commun à toutes, ſans même excepter celle qu'enſeigne M. Newton dans ſon troiſiéme Livre (quoiqu'elle ſoit très-belle & très-ſçavante) c'eſt que pour peu qu'on ſe trompe dans la courbure de la petite portion déterminée du chemin de la Comete, on commet enſuite dans tout le reſte des erreurs très-conſidérables. La méthode que nous propoſons n'eſt pas dans le même cas ; outre qu'elle nous paroît plus conforme aux propres principes du célebre Auteur que nous venons de citer, elle ſera encore moins ſujette à l'inconvénient dont il

19 Decemb. 1733.

s'agit, puiſqu'elle exige ſimplement qu'on connoiſſe la vîteſſe de la Comete dans un ſeul point avec la plus petite portion rectiligne de ſon orbite.

A l'égard de cette portion rectiligne ou de la tangente à l'orbite, nous pouvons ſuppoſer qu'on l'ait déja trouvée par la méthode même de M. Newton, ou par celle de M. Wren qui eſt expliquée dans la Propoſition XI du cinquiéme Livre des Eléments d'Aſtronomie de M. Gregori. On pourra encore, ſi on le veut, employer pour la découvrir, la conſtruction fort ſimple & fort élégante que M. Caſſini a publiée en 1727 dans les Mémoires de l'Académie. Cependant pour rendre notre Ecrit plus complet, nous allons auſſi examiner le même Probleme : nous viendrons à bout de le réſoudre en n'employant que trois obſervations ; parce qu'au lieu de ne faire attention qu'aux ſeules longitudes de la Comete, nous ferons attention à ſes longitudes & à ſes latitudes.

PROBLEME I.

Trois obſervations d'une Comete étant données à peu de diſtance l'une de l'autre, déterminer ſa vîteſſe avec la petite portion de ſon Orbite.

Fig. 1. Nous ſuppoſons que 1 *A*, 2 *A* & 3 *A* (*Fig. 1.*) marquent les trois lieux où étoit la Terre, lorſqu'on a obſervé la Comete : on ſçait toûjours par la Théorie du Soleil la ſituation de ces trois points les uns par rapport aux autres, de même que par rapport au point *S* occupé conſtamment par le Soleil. Les lignes 1 *AD*, 2 *AD* & 3 *A* 3 *D*, qui ſont dans le plan de l'écliptique, ſont diſpoſées ſelon la longitude qu'avoit la Comete vûë de la Terre dans les trois obſervations. La Comete étoit d'abord en 1 *B* ſur le rayon viſuel 1 *A* 1 *E*, enſuite en 2 *B* ſur le rayon viſuel 2 *A* 2 *E*, & enfin en 3 *B* ſur le troiſiéme rayon viſuel 3 *A* 3 *E*, de ſorte que 1 *B* 3 *B* eſt la petite portion de ſon orbite, & c'eſt cette petite portion que nous voulons déterminer. Nous ſuppoſons d'ailleurs que cette ligne eſt droite & parcouruë d'un mouvement uniforme, à cauſe du peu d'intervalle qu'il y a entre les trois obſervations ;

Fig. 1.

& il faut remarquer que cette même ligne n'eſt pas dans le plan de l'écliptique, parce que la Comete eſt cenſée avoir de la latitude. Le point $1B$ eſt élevé au deſſus du plan $S1AD3A$ de l'écliptique de la quantité perpendiculaire $1B1C$, & les points $2B$ & $3B$ des quantités $2B2C$ & $3B3C$. Ainſi la ligne droite $1C3C$ eſt la projection de la partie $1B3B$ de l'orbite de la Comete, ou, ce qui revient au même, c'eſt l'orbite réduite à l'écliptique : & il eſt clair encore que les angles $1B1A1C$, $2B2A2C$ & $3B3A3C$ marquent les trois différentes latitudes de la Comete que les obſervations nous ont fournies.

PREMIÉRE SOLUTION.

Cela poſé, nous nommons a & b la longueur des deux lignes $1AD$ & $2AD$, & i le ſinus de l'angle $1AD2A$ qu'elles forment, qui eſt le changement en longitude de la Comete entre les deux premiéres obſervations. Nous nommerons C la partie $D3D$ de la premiére ligne, interceptée entre la ſeconde $2AD$ & la troiſiéme $3A3D$, & nous nommons e cette derniére ligne $3A3D$. k ſera le ſinus du changement en longitude fait entre la deuxiéme & la troiſiéme obſervation, c'eſt-à-dire, qu'en tirant $2CF$ parallelement à $3A3D$, k ſera le ſinus de l'angle $D2CF$; & nous marquerons par l le ſinus du changement total fait entre la premiére & la troiſiéme obſervation, de ſorte que l ſera le ſinus de l'angle $1A3D3A$, ou de l'angle $1AF2C$. Je déſigne de plus par les trois lettres f, g & h, les trois lignes $D1E$, $D2E$ & $3D3E$ qui ſont perpendiculaires au plan de l'Ecliptique, & qui marquent combien les trois rayons viſuels $1A1E$, $2A2E$ & $3A3E$, ſont élevés en $1E$, en $2E$ & en $3E$, au deſſus des points D & $3D$. Toutes ces grandeurs ſont données, de même que le temps m écoulé entre les deux premiéres obſervations, & le temps total n écoulé entre la premiére & la troiſiéme. Mais enfin comme nous ne connoiſſons point la ſituation de la portion $1B3B$ de l'orbite de la Comete, non plus que celle de ſa projection $1C3C$, nous ignorons combien le point $2C$ eſt éloigné du point D: nous nommons x cette diſtance, & nous allons travailler à la

Fig. 1. découvrir, parce qu'il sera facile d'en conclure tout le reste.

Je cherche d'abord $2B2C$ par cette analogie, $2AD = b : D2E = g :: 2A2C = b - x : 2B2C = \frac{bg - gx}{b}$.

Je cherche ensuite l'expression de $2CF$ & celle de FD par ces deux autres proportions ; le sinus l de l'angle F qui est égal au changement en longitude de la Comete entre la premiére & la troisiéme observation, est à $2CD = x$ comme le sinus i de l'angle $FD2C$ est à $F2C = \frac{ix}{l}$, & comme le sinus k de l'angle $F2CD$ qui est égal au changement en longitude survenu entre la seconde & la troisiéme observation est à $FD = \frac{kx}{l}$. Je fais attention après cela que comme la Comete est censée se mouvoir en ligne droite avec une vîtesse uniforme, les espaces $1B2B$ & $1B3B$ qu'elle parcourt sur $1B3B$ depuis le point $1B$ de la premiére observation, sont proportionnels aux temps m & n qu'elle met à parcourir ces espaces. Mais $1C2C$ & $1C3C$ sont dans le même rapport, & $F2C$ & $3D3C$ doivent être aussi en même raison. Ainsi nous avons cette analogie, $m : n :: F2C = \frac{ix}{l} : 3D3C = \frac{inx}{lm}$; d'où il suit que $3C3A (= 3D3A - 3D3C)$ est égal à $e - \frac{inx}{lm}$ ou à $\frac{elm - inx}{lm}$; & la ressemblance des triangles $3E3D3A$ & $3B3C3A$ nous donnera ensuite $3A3D = e : 3E3D = h :: 3A3C = \frac{elm - inx}{lm} : 3B3C$, de sorte que nous aurons $\frac{ehlm - hinx}{elm}$ pour la valeur de la perpendiculaire $3B3C$.

Je considere d'un autre côté que $1C3C$ étant à $1C2C$ comme n est à m, il y a même rapport de $2C3C$ à $1C2C$ que de $n - m$ à m, & qu'il y a aussi même rapport de $F3D$ $(= FD + D3D = \frac{kx}{l} + C) = \frac{cl + kx}{l}$ à $1CF$ qui doit être de cette sorte égale à $\frac{clm + kmx}{ln - lm}$. Or si l'on ôte

$1CD \left(= 1CF + FD = \frac{clm + kmx}{ln - lm} + \frac{kx}{l}\right) = \frac{clm + knx}{ln - lm}$ Fig. 1.

de $1AD = a$, nous aurons $1A\,1C = \frac{aln - alm - clm - knx}{ln - lm}$.

Et nous n'aurons plus ensuite qu'à faire cette analogie, $1AD = a : D1E = f :: 1A\,1C = \frac{aln - alm - clm - knx}{ln - lm} : 1C\,1B = \frac{afln - aflm - cflm - fknx}{aln - alm}$.

Ainsi nous avons maintenant en x l'expression des trois perpendiculaires $1C1B$, $2C2B$ & $3C3B$, dont la Comete étoit éloignée du plan de l'écliptique au temps des trois observations : nous avons d'abord trouvé l'expression $\frac{bg - gx}{b}$ de $2C2B$, ensuite celle $\frac{ehlm - hinx}{elm}$ de $3C3B$, & en dernier lieu celle $\frac{afln - aflm - cflm - fknx}{aln - alm}$ de $1C1B$. Ces trois quantités sont indéterminées : mais puisqu'elles ne le sont qu'à cause de la seule inconnuë x qu'elles renferment, & que d'ailleurs nous avons déja fait en sorte que les parties $1C2C$ & $1C3C$ de l'orbite réduite à l'écliptique sont entr'elles comme les temps m & n, il ne nous reste plus qu'à mettre entre les trois perpendiculaires $1C1B$, $2C2B$ & $3C3B$, la relation qui est nécessaire, pour que la portion $1B3B$ de l'orbite de la Comete se trouve droite. Car il est facile de remarquer que comme les trois rayons visuels $1A1E$, $2A2E$ & $3A3E$ ne sont pas dans le même plan, il se pourroit faire que la projection $1C3C$ de l'orbite fût une ligne droite, & que l'orbite même $1B2B3B$ ne le fût pas. Nous devons donc considérer que dans la supposition que nous faisons que la portion $1B3B$ du chemin de la Comete est exactement rectiligne, l'excès de $1C1B$ sur $2C2B$ est à l'excès de $1C1B$ sur $3C3B$ comme $1C2C$ est à $1C3C$, ou comme m est à n, c'est-à-dire, que nous avons en termes algébriques

$$\frac{abfln - abflm - bcflm - bfknx - abgln + aglnx + abglm - aglmx}{abln - ablm}$$

$$: \frac{aeflmn - aeflm^2 - ceflm^2 - efkmnx - aehlmn + ahin^2x + aehlm^2 - ahimnx}{aelnm - aelm^2}$$

Fig. 1. $:: m : n$. Nous en déduiſons l'équation

$$\frac{abfln^2 - abflmn - bcflmn - bfkn^2x - abgln^2 + agln^2x + abglmx - aglmnx}{abln - ablm} = \frac{aeflmn - aeflm^2 - ceflm^2 - efkmnx - aehlmn + ahin^2x + aehlm^2 - ahimnx}{aeln - aelm}.$$

qui ſe réduit en donnant le même dénominateur aux deux membres, & en les diviſant par $n - m$ à $abhinx - aeglnx + befknx = abefln - abegln - abeflm + abehlm - bceflm$. Or on tire de cette équation la formule

$$x = \frac{abefln - abegln - abeflm + abehlm - bceflm^2}{abhin - aegln + befkn} = \frac{l \times \overline{f - g} + \frac{lm}{n} \times \overline{h - f - \frac{cf}{a}}}{\frac{hi}{e} - \frac{gl}{b} + \frac{fk}{a}}$$

qui exprime, comme on le voit, en grandeurs entiérement connuës & d'une maniére aſſés ſimple, la valeur de x ou de $D2C$ que nous nous propoſions de découvrir.

On peut introduire à préſent, ſi l'on veut, cette valeur de x dans les expreſſions de toutes les lignes qui déterminent la ſituation de la portion $1B3B$ de l'orbite ; ou bien après avoir trouvé x, on n'aura qu'à chercher toutes les autres lignes par la ſimple réſolution des triangles. Connoiſſant $D2C$, on connoîtra $2A2C$, & dans le triangle $2A2C2B$ rectangle en $2C$, & dans lequel l'angle $2A$ eſt connu, puiſqu'il marque la latitude qu'avoit la Comete dans la ſeconde obſervation, on trouvera $2C2B$, & la vraie diſtance $2A2B$ de la Comete à la Terre. On réſoudra enſuite le triangle $F2CD$, dont on a découvert le côté $D2C$, & dont on connoît les trois angles, qui ſont égaux aux différences qu'a reçûes la longitude de la Comete dans l'intervalle des obſervations. Il n'y aura plus après cela qu'à faire cette analogie, m eſt à n comme $F2C$ eſt à $3D3C$; & auſſi-tôt que $3D3C$ ſera trouvée, on connoîtra $3C3A$, & on découvrira $3C3B$, en réſolvant le triangle rectangle $3B3C3A$. D'un autre côté, on adjoûtera ſelon les différents cas FD avec $D3D$, ou l'on

ſouſtraira

Fig. 1.

soustraira l'une de ces lignes de l'autre pour avoir $F\,3\,D$, & on cherchera ensuite $1\,CF$ par cette analogie $n-m$ est à m comme $F\,3\,D$ est à $1\,CF$. Après cela on connoîtra $1\,A\,1\,C$, & on trouvera $1\,C\,1\,B$ dans le triangle rectangle $1\,A\,1\,C\,1\,B$. Enfin, si dans le triangle $1\,C\,3\,D\,3\,C$ dont on connoît l'angle compris $3\,D$, & les deux côtés $1\,C\,3\,D$, $3\,C\,3\,D$, on cherche le troisiéme côté $1\,C\,3\,C$, on aura le chemin de la Comete réduit à l'écliptique ; & il sera facile de trouver le chemin même $1\,B\,3\,B$, en concevant une ligne égale & parallele à $1\,C\,3\,C$, qui partant du point $3\,B$, & venant rencontrer $1\,B\,1\,C$, forme avec cette ligne, & avec $1\,B\,3\,B$, un triangle rectangle qu'il n'y aura qu'à résoudre. On aura de cette sorte l'espace parcouru par la Comete sur son orbite dans le temps n, & on pourra trouver l'espace qu'elle parcourt à proportion dans un jour ou dans une heure, &c. Il faut remarquer que si l'on ne veut point employer de calcul dans toutes ces opérations, on pourra résoudre par le moyen d'une figure les triangles que nous venons de considérer ; après qu'on aura trouvé la valeur de $2\,CD$, en construisant la formule

$$x = \frac{l \times \overline{f-g} + \frac{lm}{n} \times \overline{h-f-\frac{cf}{a}}}{\frac{hi}{c} - \frac{gl}{b} + \frac{fk}{a}}.$$

SECONDE SOLUTION.

Cette construction ne sera pas difficile à former ; mais en voici une qui est extrêmement simple que nous avons trouvée en cherchant immédiatement les lieux géométriques qui conviennent à la nature du Probleme, & qui doivent le résoudre par leur combinaison. Je joints les points $1\,A$ & $3\,A$ où étoit la Terre au temps de la premiére & de la troisiéme observation par une ligne droite $1\,A\,3\,A$, qui rencontre en K la ligne $D\,2\,A$ prolongée s'il est besoin. Je fais ensuite $1\,AL$ à $1\,AK$ comme le temps n écoulé entre la premiére & la troisiéme observation est au temps m écoulé entre la premiére & la seconde ; & après avoir conduit LM parallelement à KD, j'éleve du point M, la perpendiculaire MN au plan

Fig. 1. de l'écliptique; & des points M & N, je conduis les deux lignes $M\,1\,A$ & $N\,1\,A$ qui coupent en O & en Q le plan $KD\,2\,E$, qui est élevé perpendiculairement à l'écliptique, sur la ligne KD. Il est facile de voir que toute cette opération ne tend qu'à trouver une ligne $1\,AN$ conduite du premier rayon visuel $1\,A\,1\,E$ au troisiéme $3\,A\,3\,E$, & à faire ensorte que cette ligne $1\,AN$ soit partagée par le point Q, de maniére que $1\,AQ$ soit à $1\,AN$, comme le temps m écoulé entre les deux premiéres observations est au temps total n écoulé entre la premiére & la troisiéme. Ainsi, si l'on n'avoit point observé la latitude de la Comete la seconde fois, ou qu'on n'eut pas vû cette Comete sur le rayon $2\,A\,2\,E$, on pourroit prendre la ligne $1\,AN$ pour sa trajectoire ou pour son chemin; puisque cette ligne satisfait à toutes les autres conditions du Probleme.

Mais on peut imaginer une infinité d'autres trajectoires qui satisferont également aux conditions, aussi-tôt qu'on exceptera toûjours l'observation de la latitude, faite lorsque la Terre étoit en $2\,A$. Si l'on cherche DG par cette analogie, $n - m : m :: D\,3\,D : GD$, ce qui donne $n : m :: G\,3\,D : GD$, & que du point G, on éleve la perpendiculaire GH au plan de l'écliptique, jusqu'à la rencontre H du premier rayon visuel, on n'aura qu'à conduire de ce point H au point $3\,E$, la ligne droite $H\,3\,E$; & cette ligne aura encore la propriété d'être partagée en I par le plan $2\,AD\,2\,E$, de maniére que HI sera à $H\,3\,E$, comme le temps m écoulé entre les deux premiéres observations est au temps n écoulé entre la premiére & la troisiéme; puisque HI est à $H\,3\,E$ comme GD à $G\,3\,D$. Ainsi, si la Comete parcouroit $H\,3\,E$, en parvenant en I & en $3\,E$, en même temps que la Terre passe de $1\,A$ en $2\,A$ & en $3\,A$, les Phénomenes seroient encore entiérement conformes aux observations; si non que la Comete étant en I dans la seconde, ne seroit pas sur le rayon visuel $2\,A\,2\,E$, & n'auroit pas par conséquent, étant vûë de la Terre, la latitude qu'on lui a observée. En un

mot, tant qu'on veut que la trajectoire ne satisfasse qu'aux latitudes & longitudes de la premiére & de la troisiéme observation, & à la seule longitude de la seconde, le Probleme est indéterminé, on peut tirer du rayon visuel 1 *A* 1 *E* au rayon visuel 3 *A* 3 *E* une infinité de trajectoires, comme 1 *AN*, 1 *B* 3 *B*, *H* 3 *E*, &c. Et il est constant, puisque le Probleme est du nombre de ceux qu'on nomme simples, qu'en conduisant du point *Q* au point *I* la ligne droite *QI*, on aura *le lieu* de tous les points *Q*, 2 *B*, *I*, &c. du plan *KD* 2 *E* par où passent toutes les trajectoires; ou ce qui revient au même, qu'on aura *le lieu* de tous les points dans lesquels la Comete peut se trouver au temps de la seconde observation. On peut, pour une plus grande conviction, chercher la nature de ce lieu, & comme on trouvera fort aisément qu'il est à la ligne droite, on conclura qu'on peut le tracer, aussi-tôt qu'on a trouvé deux points qui lui appartiennent comme *Q* & *I*. Mais enfin, si l'on veut que toutes les conditions soient absolument remplies; si l'on veut que la Comete se trouve au temps de la seconde observation, non seulement dans le plan *KD* 2 *E*; mais qu'elle se trouve aussi sur le rayon visuel 2 *A* 2 *E*, afin d'avoir la longitude & la latitude observées, le Probleme deviendra alors déterminé; & il faudra nécessairement que la trajectoire 1 *B* 3 *B* passe par le point d'intersection 2 *B* du *lieu QI*, & du rayon visuel 2 *A* 2 *E* qui sert de *second lieu*. Car entre tous les points de la ligne *QI* sur laquelle la Comete doit nécessairement se trouver dans la seconde observation, il n'y a, comme il est évident, que le point 2 *B* dans lequel la Comete vûë de la Terre, puisse avoir la latitude qu'on lui a observée. Ce point 2 *B* par lequel doit passer la trajectoire étant trouvé, il est facile de découvrir toutes les circonstances de la situation de cette même trajectoire. Il sera aussi très-facile de former d'autres constructions sur le modéle de celle-ci, pour découvrir immédiatement les points 1 *B* & 3 *B*.

Fig. 1.

PROBLEME II.

Fig. 1. *Connoissant la plus petite portion de l'orbite d'une Comete, ou la tangente de cette orbite dans un seul point avec la vîtesse de la Comete, déterminer les dimensions de l'orbite entiére & toutes les autres circonstances du mouvement !*

Nous n'insisterons pas beaucoup ici sur la maniére de découvrir le lieu des nœuds de la Comete ni l'inclinaison de son orbite par rapport à l'écliptique. Il est évident que la ligne $1B\,3B$ étant une petite portion de l'orbite, ou une tangente à cette même orbite au point $2B$, il n'y a qu'à la prolonger jusqu'à ce qu'elle rencontre le plan de l'écliptique en R, & la ligne entiére $2BR$, quelque longue qu'elle soit, sera toûjours dans le plan de l'orbite : d'où il suit que la ligne SR tirée du Soleil S au point R sera l'intersection des plans de l'orbite & de l'écliptique, & sera par conséquent la ligne des nœuds. Si du point $2B$ on abbaisse ensuite une perpendiculaire $2BT$ sur SR, & que du point $2C$ on abbaisse une autre perpendiculaire $2CT$ sur la même ligne SR, ces deux perpendiculaires viendront, comme il est évident, tomber dans le même point T, & formeront l'angle $2BT2C$ qui mesure l'inclinaison de l'orbite par rapport à l'écliptique. Comme il suffit d'employer dans toutes ces recherches la simple résolution des Triangles rectilignes, nous n'entrons pas dans un plus grand détail ; & nous n'expliquons pas non plus à calculer la distance $2BS$ de la Comete au Soleil, distance qui est l'hypoténuse du triangle rectangle qui a $S2C$ & $2C2B$ pour ses deux autres côtés. On découvrira avec la même facilité l'angle que fait en $2B$ la ligne $S2B$ avec la portion $1B\,3B$ de l'orbite : il n'y aura qu'à résoudre le triangle $S2BR$, dont on aura trouvé les trois côtés.

Fig. 2. Mais pour venir au principal objet de notre recherche, nous supposerons dans la Fig. 2, que S représente le Soleil, & Cc la petite portion de l'orbite de la Comete que nous avons déterminée dans le Probleme précédent, ou qu'on a

déterminée par quelque autre méthode. Nous connoiſſons la diſtance *SC* de la Comete au Soleil ; nous nommons *a* cette diſtance, & comme nous avons auſſi l'angle *SCD* que fait la ligne *SC* avec *Cc* prolongée, nous devons regarder comme connuë la perpendiculaire *SD* qui ſert de ſinus à cet angle, lorſque *SC* eſt pris pour ſinus total, & nous déſignerons cette perpendiculaire par *b*. La lettre *e* marquera le petit eſpace *Cc* qu'a parcouru la Comete dans le temps *f*; & *x* marquera le grand axe *AB* de l'ellipſe que décrit la Comete par une révolution entiére autour du Soleil *S* qui occupe un des foyers de cette ellipſe, & *t* ſera la durée de la révolution. Enfin comme nous ne pouvons parvenir à découvrir ces deux derniéres quantités *x* & *t*, qu'en ſuppoſant que la Comete obſerve exactement les regles de Kepler, & qu'en comparant par le moyen de ces regles le mouvement de la Comete au mouvement connu de quelque Planete, nous nommerons *q* le grand axe de l'ellipſe que décrit cette Planete que nous prendrons pour terme de comparaiſon, & *n* le temps qu'elle met à accomplir ſa révolution entiére. Et comme nous aurons auſſi beſoin du rapport de la circonférence du cercle à ſon diametre, nous déſignerons par *p* la périphérie ou circonférence du cercle dont *q* eſt le diametre. Fig. 2.

Une de ces regles, dont nous venons de parler, nous apprend que les quarrés des temps que les Planetes employent à achever leur circulation autour du Soleil, ſont proportionnels aux cubes de leurs moyennes diſtances à cet Aſtre. Ce ſont non ſeulement les Planetes principales qui obſervent exactement cette regle en circulant autour du Soleil, ce ſont auſſi les Lunes ou Satellites en circulant autour des Planetes principales : de ſorte que cette regle que Kepler n'avoit pû former que ſur un petit nombre d'obſervations, s'eſt comme par une eſpece de prodige, trouvée confirmée de plus en plus à meſure qu'on a mieux connu le Ciel. Le grand axe de l'ellipſe que trace chaque Planete eſt formé de la plus grande & de la moindre diſtance de la Planete au Soleil ; & ainſi on a la diſtance moyenne de la Planete au Soleil, en prenant la

Fig. 2. moitié du grand axe. C'est-à-dire donc que $\frac{1}{2}x$ est la distance moyenne de notre Comete, & $\frac{1}{2}q$ celle de la Planete; & si conformément à la regle nous faisons cette proportion, le cube $\frac{1}{8}q^3$ de la distance moyenne de la Planete au Soleil est au quarré n^2 du temps qu'elle met à accomplir sa révolution; ainsi le cube $\frac{1}{8}x^3$ de la distance moyenne de la Comete au Soleil est à un quatriéme terme $\frac{n^2x^3}{q^3}$; nous aurons $\frac{n^2x^3}{q^3}$ pour le quarré t^2 du temps que la Comete doit employer à achever sa circulation, & par conséquent $t = \frac{nx}{q}\sqrt{\frac{x}{q}}$, pour l'expression de ce temps, ou pour la durée entiére de la révolution.

Mais il nous faut avoir une autre expression de cette même durée, afin de pouvoir l'égaler à celle-ci; c'est l'autre regle de Kepler qui nous la fournira, regle qui porte, comme on le sçait, que chaque Planete en décrivant la circonférence d'une ellipse autour du Soleil, les secteurs de cette ellipse qui sont terminés par des lignes droites tirées de la Planete au Soleil, sont proportionnels aux temps que la Planete met à parcourir les arcs correspondants. C'est-à-dire, que si le secteur CSB est quarante ou cinquante fois plus grand que le petit secteur CSc, la Comete sera quarante ou cinquante fois plus de temps à parcourir l'arc CB, qu'à parcourir l'arc Cc: & il n'y a donc, par la même raison, qu'à chercher combien toute la surface de l'ellipse est plus grande que le petit secteur CSc, pour pouvoir connoître la durée entiére t de la révolution, par rapport au temps f employé à faire le petit chemin Cc. Comme ce dernier chemin est supposé extrêmement petit, nous pouvons considérer le secteur CSc comme un triangle rectiligne dont $\frac{1}{2}be (= \frac{1}{2}SD \times Cc)$ est la surface. Ainsi nous pouvons faire cette analogie, $\frac{1}{2}be$ est à f comme la surface $ACBI$ de l'ellipse est à la durée t de la circulation, & nous aurons par conséquent $t = \frac{f}{\frac{1}{2}be} \times ACBI$, mais il nous faut chercher la surface $ACBI$.

Nous conduiſons pour cela du point C au ſecond foyer F de l'ellipſe, la ligne CF qui ſe trouvera, par la propriété de la courbe, égale à $x-a$ $(=AB-SC)$. Du même foyer F, nous conduiſons la perpendiculaire FE ſur Cc prolongée, & nous tirons SG parallelement à DE, ou perpendiculairement à FE. La reſſemblance des triangles SCD & FCE, qui ſont tous les deux rectangles, & qui ont outre cela leurs angles SCD & FCE égaux par la nature de l'ellipſe, nous donnera enſuite $SC=a : SD=b :: FC=x-a : FE = \frac{bx-ab}{a}$; & ſi de FE, on retranche $GE=SD=b$, on aura $FG=\frac{bx-2ab}{a}$. La reſſemblance des mêmes triangles nous donnera encore $SC=a : CD (=\sqrt{\overline{SC}^2-\overline{SD}^2}) = \sqrt{a^2-b^2} :: FC=x-a : CE=\frac{x-a}{a}\sqrt{a^2-b^2}$; & ajoûtant CE avec CD, il nous viendra $\frac{x-a}{a}\sqrt{a^2-b^2} + \sqrt{a^2-b^2} = \frac{x}{a}\sqrt{a^2-b^2}$ pour la valeur de DE, ou pour celle de SG. Mais comme nous avons déja trouvé $FG=\frac{bx-2ab}{a}$, le triangle rectangle SGF nous donnera

$$\sqrt{\frac{b^2x^2-4ab^2x+4a^2b^2}{a^2}+\frac{a^2x^2-b^2x^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2x^2-4ab^2x+4a^2b^2}{a^2}}$$

pour l'expreſſion de l'hypoténuſe SF $(=\sqrt{\overline{SG}^2+\overline{FG}^2})$ qui eſt l'intervalle entre les deux foyers ou la double excentricité. Ainſi $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2x^2-4ab^2x+4a^2b^2}{a^2}}$ ſera la diſtance SH ou FH des foyers au centre H de l'ellipſe, & ſi nous conſidérons que SH forme avec la moitié HI du petit axe, un triangle rectangle SHI, dont SI qui eſt égale à la moitié $\frac{1}{2}x$ du grand axe eſt l'hypoténuſe, nous aurons

$\sqrt{\frac{1}{4}x^2-\frac{a^2x^2+4ab^2x-4a^2b^2}{4a^2}}$, ou $\frac{b}{a}\sqrt{ax-a^2}$ $(=\sqrt{\overline{SI}^2-\overline{SH}^2})$ pour IH, & par conſéquent

Fig. 2.

Fig. 2. $\frac{2b}{a}\sqrt{ax-a^2}$ pour le petit axe entier *IK*. Enfin multipliant ce petit axe par le grand, il nous viendra $\frac{2bx}{a}\sqrt{ax-a^2}$ pour la ſuperficie du rectangle circonſcrit à l'ellipſe, rectangle qui a le grand axe pour longueur, & le petit pour largeur; & ſi l'on fait attention qu'il y a même rapport de la ſuperficie de ce rectangle à celle de l'ellipſe, que de celle d'un quarré à celle du cercle inſcrit, on pourra faire cette analogie, le quarré q^2 du diametre q eſt à la ſurface $\frac{1}{4}qp$ du cercle dont q eſt le diametre, comme la ſuperficie $\frac{2bx}{a}\sqrt{ax-a^2}$ du rectangle eſt à la ſurface $\frac{bpx}{2aq}\sqrt{ax-a^2}$ de l'ellipſe *ACBI*.

Ainſi nous pouvons maintenant, en nous ſervant de la ſeconde regle de Kepler, trouver l'expreſſion dont nous avons beſoin de la durée t de la révolution de la Comete. Il y a, comme nous l'avons dit, même rapport du petit ſecteur $CSc = \frac{1}{2}be$ au temps f que la Comete employe à parcourir la petite ligne Cc, que de la ſurface entiére $\frac{bpx}{2aq}\sqrt{ax-a^2}$ de l'ellipſe à toute la durée de la révolution ſur l'orbite *ACBI*. On trouve par cette proportion $t = \frac{fpx}{aeq}\sqrt{ax-a^2}$ pour cette durée, & comme nous avons déja trouvé, en nous ſervant de la premiére regle de Kepler, $t = \frac{nx}{q}\sqrt{\frac{x}{q}}$, nous aurons, en combinant ces deux expreſſions, l'équation $\frac{nx}{q}\sqrt{\frac{x}{q}} = \frac{fpx}{aeq}\sqrt{ax-a^2}$ qui ſe réduit à $a^2e^2n^2x = af^2p^2qx - a^2f^2p^2q$, dont on déduit la *formule* $x = \frac{af^2p^2q}{f^2p^2q - ae^2n^2}$. Cette formule nous donne le grand axe *AB* de l'orbite de la Comete en grandeurs entiérement connuës; & il eſt clair que nous n'avons plus, pour déterminer tout le reſte, qu'à ſubſtituer cette valeur dans l'expreſſion du petit axe, dans celle de l'excentricité, dans celle

de

de la durée de la révolution, &c. L'expreſſion $\frac{2b}{a}\sqrt{ax-a^2}$ Fig. 2.
du petit axe IK ſe change en $2ben\sqrt{\frac{a}{f^2p^2q-ae^2n^2}}$, &
celle $\frac{nx}{q}\sqrt{\frac{x}{q}}$, ou $\frac{fpx}{aeq}\sqrt{ax-a^2}$ de la durée t de la
révolution, devient $f^3p^3n \times \frac{a^{\frac{1}{2}}}{f^2p^2q-ae^2n^2\,^{\frac{3}{2}}}$. Et ce ſont
donc là autant de formules, par le moyen deſquelles on
pourra toûjours trouver toutes les particularités du mouvement d'une Comete, auſſi-tôt qu'on aura une fois découvert
la plus petite partie Cc de ſon orbite.

Si toutes ces quantités ſont finies & poſitives, l'orbite
$ACBI$ ſera effectivement une ellipſe, & la Comete aura un
retour. Le cercle étant une eſpece d'ellipſe, la Comete peut
auſſi en décrire un; & nous découvrirons en quel cas, ſi nous
conſidérons que comme toutes les diſtances SA, SC, SB, &c.
de la Comete au Soleil ſont alors égales, le grand axe $AB(x)$
$=\frac{af^2p^2q}{f^2p^2q-ae^2n^2}$ eſt double de la diſtance $AC(a)$, & qu'on
a l'équation $\frac{af^2p^2q}{f^2p^2q-ae^2n^2}=2a$, qui nous donne
$e=\frac{fp}{n}\sqrt{\frac{q}{2a}}$ pour la valeur du petit eſpace Cc que la
Comete doit parcourir dans le temps f. Toutes les fois que
la Comete ira plus ou moins vîte, au lieu de cercle elle tracera une ellipſe, pourvû cependant que ſa vîteſſe ne ſoit pas
trop grande. Car cette vîteſſe pourroit être telle que les expreſſions $\frac{af^2p^2q}{f^2p^2q-ae^2n^2}$ du grand axe, $2ben\sqrt{\frac{a}{f^2p^2q-ae^2n^2}}$ Fig. 3.
du petit axe, & $f^2p^2n \times \frac{a^{\frac{1}{2}}}{f^2p^2q-ae^2n^2\,^{\frac{3}{2}}}$ de la durée de la
révolution, ſe trouveroient infinies. C'eſt ce qui doit arriver
auſſi-tôt que ae^2n^2 eſt égal à f^2p^2q, puiſque le dénominateur des expreſſions précédentes devient égal à zero, & alors
l'orbite $ACBI$ doit être une ellipſe infiniment allongée, elle

Fig. 3. doit être une parabole, & il ne faut donc nullement s'attendre à revoir la Comete. Ce second cas n'a lieu, comme on le voit, que lorsque $a e^2 n^2 = f^2 p^2 q$, ou que lorsque $e = \frac{fp}{n} \sqrt{\frac{q}{a}}$; ce qui nous montre, conformément à ce que nous sçavons d'ailleurs, que l'espace e que la Comete doit alors parcourir dans le temps déterminé f est à l'espace $e = \frac{fp}{n} \sqrt{\frac{q}{2a}}$ qu'elle parcourt lorsqu'elle trace un cercle, comme 1 est à $\sqrt{\frac{1}{2}}$, ou comme à peu-près 1414 est à

Fig. 4. 1000. Enfin si quelque agent extérieur avoit encore imprimé un plus grand mouvement à la Comete, & qu'il se trouvât que e surpassât $\frac{fp}{n} \sqrt{\frac{q}{a}}$, il n'importe de combien, ou que $a e^2 n^2$ fût plus grand que $f^2 p^2 q$, le grand axe AB dont $\frac{a f^2 p^2 q}{f^2 p^2 q - a e^2 n^2}$ est l'expression, seroit alors négatif, & ne seroit plus la somme des lignes SC & FC, mais leur différence. Ainsi dans ce troisiéme cas l'orbite seroit une hyperbole qui ne permettroit point encore à la Comete de nous revenir. Aussi voit-on que $f^3 p^3 n \times \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\overline{f^2 p^2 q - a e^2 n^2}^{\frac{3}{2}}}$ qui exprime la durée de la révolution, seroit alors une quantité *imaginaire.*

Au surplus, il sera également facile dans ces trois cas de déterminer la situation de la ligne des apsides, le point du Périhélie, & celuy de l'Aphélie, lorsqu'il y en aura un. Si l'orbite est une ellipse, on voit assés qu'il n'y aura, après avoir

Fig. 2. trouvé par la formule $x = \frac{a f^2 p^2 q}{f^2 p^2 q - a e^2 n^2}$ la valeur du grand axe AB, (*Fig. 2.*) qu'à tirer la ligne CF qui fasse avec la petite portion Cc de l'orbite, qu'on a déterminée par le premier Probleme, l'angle FCE, égal à l'angle SCD; & que si l'on fait cette ligne CF, égale à l'excès du grand axe sur SC, on aura le second foyer F, par lequel, & par le

premier S, il n'y aura qu'à conduire la ligne des apſides AB. Il eſt également clair que le point H qui partage SF par la moitié, ſera le centre de l'ellipſe, & qu'ainſi il ne reſtera plus qu'à porter depuis H, juſqu'en A & en B, la moitié du grand axe, pour déterminer les points du Périhélie & de l'Aphélie. Si en ſecond lieu l'orbite eſt une parabole, ou, ce qui revient au même, ſi la valeur $\frac{af^2p^2q}{f^2p^2q-ae^2n^2}$ du grand axe ſe trouve infinie, la ligne Cf (*Fig. 3.*) qui fait avec la petite portion Cc de l'orbite l'angle fCE, égal à l'angle SCD, ne rencontrera plus l'axe de l'orbite, mais lui ſera parallele. Ainſi il n'y aura qu'à tirer par le foyer S, qui eſt occupé par le Soleil, la ligne AS parallelement à Cf, pour avoir la ligne des apſides. Et ſi l'on prolonge CD juſqu'à ce qu'elle rencontre en M cette ligne des apſides, & que du point C, on abaiſſe ſur cette même ligne la perpendiculaire CN, on n'aura qu'à partager MN par la moitié au point A, pour avoir conformément à la nature de la parabole, le ſommet de cette ligne courbe ou le point du Périhélie de la Comete. Enfin, dans le troiſiéme cas où l'axe $x = \frac{af^2p^2q}{f^2p^2q-ae^2n^2}$ eſt négatif, & où l'orbite eſt une Hyperbole, comme dans la *Fig. 4.* il faudra faire de l'autre côté de CD, l'angle DCF qui doit être égal à l'angle SCD; & pour avoir le ſecond foyer F, il n'y aura qu'à rendre CF égale, non pas à la différence de SC, & du grand axe comme dans l'ellipſe, mais à la ſomme de ces deux lignes. Le point H qui ſera au milieu des deux foyers ſera toûjours le centre ; & il n'y aura plus par conſequent qu'à porter depuis H juſqu'en A, la moitié de l'axe, pour avoir le ſommet A de l'Hyperbole qui ſert d'orbite à la Comete.

Fig. 2. — Fig. 3. — Fig. 4. — Fig. 2. 3. & 4.

On voit que toutes ces opérations n'ont rien de difficile, auſſi-tôt qu'on a une fois trouvé la valeur de l'axe par la formule $x = \frac{af^2p^2q}{f^2p^2q-ae^2n^2}$: & à l'égard de cette valeur, nous pouvons épargner la plus grande partie du calcul qu'il

Fig. 2. 3. & 4. faudra faire pour la découvrir, en introduiſant d'avance des nombres convenables à la place de p, de q, de n & de f. Comme de toutes les Planetes, c'eſt la Terre dont nous connoiſſons mieux le mouvement, il nous paroît que nous ne ſçaurions mieux faire que de la prendre toûjours pour le terme de comparaiſon dont nous avons beſoin; & ainſi nous n'avons qu'à mettre à la place de q le diametre de l'écliptique ou le double de notre diſtance moyenne au Soleil, à la place de p la circonférence du cercle dont q eſt le diametre, & à la place de n la durée de l'année ſydérale, qui eſt, comme on le ſçait, de 365 jours 6 heures 9 minutes. Ayant fait, pour une plus grande commodité, la diſtance moyenne de la Terre au Soleil de 10000000 parties, ce qui donne $20000000 = q$, & $62831853 = p$; & ayant ſuppoſé que le temps f que la Comete met à parcourir le petit eſpace connu $Cc = e$, étoit d'un jour, la formule $x = \frac{af^2p^2q}{f^2p^2q - ae^2n^2}$ s'eſt trouvé changée en

$$x = \frac{2021294976723767808000000000 \times a}{2021294976723767808000000000 - 341535048 1 \times ae^2}$$

ou en $x = \frac{59182659953555 7939 \times a}{591826599535557939 - ae^2}$; de ſorte qu'il ne reſtera plus dans les différentes applications qu'on voudra faire de cette formule générale, qu'à mettre à la place de a & de e la diſtance SC de la Comete au Soleil, & le petit eſpace Cc qu'elle a parcouru dans un jour; & on aura la longueur x du grand axe AB de l'orbite $ACBI$. On trouvera par de pareilles ſubſtitutions, en ſe ſervant de la formule $t = \frac{1859278095175402232 \times a^{\frac{3}{2}}}{\overline{591826599535557939 - ae^2}^{\frac{3}{2}}}$, à laquelle ſe réduit $t = f^3p^3n \times \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\overline{f^2p^2q - ae^2n^2}^{\frac{3}{2}}}$ la durée t exprimée en jours de la révolution de la Comete autour du Soleil. Ainſi pour ſçavoir ſi une Comete doit avoir un retour ou

n'en doit point avoir, il ne s'agira toûjours que de multiplier le quarré e^2 de son mouvement journalier Cc, par sa distance Sc (a) au Soleil; & de voir si ce produit ae^2 est plus petit ou plus grand que le nombre constant Fig. 2. 3. & 4.

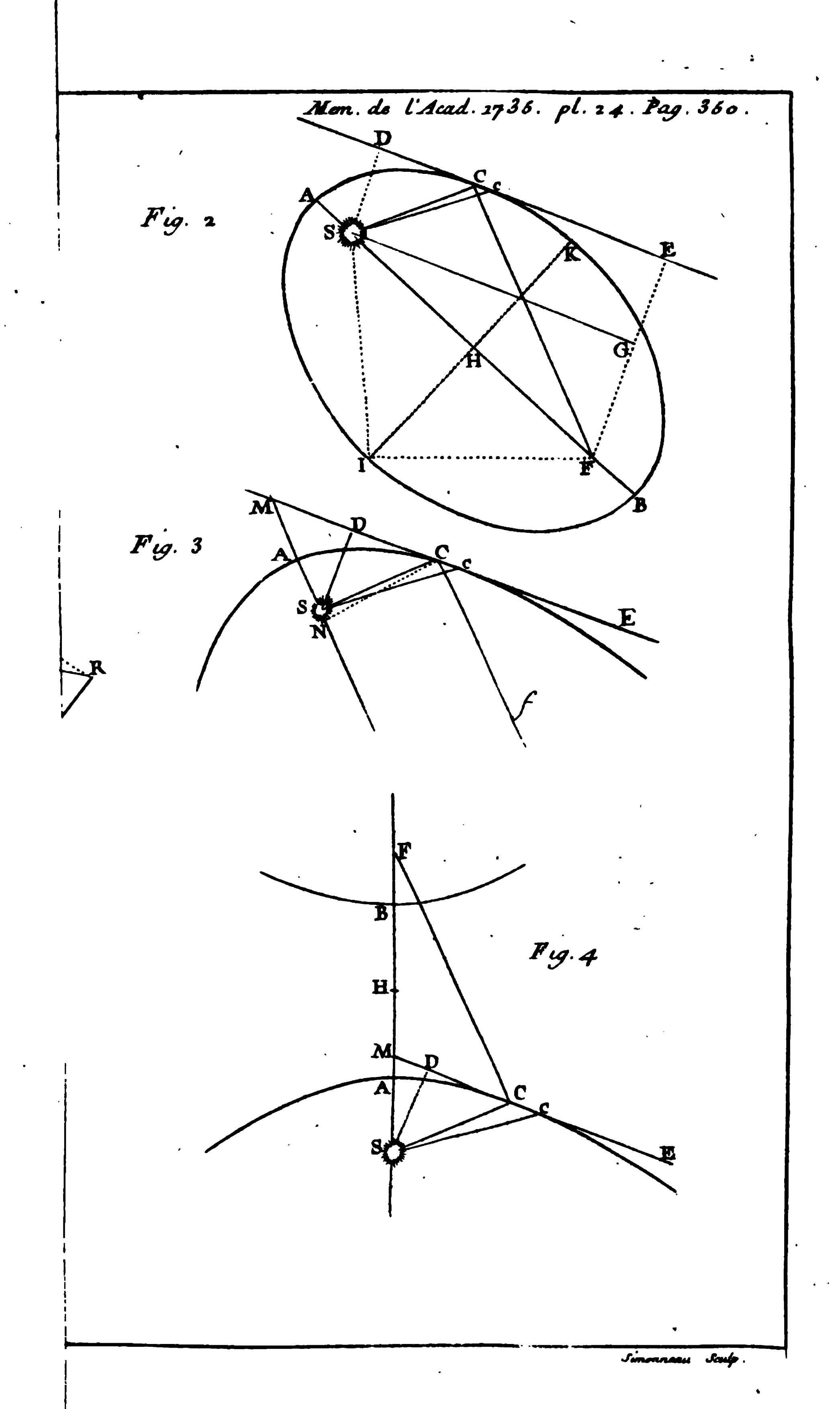
$$59182659953557939.$$

Si au lieu de supposer la distance moyenne d'ici au Soleil de 10000000 parties, on se contente de la faire de dix mille, les deux formules précédentes seront plus simples. On aura

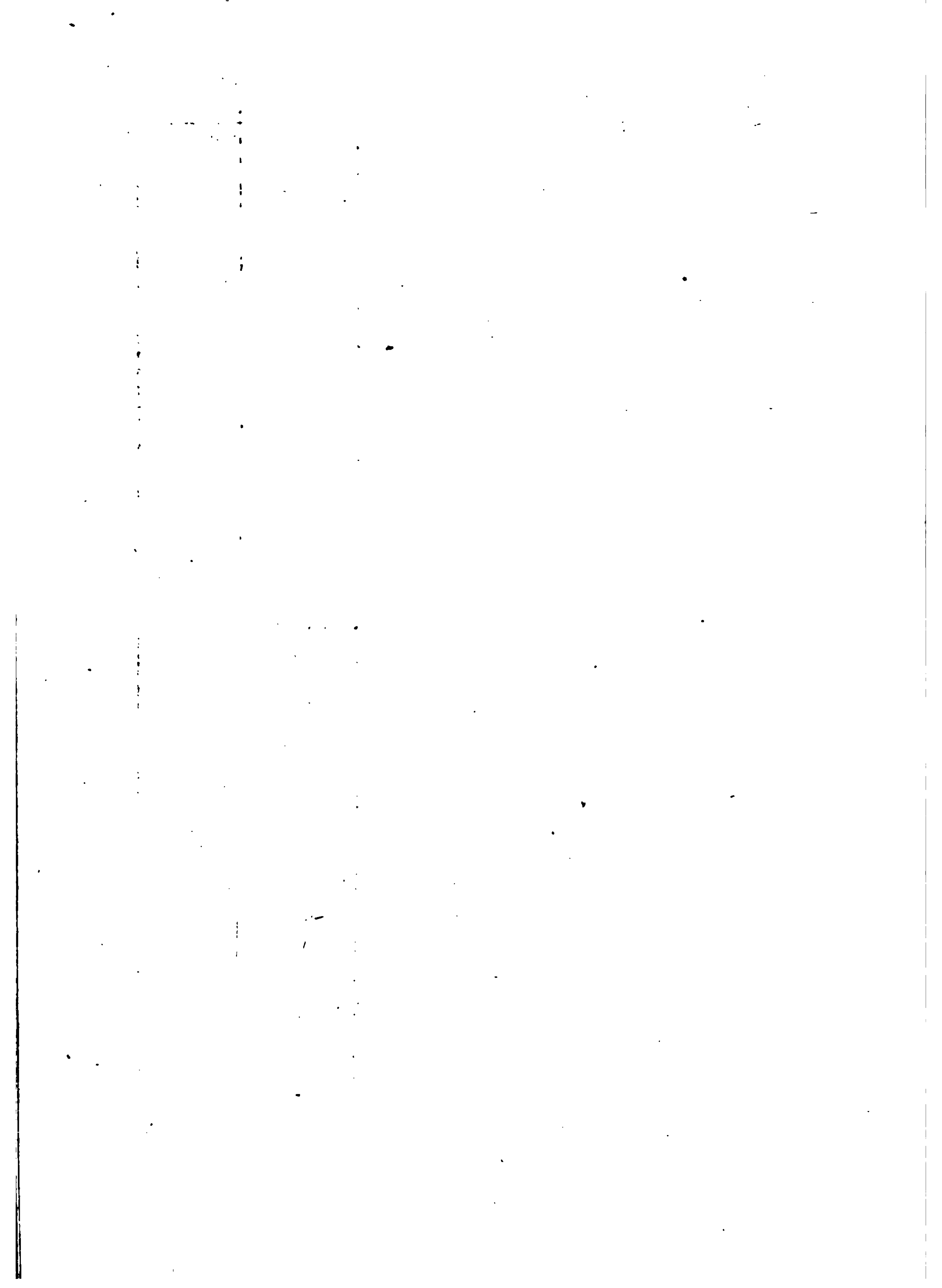
$$x = \frac{591826599 \times a}{591826599 - ae^2} \; \& \; t = \frac{1859278095 \times a\sqrt{a}}{591826599 - ae^2 \times \sqrt{591826599 - ae^2}};$$

de sorte qu'il ne sera plus nécessaire de s'engager dans de si longues supputations. C'est ce que j'ai en quelque façon éprouvé sur la Comete qui parut en 1729 & en 1730, proche du Dauphin, laquelle est très-remarquable par la durée du spectacle qu'elle donna aux Astronomes, & qui a encore cet avantage, qu'il est impossible d'en choisir une autre, qui ait été observée par des yeux plus sçavants. Il résulte principalement des observations de M. Cassini, que le 13 d'Octobre 1729 la distance $SC = a$ de cette Comete au Soleil étoit de 42998 parties, que la petite portion $Cc = e$ de l'orbite parcouruë dans un jour, étoit de $122 \frac{455}{10000}$ parties, & que cette petite portion faisoit avec la ligne SC, tirée du Soleil à la Comete, un angle DCS de 82 degrés 11 minutes. Mais si l'on multiplie le quarré 14895 de la vîtesse e par la distance $a = 42998$, il vient pour ae^2 un nombre plus grand que 591826599, ce qui nous montre que l'orbite est une Hyperbole, comme dans la *Fig. 4.* & que la Comete est du nombre de celles qui ne doivent point avoir de retour; parce qu'elle se meut avec trop de vîtesse. L'axe AB (x) qui est négatif se trouve de 523277 parties, ce qui en donne 566275 pour FC, qui est ici égale à la somme de SC & de AB: & si l'on résoud le triangle FCS, dont on connoît maintenant les deux côtés SC & FC; & outre cela l'angle compris SCF qui est de 164 degrés 22 minutes

Fig. 2. 3. & 4. double de l'angle *SCD*, on trouve que l'angle *ASC* eſt de 14 degrés 32 minutes, & le côté *FS*, de 607890 parties. Ainſi la Comete avoit fait depuis ſon périhélie *A*, juſqu'au 13 d'Octobre, un arc de 14 degrés 32 minutes par rapport au Soleil : & cette Comete dans ſon périhélie étoit encore éloignée du Soleil de 42306 $\frac{1}{2}$ parties. Il eſt vrai que la préciſion de toutes ces déterminations dépend de l'exactitude avec laquelle la Comete s'eſt conformée aux loix que nous avons ſuppoſées : mais la remarque d'une nouvelle Planete qui n'obſerveroit pas les regles reconnuës par Kepler ſeroit, peut-être, encore plus ſinguliére, que la découverte même de toutes les particularités de ſon mouvement, lorſqu'elle ſuit exactement ces regles.



Simonneau Sculp.



EXAMEN

Des causes qui ont altéré l'eau de la Seine, pendant la sécheresse de l'année 1731.

Par M. DE JUSSIEU.

LA bonne qualité des eaux étant une de ces choses qui contribuent le plus à la santé des Citoyens d'une Ville, il n'y a rien à quoi les Magistrats ayent plus d'intérêt, qu'à entretenir la salubrité de celles qui y servent à la boisson commune des hommes & des animaux, & à remédier aux accidents par lesquels ces eaux pourroient être altérées, soit dans le lit des fontaines, des riviéres, des ruisseaux où elles coulent, soit dans les lieux où sont conservées celles qu'on en dérive, soit enfin dans les puits d'où naissent des sources. 14 Novemb. 1733.

Les causes de leur altération sont ou naturelles, ou accidentelles; j'appelle *naturelles*, celles qui ne proviennent que d'un dérangement de saisons, & *accidentelles*, celles qui proviennent du peu de soin, de la malpropreté, ou de la malice des hommes. Ces derniéres ne font pas l'objet de nos recherches, parce qu'il y a des regles qui dépendent du bon ordre, de la police, par le moyen desquelles on a accoûtumé d'y remedier.

C'est aux causes naturelles ausquelles je m'attache, & surtout à celle qu'une sécheresse, telle que nous l'avons éprouvée à Paris en 1731, nous a fait appercevoir dans l'usage des eaux de la Marne & de la Seine, dont la qualité se trouva assés considérablement altérée, pour qu'il s'en suivît plusieurs maladies populaires qui ont regné pendant l'été & l'automne de cette année-là.

Et comme il nous parut alors, que pour mieux juger de ces causes, il étoit à propos d'observer dans quel état se trouveroient les eaux de ces riviéres les années suivantes, & les

effets que produiroit l'usage qu'on en feroit, nous avons différé jusqu'à présent de rendre publiques les observations qu'elles nous ont donné lieu de faire.

L'opinion commune & reçûë de toutes les Nations depuis plusieurs siécles, sur la meilleure qualité de l'eau qui doit servir de boisson ordinaire, est qu'il faut, autant qu'il se peut, pour qu'elle soit salubre, qu'elle soit pure, limpide, sans aucune odeur ni saveur qui se fassent remarquer, & que son usage ne cause aucun mauvais effet.

Bien-loin que le défaut de pluye de l'année 1731 eût ôté à celle de la riviére de Seine les premiéres de ces qualités, il sembloit au contraire qu'elle fût devenuë plus légere, plus limpide que jamais, parce qu'elle ne se trouvoit mêlangée ni avec de la terre, ni avec d'autres particules de substances étrangeres capables de l'épaissir, & de lui ôter sa couleur & sa limpidité naturelle, comme il arrive aux riviéres, qui étant grossies par des pluyes, par des ravines & par des torrents, charrient pendant long-temps un limon qui les trouble.

Il ne laissoit pas néantmoins de se trouver alors dans la riviére de Seine une certaine quantité de ces particules étrangeres qui, pour être imperceptibles à la vûë, n'en étoient pas moins sensibles au goût & à l'odorat.

On ne pouvoit pas accuser le fond du lit de la riviére, sur lequel son eau a coûtume de couler, parce que bien-loin d'être par-tout limoneux, son sable en plusieurs endroits paroissoit très-pur & bien lavé.

On ne pouvoit pas non plus attribuer ces mauvaises qualités aux terres qui forment les bords de ce lit, parce que la quantité d'eau qui s'y trouvoit, étoit réduite au point de ne les plus toucher, & qu'elle se resserroit tous les jours de plus en plus dans le milieu de son lit.

Quelle a donc pû être la cause de cette altération, si ce n'est la production de quelques corps naturels, qui dans certains temps naissent d'eux-mêmes dans ce lit, une partie desquels y occupe le terrein des deux bords, & l'autre celui du fond?

On

On ne voyoit aucun corps plus apparent que certaines plantes qui, à l'occasion de cette sécheresse, ont été cette année-là plus abondantes, mieux nourries & plus étenduës dans le lit de la riviére qu'elles ne le sont ordinairement ; & la preuve qu'on n'a pû attribuer leur multiplication qu'à cet état de diminution des eaux de cette riviére, est qu'on a vû le même phénomene dans la Marne, dans tous les ruisseaux des environs de Paris qui se perdent dans la Seine, même dans les étangs, & dans les réservoirs dont les eaux se tirent de cette riviére & des autres ruisseaux.

Dira-t-on que ces plantes, naturellement aquatiques, n'ayent pas accoûtumé de croître dans la Seine ; & si elles y ont crû les autres années, comment pendant leurs étés n'en auroit-on point éprouvé les mêmes incommodités ?

On convient qu'il n'étoit pas extraordinaire de voir ces plantes dans le lieu qui leur est propre, mais elles y parurent en 1731, en si grande abondance, & avec des différences si remarquables, qu'il étoit impossible qu'elles ne causassent les effets dont on s'est apperçû.

A considérer l'état ordinaire du lit d'une riviére au printemps & en été par rapport aux plantes aquatiques qui y croissent, & qui s'y multiplient dans les années communes, le nombre de ces sortes de plantes est tous les ans à peu-près le même, parce que ce sont celles qui lui sont propres ; leur maniére d'éclorre, de végéter, de fleurir & de fructifier est toûjours la même, parce que l'eau n'étant ni trop haute, ni trop basse pour elles, elles peuvent atteindre à sa superficie, sur laquelle il est nécessaire que leurs sommités se montrent, pour que l'air qui doit servir au développement de leurs fleurs, les frappe & les pénetre : opération après laquelle leurs sommités rentrent ordinairement dans l'eau, afin que leurs graines y meurissent & s'y répandent.

La corruption qui se fait chaque année sur la fin de l'automne, des feuilles & des tiges de ces mêmes plantes, est toûjours insensible à notre égard, parce que comme elle se fait peu à peu & successivement, & que les eaux qui dans cette saison

s'accroiſſent ordinairement, occupent dans le lit de ces riviéres un eſpace plus conſidérable, elles ſont moins ſuſceptibles de l'altération que peut y cauſer la corruption de ces plantes, dont les principes d'odeur & de ſaveur qu'elles contiennent, étant étendus dans une plus grande quantité de liquide, perdent imperceptiblement leur force.

Voyons à préſent quels changements ſont arrivés dans le lit de la riviére de Seine, par rapport à ces plantes, pendant cette année de ſéchereſſe; mais pour le mieux comprendre, il faut auparavant ſuppoſer deux faits qu'on peut regarder comme certains.

Le premier, que toutes les plantes aquatiques ont, généralement parlant, des qualités plus ſenſibles que celles de la plûpart des plantes terreſtres: car les unes ſe font diſtinguer par une odeur aromatique ſi forte, qu'elle en devient deſagréable, comme ſont les Mentes d'eau; les autres ſont remarquables par une odeur fétide marécageuſe, telles ſont les Millefeuilles & les Prêles d'eau: preſque toutes ont une âcreté intérieure plus ou moins perceptible au goût, comme ſont les Creſſons, les Poivres & les Renoncules aquatiques; & quelques-unes enfin, telles que les Conferves ou Mouſſes d'eau ſemblables par leur effet à celui que l'Ortie cauſe au toucher, échauffent ſubitement la main qui les preſſe.

Le ſecond fait eſt que tant que ces mêmes plantes ſont vivantes & dans leur entier dans le lit des riviéres où elles croiſſent, quelque fortes qu'en ſoient les odeurs, & quelque âcres & fétides qu'en ſoient les ſaveurs, elles ne communiquent rien de leur bonne ou mauvaiſe qualité à l'eau qui les y environne, qui les y couvre, & qui les arroſe, & que l'on ne s'apperçoit à l'odorat & au goût que ces eaux ſoient altérées que lorſque par la diſſolution des parties de ces plantes, & par leur corruption, elles font participer l'eau dans laquelle elles ſe trouvent, ou celle dans laquelle on les fait macérer, de leur bonne ou mauvaiſe qualité.

Ce n'eſt donc point à la production d'une quantité de plantes que l'on n'avoit point accoûtumé de voir dans la

Seine & dans la Marne, & qui y ſeroient crûës extraordinairement cette année-là, qu'il faut attribuer ces effets; les mêmes plantes qui ſont propres à ces riviéres, parce qu'elles y naiſſent tous les ans, y parurent, à la vérité, dès le printemps de la même année, mais très-différemment, en ce que celles dont la qualité eſt plus mauvaiſe, & qui les années précédentes, y étoient moins communes, y ont pullulé en abondance, au lieu que celles dont la qualité n'eſt point nuiſible, & qui y étoient plus ordinaires, s'y ſont trouvées en moindre quantité en comparaiſon des autres.

La raiſon de ce phénomene eſt que la plûpart de ces plantes, que nous regardons comme pernicieuſes, par les effets les plus apparents qu'elles produiſent, étant d'une nature à ne végéter que dans les endroits du lit de ces riviéres, où l'eau eſt plus baſſe & plus dormante, ne pulluloient que très-peu dans les années où le lit de ces riviéres étoit plus plein, parce que la tige de ces plantes, dont la longueur eſt en quelque façon déterminée, ne pouvoit atteindre à la ſurface de l'eau, à laquelle j'ai fait remarquer qu'il eſt ſi important que les ſommités de ces plantes aquatiques ſe montrent à découvert, pour pouvoir fleurir & fructifier.

De la facilité de végéter qu'avoient les plantes pernicieuſes, & de leur abondance, il ſuivoit néceſſairement l'inconvénient de la ſuffocation des autres plantes ordinaires, dont les effets ne ſont point à craindre, en ce que celles-là prenant leur place, celles-ci ne pouvoient plus être que très-maigres, & couvertes par l'étenduë qu'occupoient les premiéres.

Tel eſt le phénomene que l'on apperçoit dans la végétation des plantes terreſtres, au printemps de certaines années humides & pluvieuſes, où il arrive que le bon grain ſe trouve étouffé, maigri & couvert par l'Yvroye, le Chien-dent, la Moutarde, & par une multitude d'autres mauvaiſes plantes qui prennent tellement le deſſus que toute la campagne en eſt couverte; auſſi ſont-ce ces années-là où les maladies populaires ſont plus fréquentes, ſoit par la mauvaiſe qualité des grains qui n'ont pas eu aſſés de nourriture, ſoit par le

mêlange qui s'y fait des ſemences de ces plantes pernicieuſes, ſoit même par ces odeurs fades & fétides que ces plantes exhalent dans les campagnes, & que l'on n'eſt point accoûtumé d'y reſpirer.

Ce n'eſt point que les ſemences de ces plantes pernicieuſes ayent nouvellement été apportées pour infecter ces campagnes, mais c'eſt qu'ayant été enfoncées & conſervées dans la terre, pendant des années ſéches, ou d'une conſtitution ordinaire, elles n'ont pû végéter qu'en certains endroits où les graines des autres plantes ne pouvoient germer & les couvrir; au lieu que dans les années humides, la terre étant pénétrée d'eau, ces mauvaiſes graines ont eu plus de facilité à germer plus promptement que celles des bons grains. La même choſe arrive aux plantes aquatiques dans le lit des riviéres, où les eaux ſe trouvant baſſes dans les années de ſécheresſe, s'arrêtent en différents endroits, & y forment de petites mares : c'eſt dans ces endroits ſur-tout que les graines de ces plantes aquatiques, que nous regardons comme pernicieuſes, ayant lieu d'être échauffées par le Soleil, y végétent plus promptement que les autres, y pullulent par la facilité qu'elles ont de germer & d'atteindre à la ſuperficie de l'eau, enſorte que les premiéres ayant occupé la plus grande partie du lit de la riviére, elles étouffent celles qui, dans les autres années, avoient plus accoûtumé d'y paroître.

Entre les plantes pernicieuſes aquatiques dont je veux parler, il y en a deux principales, l'une que les Botaniſtes appellent *Hippuris*, genre de plante ſemblable par ſon port extérieur à la Prêle de nos campagnes, elle en différe néanmoins par ſon odeur, par la configuration de ſa fleur & de ſon fruit, & parce qu'elle eſt toûjours couverte d'eau.

L'autre porte en Latin le nom de *Conferva*, tiré de ſa qualité brûlante, & en François celui de *Mouſſe d'eau*, à cauſe de ſa verdure & de ſon étenduë, par leſquelles elle a quelque rapport à nos mouſſes ordinaires, dont elle différe néantmoins par la multitude des filaments longs & entortillés qui forment ſa ſubſtance.

La qualité de la premiére de ces plantes, eſt d'être d'une odeur marécageuſe & très-fétide, de communiquer promptement à la main qui la touche, & à l'eau dans laquelle on la met tremper, ſon odeur déſagréable, & de rendre cette eau fade & dégoûtante.

La ſeconde ne fait pas moins promptement ſentir ſa malignité; car elle ne communique pas ſeulement à l'eau dans laquelle on la met tremper, un feu qui, en la buvant, laiſſe dans le goſier une âcreté, & dans la bouche une ſéchereſſe incommode, mais elle imprime même dans la main qui la ſerre, une ardeur à peu-près ſemblable à celle que cauſe l'eau qui ſeroit un peu trop chaude.

C'étoient donc ſur-tout ces deux eſpeces de plantes, dont ces petites mares d'eau dormante, répanduës tout le long du lit de la riviére, étoient pleines, qui par le défaut d'eau ſuffiſante pour les couvrir entiérement, ſe fanoient à l'extrémité de leurs tiges, & ſe corrompoient enſuite par le pied.

La chaleur du Soleil qui tiédiſſoit encore cette eau dormante, dans laquelle ces plantes étoient comme en macération, l'imprégnoit tellement de leurs mauvaiſes qualités, qu'elles exhaloient juſqu'au de-là des bords de la riviére, une odeur marécageuſe & déſagréable que l'on s'appercevoit n'être point ordinaire.

Quelque dormante que l'eau paroiſſe en tout temps, en divers endroits du lit de la riviére, plus profonds les uns que les autres, comme étoient ceux qui formoient ces eſpeces de mares, elle ne laiſſe pas de communiquer avec celle qui eſt courante; & cette communication qu'avoient ces eaux pendant l'été de 1731, étoit plus que ſuffiſante pour alterer totalement & continuellement celle de tout le lit de la riviére, enſorte qu'elle devint par-là ſemblable, en quelque façon, à celles de marais & de lac qui ſont chargées de la qualité des plantes qui s'y pourriſſent; eaux deſquelles on ne peut goûter, ſans s'appercevoir d'une odeur & d'une ſaveur tout-à-fait étrangeres à l'eau qui doit ſervir de boiſſon ordinaire.

Telle fut à peu-près pendant l'été & l'automne de cette

année-là l'eau de la Seine, ce qui, par l'habitude qu'on se faisoit de la boire, paroissoit à la vérité insensible, mais qui ne le fut pas pour ceux qui, recherchant la cause des diverses maladies qui regnérent dans ces saisons, comparérent cette eau à celle des fontaines, lesquelles n'ayant point eu à leur source de ces sortes de plantes, n'étoient point altérées, & se trouvoient sans saveur & sans odeur.

Nous observâmes même que les personnes qui, par la situation de leurs maisons, étoient dans des quartiers où l'on avoit la facilité de n'user ordinairement que de l'eau de fontaine, furent exemptes des incommodités que ressentirent la plûpart de ceux qui étoient obligés de boire de celle de la Seine.

Les maladies qui regnérent parmi ceux qui burent de celle-ci furent des séchéresses de bouche qui causoient une altération fréquente, des dégoûts & des nausées qu'on ne sçavoit à quoi attribuer, quantité de maux de gorge, dont quelques-uns se tournérent en squinancie, différentes fluxions à la tête, & plusieurs sortes de fiévres irréguliéres & opiniâtres : en sorte que ces incommodités se faisant remarquer, principalement dans les Communautés Religieuses, dans les Colleges & dans les Pensions qui ne pouvoient user que de l'eau de la Seine, parurent épidémiques, & ne se guérissoient que par le changement de boisson, ou par les tisanes dont la coction servoit de correctif à la mauvaise qualité de l'eau ordinaire.

Pour m'assûrer davantage, si c'étoit véritablement à l'abondance & à la malignité de ces plantes qu'on pouvoit attribuer ces mauvais effets, je fis arracher de la riviére une quantité de l'une & de l'autre de celles que je viens de nommer *Hippuris* & *Conferva*, & les fis infuser dans des vaisseaux remplis d'eau de fontaine, tantôt séparément, tantôt toutes deux ensemble, les y laissant pendant l'espace de quelques heures, pendant même une ou deux journées; expériences par lesquelles je m'assûrai de l'altération qu'étoit capable de causer à l'eau la plus pure, l'infusion ou la macération de ces plantes; car elles communiquérent à l'eau dans

laquelle je les avois fais tremper, la même odeur & la même ſaveur déſagréable que j'avois remarquées dans l'eau de la Seine bûë au courant même de ſon lit, au deſſus de Bercy.

Outre cette obſervation qui regarde l'odeur & la ſaveur de l'eau, je ne manquai pas d'examiner plus à fond, & ſur-tout au Microſcope, cette eau macérée, dans laquelle, comme dans celle de marais, on découvroit pluſieurs inſectes très-petits qui ne ſe voyent ni dans l'eau de fontaine, ni dans celle de riviére qui n'aura point été altérée par la multitude de ces ſortes de plantes qui s'y ſeront corrompuës, nouvelle cauſe d'altération à laquelle on pourroit même attribuer quelques-uns des effets dont je viens de parler.

Je ne diſconviens pas qu'il ne pût y en avoir quelque autre, telle que ſeroit la corruption des petits poiſſons qui, faute de la quantité d'eau qui leur eſt néceſſaire, périſſent ordinairement dans les années de ſéchereſſe, & communiquent à l'eau l'odeur fétide de leur pourriture; mais je regarde toûjours comme la principale de ces cauſes, cette végétation extraordinaire de ces ſortes de plantes aquatiques, puiſque l'abondance & l'accroiſſement en devinrent ſi prodigieux en pluſieurs endroits des rivieres de Marne & de Seine, qu'on fut obligé de les y faire déraciner avec une eſpece de ratiſſoire pour remédier aux obſtacles qu'elles mettoient à la Navigation, & pour rendre le cours de l'eau plus libre.

Enfin, je crois qu'il y a d'autant moins lieu de douter, que la végétation extraordinaire des plantes pernicieuſes dont je viens de parler, ait été la principale cauſe de l'altération de l'eau de la Seine, que par la comparaiſon que nous avons faite de l'état de cette riviére pendant l'été & l'automne de l'année derniére & de celle-ci, avec l'état où elle étoit en 1731, nous n'y avons remarqué que les plantes ordinaires & qu'on a accoûtumé d'y voir, plus abondamment; auſſi n'avons-nous point obſervé dans la pratique de la Médecine, que les maladies qui ont regné pendant l'été & l'automne de l'année 1731, ayent encore paru parmi le peuple durant l'été & l'automne de l'année derniére & de celle-ci.

Comme ce n'eſt donc qu'à l'attention aux maux paſſés que l'on doit les précautions pour ſe parer contre leurs retours; ces obſervations ſemblent indiquer trois ſortes de remedes pour prévenir ces effets de la ſécheresſe de certaines années.

Le premier, de faire tenir net, autant qu'il ſe peut, le lit de la riviére, au moins dans une étenduë aſſés conſidérable, avant qu'elle aborde à Paris, en empêchant qu'il ne ſe forme ſur ſes bords, de ces ſortes de mares dans leſquelles l'eau croupit.

Le ſecond, de veiller à ce que les cuvettes de tous les réſervoirs qui diſtribuent l'eau de la riviére, ſoient exactement nettoyées, & que toutes les plantes qui naiſſent en forme de mouſſe contre leurs parois, en ſoient arrachées.

Et le troiſiéme, que les aquéducs & canaux des fontaines d'eau vive ſoient en ſi bon état, que l'eau qu'ils conduiſent puiſſe par ſon abondance, dans de pareilles occaſions, & dans des années de ſécheresſe, ſuppléer pour la boiſſon au défaut de celle de la riviére, ou corriger par le mêlange de l'une & de l'autre, les mauvaiſes qualités que celle-ci pourroit contracter.

METHODE

METHODE TRES-SIMPLE POUR CALCULER LA PREMIÉRE ÉQUATION DES PLANETES.

Par M. Pitot.

LES Calculs astronomiques sont, par leurs trop grandes longueurs, si pénibles & si ennuyeux, que c'est avec raison que la plûpart des Astronomes se sont appliqués particuliérement à chercher des méthodes simples pour les abreger. 2 Septembre 1733.

C'est aussi par cette seule raison que j'ose donner une nouvelle Méthode pour calculer la premiére Equation des Planetes : car on en a un si grand nombre, qu'il seroit fort inutile d'en donner de nouvelles, si celle que je propose n'avoit cet avantage essentiel d'être très-courte & très-aisée.

Suivant l'hypothese de Kepler, confirmée par les observations astronomiques, & par de sçavantes théories, les Planetes décrivent, en temps égaux, des arcs d'Ellipses autour du Soleil, placé à un des foyers, capables de secteurs égaux. Les surfaces ou les aires de ces secteurs proportionnelles aux temps, déterminent l'anomalie moyenne des Planetes, les angles au foyer donnent la vraye anomalie ; & la différence entre la moyenne & la vraye anomalie, est la premiére équation des Planetes, appellée aussi *Équation du Centre*.

Si la vraye anomalie d'une Planete étoit donnée, on trouveroit très-aisément la moyenne, par une méthode exacte, & par conséquent l'équation du centre ; mais il n'en est pas de même, pour passer de l'anomalie moyenne à la vraye anomalie, ce qui est la résolution directe du Probleme de Kepler, car l'anomalie moyenne est toûjours donnée par le mouvement moyen des Planetes.

Ce Probleme eſt ſi important pour l'Aſtronomie, que plusieurs grands Aſtronomes ont cherché des méthodes pour le réſoudre : on trouve de ces méthodes dans les Traités d'Aſtronomie de Kaill & de Gregori ; le P. Reneau en a inſeré une dans l'Analiſe démontrée ; M. de la Hire en a donné une autre dans les Mémoires de l'Académie de 1710. & enfin M. Caſſini en a donné une très-belle dans les Mémoires de 1719 : mais toutes ces méthodes, auſſi-bien que celle que je propoſe, ne ſont que par approximation, ou par des ſuites infinies, dont les calculs ſont d'autant plus longs, que les termes de la ſuite ſont compoſés, & qu'il faut trouver un plus grand nombre de termes. Par la méthode que je vais donner, l'opération néceſſaire à chaque terme ſe réduit à peu près à une regle de proportion que l'on fait très-ſimplement par les logarithmes, à cauſe des deux premiers termes de la regle qui ſont toûjours conſtants, & on approche ſi fort à chaque terme, qu'on trouve la vraye anomalie du Soleil ou de la Terre, de Venus & de Jupiter, à moins d'une ſeconde près au troiſiéme terme, celle de Mars & de Saturne au cinquiéme terme, & celle de Mercure au ſeptiéme.

On ſçait aſſés combien il ſeroit inutile de pouſſer l'exactitude des calculs aſtronomiques au de-là d'une ſeconde. Notre méthode a encore cet avantage, qu'on ne ſçauroit ſe tromper dans les calculs ſans le reconnoître : ſemblable en cela, à la méthode des Caſcades pour trouver les racines des équations numériques ; dans laquelle une erreur de calcul n'empêche point d'arriver au but qu'on ſe propoſe : ils en deviennent ſeulement un peu plus longs.

Soit *APDB* l'orbite de la Planete, *A* l'aphélie ou apogée, *B* le perihélie ou périgée, *F* le lieu du Soleil au foyer de l'Ellipſe, *P* le lieu de la Planete ſur ſon orbite. Si du centre *C*, on décrit le cercle *AFB*, & qu'on conſidére d'abord ce cercle comme l'orbite même de la Planete, il eſt évident qu'on pourra prendre les angles ou les ſecteurs *ACG* pour les anomalies moyennes de la Planete ; cela poſé, preſque toute la difficulté ſe réduit à trouver le point *K*, qui ſoit tel qu'ayant

tiré les lignes *KC, KF*, le triangle *KCF* soit égal au secteur *GCK*, car alors on aura le secteur *AFK*, égal au secteur *ACG*, ou à la moyenne anomalie ; & si le cercle étoit l'orbite même de la Planete lorsqu'elle seroit parvenuë au point *K*, l'angle *AFK* seroit celui de sa vraie anomalie, & la différence entre les angles *ACG*, *AFK*, son équation du centre. Or, pour que le triangle *KCF* soit égal au secteur *GCK*, il est clair que la perpendiculaire *FI* doit être égale à l'arc *GK*, ce qu'on ne sçauroit trouver que par approximation. Pour donc parvenir au point *K*, ou pour trouver l'arc *AK*, à moins d'une seconde près ; de la moyenne anomalie *ACG*, je retranche le secteur *GCM* égal au triangle *CFG*, ce qui se fait en prenant l'arc *GM* égal à la perpendiculaire *FI*; & je vois que le point *M* ne tombe pas au point cherché *K*, car le triangle *CMF* étant moindre que le triangle *CGF*, est moindre par conséquent que le secteur *GCM*. Je fais ensuite le secteur *GCN* égal au triangle *CMF*, & je remarque que le triangle *CNF*, étant plus grand que le triangle *CMF*, est plus grand aussi que le secteur *GCN*. Si l'on prend un autre secteur égal au triangle *CCN*, on approchera fort près du point *K*; mais enfin on continuëra de prendre des arcs *GM*, *GN*, égaux aux perpendiculaires *FI*, jusqu'à ce que leur différence d'avec l'arc *GK* soit moindre d'une seconde.

Pour prendre les arcs *GM*, *GN*, égaux aux perpendiculaires *FI*, on réduira toute la circonférence du cercle en secondes, on trouvera le nombre des secondes du diametre *AB*, & de l'excentricité *CF*, & on fera cette proportion ; comme le sinus total est au sinus de l'angle *FCI*, ou des angles *ACG*, *ACM*, &c. ainsi le nombre des secondes de *CF* seront à celles de *FI*.

Mais comme dans cette proportion le sinus total & les secondes de *CF*, sont constants pour tous les cas, je prends la différence de leurs logarithmes, pour la retrancher du sinus des angles *ICF*, ou *ACG*, *ACM*, &c.

L'angle *ACK*, ou *FCK*, étant connu avec les côtés *FC*,

CK, du triangle *FKC*, on trouvera l'angle *CFK*; or, la ſomme des côtés *FC*, *CK*, eſt égale à *FA*, & leur différence égale à *FB*, qui ſont des quantités conſtantes ; c'eſt pourquoi je prends la différence de leurs logarithmes pour la retrancher dans tous les cas, de la tangente de la moitié de l'angle *ACK*.

Enfin, pour avoir l'angle *AFP* de la vraie anomalie par les propriétés de l'Ellipſe, la ſurface du ſecteur de cercle *AFK*, eſt à la ſurface du ſecteur d'Ellipſe *AFP*, comme *HK* eſt à *HP*, comme *CE* eſt à *CD*, comme la tangente de l'angle *AFK*, à la tangente de l'angle *AFP*, mais *CE*, *CD*, étant des grandeurs conſtantes, je prends la différence de leurs logarithmes pour la retrancher dans tous les cas, de la tangente de l'angle *AFK*.

EXEMPLE.

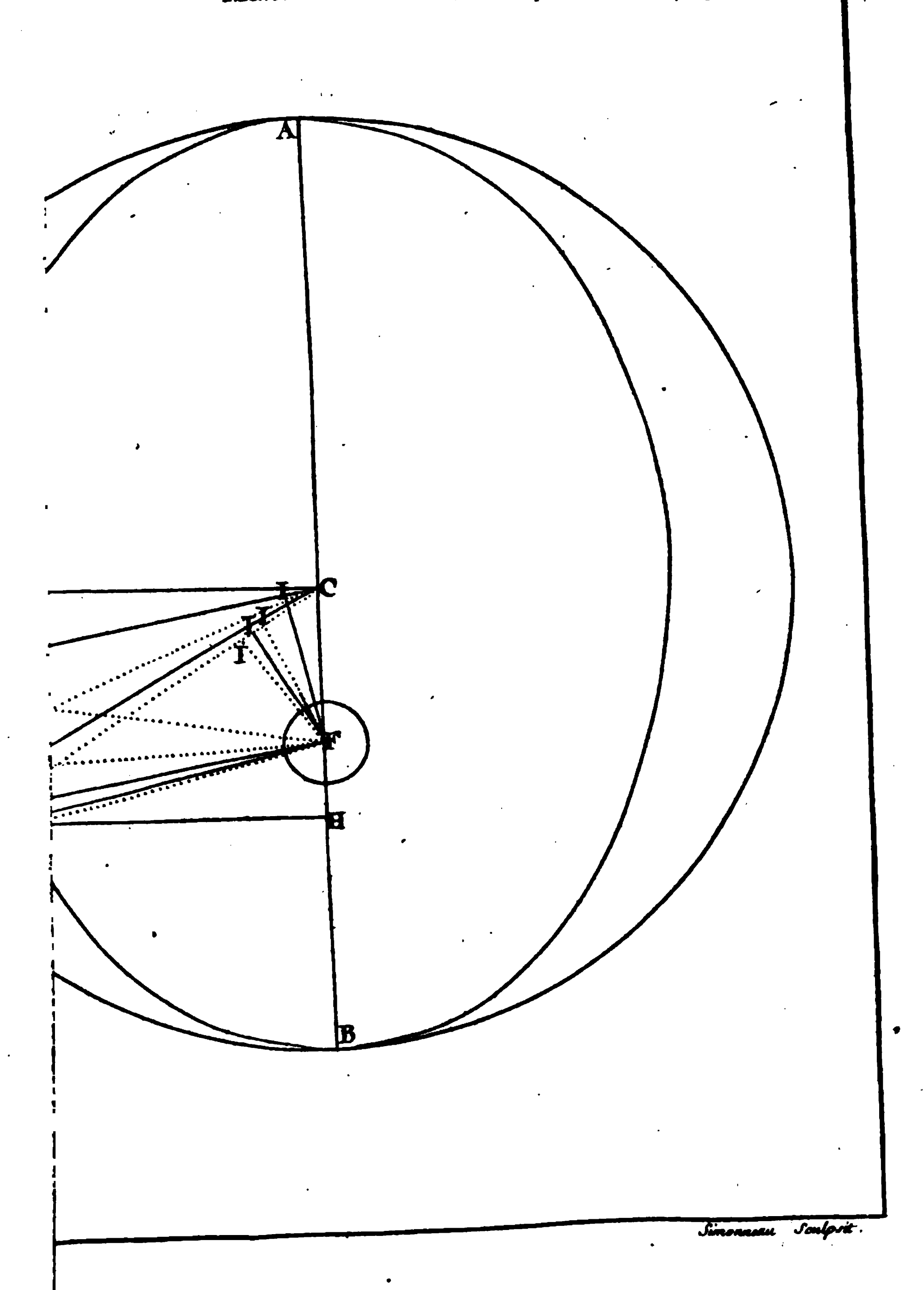
Trouver la vraie anomalie de Mars, qui convient à 30 degrés d'anomalie moyenne!

On a, par les obſervations de pluſieurs Aſtronomes, l'excentricité *CF* de cette Planete de 9260 parties, le rayon *CA* étant pris de 100000, d'où l'on trouve la valeur de *FA* de 109260, celle de *FB* de 90740, & par la propriété de l'Ellipſe, celle de *CD* de 99571. Ayant réduit le rayon *CA* en ſeconde de la circonférence, on dira ſi 100000 donnent les ſecondes de *CA*, 9260 donneront les ſecondes de *CF*, dont le logarithme étant retranché du ſinus total, le reſte 571900 ſera un logarithme que je nomme *(a)*, qui ſervira pour tous les cas, ou pour tous les degrés d'anomalie moyenne de Mars.

La différence entre le logarithme de *FA* 109260, & de *FB* 90740 eſt 008061, eſt un ſecond logarithme qui ſervira pour tous les cas, & que je nomme *(b)*.

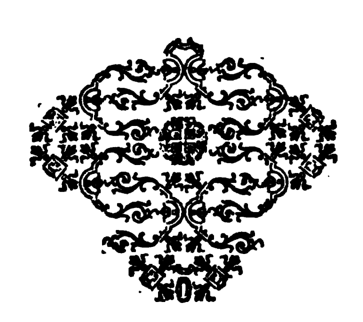
Du logarithme de *CE*, ayant retranché le logarithme de *CD*, on aura 000187 pour un troiſiéme logarithme qui ſervira dans tous les cas, que je nomme *(c)*.

Ces trois préparations étant faites, pour ſuivre notre



Simonneau Sculpsit.

exemple, du ſinus de 30 degrés ou de la moyenne anomalie, il faut retrancher la valeur de *(a)* 571900 pour avoir le logarithme de 9549 ſecondes ou 2° 39′ 9″ qu'il faut retrancher de 30 degrés, reſte 27° 20′ 51″ pour un arc, que je nomme *premier arc trouvé,* du ſinus duquel il faut retrancher derechef le logarithme *(a)* pour avoir le logarithme de 8773″ ou 2° 26′ 13″ qu'on retranchera de même de 30 degrés, pour avoir un ſecond arc trouvé de 27° 33′ 47″; ainſi de ſuite on trouvera un troiſiéme arc trouvé de 27° 32′ 43″, & un quatriéme de 27° 32′ 48″: mais ſi on cherche un cinquiéme arc trouvé, on verra qu'il ne ſera pas différent du quatriéme, ainſi l'angle *ACK*, ou l'arc *AK*, eſt de 27° 32′ 48″, dont la moitié eſt 13° 46′ 24″. De la tangente de cette moitié, on retranchera le logarithme *(b)* pour avoir la tangente de 11° 30′ 34″, qu'il faut adjoûter à la moitié de l'angle *ACK* 13° 46′ 24″ pour avoir l'angle *AFK* de 25° 16′ 58″, dont il faut prendre la tangente, & en retrancher le logarithme *(c)* pour avoir la tangente de l'angle *AFP*, ou de la vraie anomalie qu'on cherche, de 25° 11′ 15″. Enfin, ſi on veut avoir l'équation du centre, il faut retrancher la vraie anomalie 25° 11′ 15″ de la moyenne 30 degrés, on aura 4° 48′ 45″.



REMARQUES SUR LES MONSTRES;

A l'occasion d'une Fille de douze ans, au corps de laquelle étoit attachée la moitié inférieure d'un autre corps; & à l'occasion d'un Faon à deux Têtes, disséqué par ordre du Roy.

AVEC DES OBSERVATIONS SUR LES MARQUES DE NAISSANCE.

PREMIÉRE PARTIE.

Par M. WINSLOW.

9 Mai 1733. JE fus appellé, il y a quelques années, à l'Hôpital général pour voir une Fille malade qu'on disoit avoir deux corps, & pour délibérer si l'on administreroit l'Extrême-Onction à une seule ou à deux. Cette fille, âgée de douze ans, étoit assés grande pour cet âge, & d'ailleurs bien formée, excepté qu'elle avoit à la Région Epigastrique, un peu vers le côté gauche, la moitié inférieure, c'est-à-dire, le Bas-ventre & les Extrémités inférieures d'un autre corps, qu'on prenoit aussi pour celui d'une fille.

Ce demi-corps étoit beaucoup plus petit à proportion que le corps entier, n'ayant qu'environ les deux tiers du volume de la pareille portion du grand. La situation étoit telle, que le ventre du petit corps regardoit le ventre du grand. On n'appercevoit dans le petit aucun vestige de Tête, ni de Bras, ni de Poitrine, excepté une rangée de Vertebres, dont on sentoit assés distinctement la portion supérieure être attachée & comme soudée à la moitié inférieure du Sternum du grand corps, de maniére que leurs apophyses épineuses étoient tournées en devant, & que leurs portions arrondies regardoient

le Sternum de la grande fille. Le reste de cette rangée de Vertebres ou Epine du dos s'avançoit peu à peu sur le devant, en s'éloignant de plus en plus du corps entier.

La partie inférieure du Dos & la partie supérieure de l'Epigastre du corps imparfait ou petit corps, paroissoient confonduës avec la partie inférieure de l'Epigastre du grand corps. Au reste les deux Bas-ventres étoient tout-à-fait séparés l'un de l'autre, & tournés l'un vers l'autre avec les Bassins & les extrémités inférieures.

On ne distinguoit pas les Vertebres Lombaires du demi-corps, au lieu desquelles on sentoit, en y touchant, une espece de Ligament plat très-fort, qui paroissoit attaché par une extrémité au bas des Vertebres du dos, & par l'autre à l'Os sacrum & aux parties voisines des Os des hanches, appellés communément *Os innominés*, de sorte que par le moyen de ce Ligament le demi-corps étoit comme suspendu sur le devant du corps entier. La pauvre fille étoit même obligée de le soûtenir continuellement dans une espece d'écharpe pour se soulager du fardeau, & pour empêcher le ballotement, qui lui étoit fort incommode, sur-tout quand elle étoit debout, & faisoit quelques mouvements, ou marchoit. Elle étoit encore obligée de tenir les fesses du petit corps toûjours enveloppées de linges à cause de l'écoulement des matiéres fécales.

Les Extrémités inférieures, c'est-à-dire, les Cuisses, les Jambes & les Pieds du petit corps étoient toûjours en attitude de fléxion, & ne donnoient aucunes marques de mouvement. D'ailleurs la conformation externe ou superficielle du Bas-ventre, des fesses & de toutes les autres portions des extrémités inférieures, étoit très-naturelle. Toutes ces parties paroissoient même bien nourries, grasses, & dans un état ordinaire d'embonpoint. La Peau dont elles étoient couvertes, étoit comme une vraye continuation de la Peau du grand corps.

La connexion de ces deux sujets paroissoit d'abord à la premiére inspection comme s'il y avoit eû dans le grand corps

une grande ouverture au deſſus du creux de l'Eſtomac, par laquelle le petit corps auroit fourré ſa Tête, ſes Bras, ſes Epaules & ſa Poitrine dans la cavité de la Poitrine du grand, de ſorte que le Bas-ventre avec les Extrémités inférieures auroient reſté dehors, & la peau de l'un auroit été entiérement unie & comme incorporée avec celle de l'autre par leur rencontre mutuelle.

C'eſt ce qui avoit donné lieu de ſoupçonner à quelques-uns, que la moitié ou portion ſupérieure du petit corps pourroit être réellement cachée au dedans du grand, & que par conſéquent il pourroit y avoir deux ſujets entiers, dont chacun en particulier ſeroit capable de recevoir le même Sacrement. Mais ne voyant qu'une étenduë ou capacité très-médiocre de la Poitrine & du Bas-ventre de la grande fille, & ayant conſidéré très-attentivement la connexion particuliére de l'Epine du Dos du petit ſujet avec le Sternum du grand, j'opinai que le petit n'avoit ni Tête, ni Bras, ni même quelque apparence de Cœur, & qu'on ne pouvoit pas le regarder comme un ſujet animé en particulier.

Le ſoupçon qu'on en avoit formé auparavant, auroit encore pû être pouſſé plus loin par l'obſervation ſuivante. Je remarquai pendant cet examen, que la fille portoit de temps en temps ſes mains ſur les feſſes & ſur les cuiſſes du petit corps, & qu'elle les grattoit. Je demandai pourquoi elle le faiſoit, & ſi elle ſentoit les impreſſions qui en arrivoient à ce petit corps. Elle me répondit qu'elle les ſentoit très-bien, & que cela lui faiſoit plaiſir.

Cette obſervation me fit ſouvenir d'une pareille, que j'avois faite ſur un Italien âgé d'environ dix-huit ans, à la Foire de S.t Laurent, l'an 1698. Il avoit, immédiatement au-deſſous du cartilage de la troiſiéme côte, du côté gauche, une autre Tête beaucoup plus petite que la ſienne. L'inſcription Venitienne de ſon portrait, que j'ai toûjours gardé depuis, marquoit que les deux Têtes avoient été baptiſées ſous des noms différents, ſçavoir la ſienne, ſous celui de Jacques, & l'autre, ſous celui de Matthieu. La petite Tête étoit ſituée comme ſi un enfant

caché

caché dans le bas-ventre l'en avoit poussée au-dehors pour regarder quelque chose. Elle étoit fort adhérente au grand corps par la moitié inférieure de la partie latérale du côté droit de la face; de sorte que l'oreille droite, & les parties circonvoisines de cette oreille, étoient cachées. Tout le reste de la Tête & de la face, avec les cheveux & la plus grande partie du col, étoit entiérement dehors, & on y voyoit le front, les yeux, le nés, la bouche, les dents & le menton très-distinctement. Je lui demandai s'il sentoit quand on touchoit à la petite Tête, & m'ayant répondu qu'oui, je cherchai une occasion favorable pour en être bien assûré. Je ne fus pas long-temps sans y réüssir; car pendant que j'examinois toutes les parties de cette Tête, je me saisis du moment, qu'un certain objet fit détourner le visage du grand garçon, & je pinçai avec mes ongles la peau derriére l'oreille de la petite Tête. Le grand cria dans l'instant que je lui faisois mal, & je lui marquai que je l'avois fait exprès. Ainsi voilà deux expériences que j'ai faites moi-même de la communication du sentiment du toucher entre deux corps joints ensemble contre nature.

Pour revenir à l'histoire de la fille, comme elle étoit très-malade, je priai qu'en cas de mort on me fît avertir, & qu'on me permît d'en faire la dissection. Elle mourut quelques jours après, & en ayant été averti, je me transportai à l'Hôpital. Feu M. Duvernay le Professeur s'y trouva aussi, de même que M. Dupont Chirurgien-Major des maisons de cet Hôpital. Le sujet étoit déja très-alteré, & presque corrompu par la grande chaleur de la saison, ce qui nous empêcha de faire ce que nous aurions souhaité, & nous obligea à nous contenter des observations suivantes, d'autant plus qu'on étoit fort pressé pour l'enterrement, à cause de la puanteur.

L'estomac étoit unique & situé à l'ordinaire, mais d'un grand volume; il étoit flasque & très-médiocrement rempli. L'intestin duodenum en partoit comme de coûtume, suivi naturellement de l'intestin jejunum, & à peu-près d'un tiers de l'intestin ileum, qui ensuite faisoit une bifurcation, & produisoit le reste de deux intestins ileums, l'un pour le grand

ſujet ; & l'autre pour le petit. Chacun de ces deux ileums aboutiſſoit à de gros inteſtins ordinaires.

Le foye paroiſſoit d'abord ſimple, excepté que le lobe gauche, qui ordinairement eſt petit, étoit fort épais. La convexité ou face ſupérieure de toute la maſſe du foye étoit uniforme & ſans apparence d'un foye double. La face inférieure portoit deux véſicules du fiel bien formées, l'une ordinaire & dans ſa ſituation naturelle ſous le lobe droit, l'autre extraordinaire & placée ſous le lobe gauche. Ces deux véſicules alloient ſéparément au duodenum, à peu de diſtance l'une de l'autre.

Dans le petit ſujet l'inteſtin colon, au lieu d'aboutir à celui qu'on appelle *Rectum*, paroiſſoit ſe confondre avec la veſſie, & en former une eſpece de cloaque avec les uretéres qui s'y terminoient auſſi à l'ordinaire. Ce réceptacle commun de la matiére fécale & de l'urine n'avoit qu'une iſſuë, dont l'extérieur étoit en maniére d'anus confondu avec une petite portion de la partie naturelle externe du ſexe feminin. Au reſte, il n'y avoit dans ce petit ſujet, ni au-dedans, ni au-dehors, aucun veſtige d'organe de génération ou marque de ſexe.

Dans ce même petit ſujet toutes les parties inférieures étoient à l'extérieur très-bien conformées. Les lombes, le ſiege, les hanches, les cuiſſes, les jambes, les pieds, avec toutes les articulations, paroiſſoient être dans leur état naturel, & même les feſſes, comme auſſi ce qu'on appelle communément le mollet ou gras de jambe, marquoient très-bien la forme & la conſiſtance ordinaire de ces parties. Je voulus, nonobſtant la grande puanteur ſubitement arrivée par la chaleur de la ſaiſon, examiner particuliérement le dedans de ces mêmes parties, dont j'avois vû & expérimenté ſi évidemment la communication de ſenſibilité qu'elles avoient avec le corps du grand ſujet pendant la vie. M. Duvernay me dit que je pourrois y rencontrer ce qu'il avoit vû autrefois dans un ſujet à peu-près ſemblable, ſçavoir, qu'il n'y avoit point de muſcles. Cela augmenta ma curioſité, & ayant moi-même diſſequé ces parties d'un bout juſqu'à l'autre, je n'y trouvai aucun muſcle,

ni même la moindre fibre charnuë ; ce n'étoit que la seule graisse avec une distribution de vaisseaux sanguins & de nerfs, qui remplissoit l'intervalle de la peau & des os. Ces os étoient dans leur état naturel. J'ai trouvé quelque temps après dans l'Histoire Latine de l'Académie par feu M. Duhamel, parmi les Mémoires de l'année 1694, une observation très-courte de M. Duvernay, sur un Fœtus à peu-près semblable, par l'extérieur, aux sujets que je viens de décrire, mais il n'y est pas fait mention de la structure interne de ce fœtus. Ainsi je ne sçais si c'est l'exemple dont M. Duvernay m'avoit voulu parler. M. de Jussieu le jeune, de cette Compagnie, a vû en son particulier la fille dont je viens de parler.

Ayant depuis en différents temps & à tête reposée, fait plusieurs réfléxions sur ces phénoménes, j'ai trouvé de très-grandes difficultés dans le systême de ceux qui nient les germes originairement monstrueux, & n'attribuent la formation des Monstres qu'au dérangement accidentel de la structure naturelle des germes originaires, soit par confusion de deux ou de plusieurs germes entiers, soit par destruction, changement, adhérance, &c. de quelque portion des germes naturels, selon les différents degrès & les différentes maniéres de compression par les parties voisines. Ces difficultés, que j'avois ensuite abandonnées pendant quelque temps, se sont encore renouvellées à l'occasion d'un Faon de Biche à deux têtes, dont je fis la dissection & la description par ordre du Roy, comme je dirai ci-après.

Ayant à cette occasion parcouru dans les Mémoires de l'Académie, toutes les observations qui s'y trouvent sur les Monstres, les mêmes difficultés se sont beaucoup augmentées. Elles m'ont enfin paru presque insurmontables après avoir comparé ces observations les unes avec les autres, n'en ayant d'abord examiné que les deux les plus détaillées, dont l'une est employée pour le systême des Monstres originaux, dans les Mémoires de l'année 1706 par M. Duvernay; & l'autre pour le systême des Monstres accidentels, dans les Mémoires de l'année 1724 par M. Lemery.

Voici l'hiſtoire du Faon à deux têtes, dont il eſt fait mention ci-deſſus, & que je reçûs le 22 Mai 1729, de M. d'Onz-en-Bray, à qui M. le Cardinal de Fleury l'avoit envoyé de la part du Roi, pour en faire faire la diſſection & la deſcription. Ce Faon conſidéré comme étant debout ſur les quatre pattes, avoit 14 pouces de hauteur, & autant de longueur. Le col & les deux têtes étoient d'une dimenſion proportionnée à cette meſure. L'une des deux têtes étoit poſée ſur le col, preſque dans l'attitude ordinaire, mais tant ſoit peu inclinée ſur le côté droit. L'autre tête étoit unie par la partie latérale inférieure du côté gauche de l'occiput avec la partie latérale inférieure du côté droit de l'occiput de la tête ſupérieure. La même tête latérale ou inférieure étoit poſée de maniére que la tête ſupérieure étant vûë de profil, on voyoit la tête latérale directement de front; elle paroiſſoit un peu plus groſſe que l'autre.

Il y avoit trois oreilles, une au côté droit de la tête ſupérieure, une au côté gauche de la tête latérale, & une commune aux deux têtes. Cette oreille commune & mitoyenne étoit un peu plus large que les autres. Par ſa convexité, elle étoit fort égale & ſimple, mais au fond de ſa concavité s'élevoit une ligne ſaillante qui partageoit ce fond comme en deux conques, & enſuite continuoit le long de la concavité de l'oreille, en diminuant de ſaillie peu à peu vers l'extrémité de l'oreille, où elle ſe perdoit entiérement. Le bord de la concavité de chacune des deux autres oreilles, ou oreilles propres, étoit garni d'un poil blanc vers l'extrémité de l'oreille; lequel poil blanc environnoit le poil noir, dont le milieu de la concavité étoit médiocrement couvert. Le bord blanc de l'oreille mitoyenne ou commune jettoit de ſa pointe une raye blanche qui alloit gagner la ligne ſaillante mentionnée ci-deſſus, & diviſoit la portion voiſine du milieu noir en deux.

Les deux têtes étoient jointes par dehors juſques vers le milieu des jouës voiſines, de maniére qu'elles avoient chacune ſéparément leurs deux yeux à l'ordinaire, excepté que l'un des deux yeux de la tête latérale étoit un peu plus gros &

un peu plus ſaillant que les autres yeux. Chaque tête avoit ſon nez, ſes narines, ſon muſeau, ſa bouche, ſes mâchoires, ſon palais, ſa langue & ſa gorge. La mâchoire inférieure de l'une & de l'autre tête étoit également mobile, pour pouvoir ſervir à brouter, & les deux mâchoires étoient également garnies de dents à l'ordinaire.

Le col qui portoit ces deux têtes, de la maniére qu'il eſt dit ci-devant, étoit plus courbé qu'à l'ordinaire, & tant ſoit peu incliné à droite. Tout le reſte du corps n'avoit rien de ſingulier à l'extérieur. Les deux côtés du col & du tronc ou corps étoient légérement jaſpés de taches blanches, comme le ſont pour l'ordinaire ces animaux dans le premier âge.

Je me ſuis contenté d'examiner par la diſſection, les deux têtes, & de m'attacher principalement dans cet examen à ce que je trouvois de ſingulier dans les parties communes à ces deux têtes, en les comparant avec celles qui y avoient rapport dans chaque tête en particulier. Je remets le détail de la diſſection à la ſeconde partie de ce Mémoire, pour des raiſons que je dirai en même temps.

Les difficultés que je propoſerai ici à l'occaſion des deux Syſtemes, regardent non-ſeulement ce qu'on a coûtume d'appeller *Monſtre,* mais auſſi tout ce qui ſe trouve d'extraordinaire dans la ſtructure du Corps humain, & dans celle des Animaux, par addition, par défaut, par difformité, par tranſpoſition, par confuſion, &c. de certaines parties, ſoit dans un ſeul ſujet, ſoit dans deux ou pluſieurs ſujets unis enſemble contre nature.

J'expoſerai ces difficultés par maniére de Réfléxions ſur des Exemples ou faits rapportés dans les Mémoires de l'Académie, & ſur quelques autres bien averés. Je commencerai par les ſujets ſimples, je continuërai par les compoſés.

Mon deſſein étoit de ranger ſous la premiére de ces deux claſſes, parmi les ſujets ſimples, ceux qui n'ont que quelque petite partie ſurnuméraire, ou double, triple, &c. Mais comme on applique auſſi à ces derniers ſujets, le ſyſteme des Monſtres accidentels, & de la confuſion des germes originairement

séparés, j'ai trouvé plus à propos d'en faire une troisiéme classe particuliére, & de les placer après ceux de la seconde classe, qui comprendra les sujets dont la composition extraordinaire est formée des parties plus considérables, de même que ceux qui sont doubles, triples, &c. soit totalement, soit par portions.

Exemples de la premiére Classe.

I.

1688. M. Méry fit dans l'Hôtel Royal des Invalides, l'ouverture du cadavre d'un Soldat qui avoit 72 ans, & il y trouva généralement toutes les parties internes de la Poitrine & du bas-Ventre situées à contre-sens; celles qui dans l'ordre commun de la nature, occupent le côté droit, étant situées au côté gauche, & celles du côté gauche, l'étant au droit. Le Cœur étoit transversalement dans la Poitrine, sa base tournée du côté gauche occupoit justement le milieu, tout son corps & sa pointe s'avançant dans le côté droit. Ses deux Ventricules, ses Oreillettes & ses Vaisseaux avoient aussi une situation différente de l'ordinaire; car la plus grande des Oreillettes & la Veine-cave étoient placées à la gauche du cœur. Ainsi la Veine-cave descendant le long des Vertebres, perçoit à gauche le Diaphragme, & occupoit aussi le même côté dans le Bas-ventre jusqu'à l'Os sacrum. La Veine Azygos sortant du tronc supérieur de la Veine-cave, occupoit le côté droit des Vertebres du Dos. La plus petite des Oreillettes & l'Aorte étoient placées à la droite du cœur; ensorte que l'Aorte produisoit sa courbure de ce côté-là contre l'ordinaire, & après avoir passé entre les deux portions du Muscle inférieur du Diaphragme, elle descendoit jusqu'à l'Os sacrum, tenant le côté droit des Vertebres des Lombes, & ayant toûjours la Veine-cave à sa gauche. L'Artere du Poumon, en sortant du grand Ventricule, placée au côté gauche, se glissoit obliquement à droit, au lieu qu'elle se porte ordinairement à gauche. Le Poumon droit n'étoit divisé qu'en deux lobes, & le gauche en trois.

L'Oesophage entrant dans la Poitrine, passoit de gauche à

droit au devant de l'Aorte, & continuant sa route, il perçoit le Diaphragme de ce côté-là; en sorte que l'orifice supérieur de l'Estomac se rencontrant dans le même endroit, son fond se trouvoit placé dans l'Hypochondre droit, & le Pylore dans le gauche où commençoit le Duodenum, qui se plongeant dans le Mesentere, en ressortoit au côté droit contre l'ordinaire; & là se trouvoit le commencement du Jejunum. La fin de l'Ileon, le Cœcum & le commencement du Colon étoient placés dans la Region Iliaque gauche, d'où le Colon commençant à monter vers l'Hypochondre du même côté, passoit sous l'Estomac pour se rendre dans l'Hypochondre droit, puis descendoit par les Regions lombaire & iliaque droites dans la cavité Hypogastrique.

Le Foye étoit placé au côté gauche de l'Estomac; son grand Lobe occupant entiérement l'Hypochondre de ce côté-là. Sa scissure se trouvoit vis-à-vis l'appendice xiphoïde du Sternum, & son petit Lobe déclinoit vers l'Hypochondre droit. Les Vaisseaux Colidoques & la Veine-porte parcouroient leur chemin de gauche à droit. La Ratte étoit placée dans l'Hypochondre droit, & le Pancreas se portoit transversalement de droit à gauche au Duodenum. Le Rein droit étoit plus bas que le Rein gauche; la Veine Spermatique droite sortoit de la Veine Emulgente ou Renale droite, & la gauche du tronc de la Veine-cave. La Capsule atrabilaire ou Glande sur-Renale gauche recevoit sa veine du tronc de la Veine-cave placée au côté gauche des Vertebres des Lombes, & la veine de la Capsule droite sortoit de la Veine Emulgente ou Renale droite.

M. Duhamel ancien Sécrétaire de l'Académie, & Prédecesseur de M. de Fontenelle, en a fait le rapport dans son Histoire Latine de cette Académie, liv. III. chap. 2. à l'année 1689; mais comme elle y est trop raccourcie, j'ai suivi la Relation originale que M. Maloet a fait voir à la Compagnie, & qui, la même année 1688, a été signée de M. Duchesne Médecin ordinaire dudit Hôtel, de M. Morand le pere, qui en étoit le Chirurgien-Major, de M. Méry qui a donné le

détail de la diſſection à l'Académie, & de M. Duparc Chirurgien de S. Côme qui eſt encore en vie. On l'a depuis imprimée dans le Recueil des anciens Mémoires de l'Académie, tome X. ſous ce titre : *Obſervation faite dans l'Hôtel Royal des Invalides, ſur le corps d'un Soldat mort à l'age de 72 ans.*

On avoit déja vû à Paris, en 1650, un pareil exemple dans le Meurtrier qui avoit tué un Gentilhomme, au lieu de M. le Duc de Beaufort, & dont le corps après avoir été roué, fut diſſéqué chés M. Regnier Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, par M. Bertrand Chirurgien très-expert & Anatomiſte. Le célébre Riolan étoit préſent à la diſſection, & il en a publié l'hiſtoire avec des remarques, dans un Traité particulier, intitulé *Diſquiſitio de tranſpoſitione partium Naturalium & Vitalium in corpore humano;* lequel Traité ſe trouve parmi ſes *Opuſcula Anatomica varia & nova*, imprimés à Paris, en 1652, in-12.

La même hiſtoire eſt détaillée plus au long dans les Obſervations médicinales de Cattier Docteur en Médecine de Montpellier, ſur le rapport que le même Chirurgien lui en avoit communiqué. Et Bonet, dans ſon *Sepulcretum, liv.* 4. ſect. 1. obſ. 7. §. 3. a preſque entiérement copié la narration de Cattier. M. Falconet m'a averti, qu'il en eſt auſſi fait mention dans les Mémoires de Joly, qui, à cette occaſion, rapporte qu'on avoit trouvé la même choſe dans un Chanoine de Nantes. Il m'a encore indiqué le Journal de Dom Pierre de S.t Romuald, imprimé à Paris en 1661, où il eſt dit, qu'on trouva une pareille tranſpoſition dans le cadavre du S.r Audran Commiſſaire du Regiment des Gardes à Paris, en 1657.

On peut rapporter ici l'Obſervation de Frederic Hoffman, imprimée à Leipſick, en 1671, in-4.° ſous le titre : *Cardianaſtrophe, ſeu Cordis inverſio memorabilis, obſervàta à Collegio Medico Civitatis Hallenſis, in anatomia cadaveris feminei.*

Réflexion. En examinant, & en conſidérant comme il faut, avec toute l'exactitude anatomique, la ſtructure ordinaire de ces parties, & leurs connexions particuliéres, tant entre elles-

elles-mêmes, qu'avec les autres parties qui les environnent, je ne puis m'imaginer en aucune maniére, comment la conformation générale de toutes ces mêmes parties à contre-ſens ſe peut expliquer par le ſyſteme des Monſtres accidentels.

Pour bien ſentir dans toute leur étenduë mes difficultés ſur l'application du ſyſteme des Monſtres accidentels à cette obſervation, il faut exactement conſidérer tous les phénoménes des diſpoſitions & des configurations extraordinaires qui s'y rencontrent. Et quand même on n'y ſuppoſeroit qu'une ſimple tranſpoſition ou inverſion de parties ordinaires à contre-ſens, elle ſeroit inexplicable par ce ſyſteme. Car quel accident, quelle preſſion, quel mouvement irrégulier pourroit-on imaginer, qui fût capable de déplacer tous ces viſcéres, comme par un ſeul tour de pivot ou de broche, en les détachant de leur connexion primitive, & en leur donnant des attaches nouvelles, & cela ſans déranger le diaphragme, & ſans, pour le moins, tordre le Pharynx, l'extrémité du Colon, les portions ſupérieures & les portions inférieures de l'Aorte & de la Veine-cave ?

Une telle tournure ſimple de toutes ces parties ne peut aucunement avoir lieu ici; car outre la contorſion funeſte, dont je viens de parler, le devant ordinaire de ces parties auroit par-là été en arriére, & l'arriére en devant ; au lieu que ce devant & ce derriére y paroiſſoient comme de coûtume, mais avec cela tout ce qui en devoit être à droite, étoit à gauche, & tout ce qui devoit être à gauche, étoit à droite. Ainſi, toutes ces parties étoient chacune, non-ſeulement dans une ſituation extraordinaire, mais encore tout autrement conſtruites qu'à l'ordinaire, & leur configuration, tant interne qu'externe ou ſuperficielle, n'étoit ſemblable à celle d'autres ſujets, que comme ce que l'on voit dans un miroir reſſembler à l'original, ou à peu-près comme la main gauche reſſemble à la main droite, c'eſt-à-dire, ſymmétriquement ; de ſorte que ſi les parties du ſujet, dont il s'agit, étoient miſes ſur une planche directement à côté de pareilles parties d'un autre ſujet ordinaire &

proportionné en grandeur, elles feroient réciproquement les unes avec les autres la ſymmétrie.

Le Cœur avoit la baſe à gauche, & la pointe à droite, non pas par un ſimple détour accidentel, mais par une conformation ſpéciale à contre-ſens, puiſque le ventricule mince, communément appellé *ventricule droit*, étoit placé à gauche, avec la grande Oreillette & la Veine-cave, qui tient à cette oreillette; & que le ventricule épais, communément appellé *ventricule gauche*, étoit ſitué à droite, avec l'Oreillette pulmonaire & l'Aorte. La diviſion du poumon gauche en trois lobes, pendant que le poumon droit n'en avoit que deux, ne ſeroit pas de ſi grande conſéquence; mais la direction de l'Artére pulmonaire de gauche à droite dépend d'une ſtructure ſpéciale, conformément à celle de toutes les parties du Cœur, & à celle de l'Aorte & de la Veine-cave. Je demande par quel accident, par quelle preſſion, &c. cette conſtruction particuliére à contre-ſens pourroit arriver à un germe originairement ordinaire?

A l'égard de l'Eſtomac, de l'Oeſophage, des Inteſtins, des gros troncs d'Artéres & de Veines, la difficulté d'expliquer ſelon le ſyſtême des accidents leur ſituation extraordinaire, ne paroîtroit pas difficile à ceux qui ne ſont pas entiérement au fait des particularités ordinaires de la ſtructure & de la connéxion de ces parties. Il ſuffira de leur bien faire comprendre la contorſion & le dérangement, qu'auroient néceſſairement ſouffert par-là l'Oeſophage vers le Pharynx, l'Eſtomac dans ſes connéxions avec le diaphragme, les Inteſtins par rapport au Méſentére, les portions ſupérieures & inférieures de même que les premiéres ramifications latérales de l'Aorte & de la Veine-cave. Un peu de réfléxion ſur un examen ſuperficiel de ces parties, mais fait dans le ſujet même, ſuffiroit pour ſentir la difficulté dont il eſt queſtion.

La ſituation du Foye à gauche rend encore beaucoup plus ſenſible cette difficulté. Car pour que ce viſcere ayant été originairement conſtruit à l'ordinaire, pût enſuite par quelque

accident occuper le côté gauche, en cédant le côté droit à la Ratte, il faudroit pour le moins que le bord mince ou antérieur avec la vésicule du Fiel fût tourné en arriére, & que le bord épais ou postérieur fût tourné en devant avec la grande échancrûre, à laquelle la Veine-cave & les troncs des Veines Hépatiques tiennent intimement; ce qui ne se trouvoit pas dans ce sujet. M. Mery étoit trop bon Observateur pour ne pas rapporter un phénoméne qui lui auroit sauté aux yeux, & lui auroit paru bien plus monstrueux que la construction particuliére de toutes les portions de ce viscére, conformément à la seule situation extraordinaire de leur masse. Comment par le systeme des germes accidentellement monstrueux expliquer cette particularité inévitable, & comment se deffendre d'avoir ici recours au sentiment opposé?

II.

1699. M. Chemineau, Médecin de la Faculté de Paris, apporta à l'Académie un Cœur de Fœtus humain, d'une structure extraordinaire. Ce Cœur avoit trois Ventricules, qui communiquoient ensemble, comme celui de la Tortuë. Les deux Ventricules ordinaires ne recevoient que les Veines, sçavoir, le Ventricule droit recevoit les Veines-caves, & le Ventricule gauche recevoit les Veines pulmonaires. Le troisiéme Ventricule, qui étoit l'extraordinaire, fournissoit à part les gros Troncs artériels, sçavoir, celui des Arteres pulmonaires & celui de l'Aorte, lesquels n'avoient point de communication avec les deux autres Ventricules. Ainsi par cette construction particuliére les deux Ventricules ordinaires poussoient uniquement dans le troisiéme Ventricule le sang qu'ils avoient reçû des Veines, & ce troisiéme Ventricule poussoit seul en particulier dans les Arteres les deux sortes de sang reçû des autres Ventricules. Il n'y avoit point de canal de communication entre l'Artere pulmonaire & l'Aorte inférieure; lequel canal ne manque jamais dans l'état ordinaire des Fœtus.

Réfléxion. Je demande à ceux qui sont réellement au fait de la structure, quel accident on pourroit imaginer, qui fût

capable de produire ce troisiéme Ventricule. Quelqu'un diroit peut-être, que la Cloison ordinaire s'étoit fenduë en deux lames qui ont laissé entre-elles une espece de cavité. Mais les troncs artériels, par quelle mécanique accidentelle auroient-ils dans un germe ordinaire pû être entiérement exclus des Ventricules ordinaires, & uniquement implantés dans le Ventricule extraordinaire? Je le demande toûjours aux vrais connoisseurs de la structure, & je leur demande aussi, par quelle méchanique accidentelle seroient formés les trous extraordinaires, par lesquels ce troisiéme Ventricule communiquoit avec les deux Ventricules ordinaires? Je le demande encore par rapport au défaut du canal artériel.

III.

1700. M. Mery trouva dans un Enfant monstrueux l'Epine du dos contournée de telle sorte, qu'en regardant la face, la poitrine & le ventre en devant, on trouvoit les parties externes du sexe, les Genoux & les Pieds dans une situation toute opposée, c'est-à-dire, en arriére. La Tête étoit sans voute de crane, la Poitrine sans sternum, sans cartilages des côtes, & le Ventre sans muscles; de sorte que ces trois cavités restoient toutes ouvertes. Les deux Oreillettes du Cœur formoient une cavité commune, dans laquelle les Veines-caves & les Veines pulmonaires avoient leurs embouchûres, & il n'y avoit point de trou ovale. La cavité commune de ces deux Oreillettes communiquoit par une grande ouverture avec la cavité du Ventricule droit. Ce Ventricule droit avoit communication par un petit passage avec le Ventricule gauche. De ce Ventricule gauche sortoient & l'Artere pulmonaire & l'Aorte.

Réflexion. On pourroit laisser ici au systême des conformations accidentelles les premiers phénoménes de cette observation: mais voilà une structure extraordinaire du Cœur très-différente de celle de l'Exemple précédent. Je réitére ici la même demande aux Anatomistes expérimentés: par quelle avanture accidentelle l'Artere pulmonaire a-t-elle pû quitter le Ventricule droit, pour venir du Ventricule gauche, & comment l'Oreillette gauche avec le sac des Veines pulmonaires auroit-

elle pû abandonner le Ventricule gauche pour aller à contre-ſens s'ouvrir dans le Ventricule droit ? On peut confronter avec ces deux Exemples l'Obſervation de Stenon, que j'ai rapportée dans mon Mémoire ſur la circulation du ſang dans le Fœtus.

IV.

1709. Obſervation de M. Littre ſur un Fœtus monſtrueux, dont le Cordon ombilical étoit de deux tiers plus court que de coûtume, & n'avoit qu'une Artere, au lieu de deux qu'on y remarque ordinairement. Cette Artere partoit de l'Artere iliaque droite, & ſortoit du Ventre par la partie moyenne de la région hypogaſtrique, au lieu de ſortir par la partie moyenne de la région ombilicale. Etant ſortie du Ventre, elle ne ſe joignoit à la Veine ombilicale qu'après avoir fait deux pouces de chemin, enſuite elle formoit avec cette veine le cordon ombilical.

La Veine ombilicale étant parvenuë du Placenta juſqu'au bout du cordon qui du côté du ventre abandonnoit l'artere du même nom, ſe portoit à la partie ſupérieure de l'aîne gauche, & là elle entroit dans le ventre, puis elle montoit le long du côté gauche de cette cavité, attenant le Muſcle Pſoas, enſuite elle traverſoit le Diaphragme à côté du corps de la derniére vertebre du dos ; & après avoir parcouru la partie inférieure & la partie moyenne de la poitrine, en y formant pluſieurs ovales, elle ſe terminoit au milieu du tronc ſupérieur de la Veine-cave. Dans cette route la veine ombilicale recevoit les deux veines iliaques, les lombaires, les deux émulgentes, la veine de la glande rénale gauche & la Veine Diaphragmatique du même côté.

La veine ombilicale faiſoit à l'égard des veines qu'elle recevoit du bas-ventre, la fonction du tronc inférieur de la veine-cave, dans lequel elles aboutiſſent pour l'ordinaire.

L'Inteſtin Ileon aboutiſſoit dans une poche charnuë de la grandeur & de la figure d'un petit œuf de poule. De cette poche partoit un petit tuyau qui ſe terminoit par un trou rond d'une ligne & demie de diametre, à la ſurface extérieure

du Bas-ventre, un peu au dessus du Pubis, où il faisoit fonction d'anus. Il n'y avoit rien qui tînt de la forme du Cœcum, du Colon, ni du Rectum.

Les Ureteres étoient beaucoup plus gros qu'à l'ordinaire, & alloient en serpentant d'un bout à l'autre, & avoient chacun une espece de mésentere qui les contenoit dans cette disposition. L'Uretere gauche se terminoit à une petite Vessie située à gauche dans le bassin de l'hypogastre, laquelle vessie s'ouvroit aussi en dehors par un petit trou rond au dessus du pubis. L'Uretere droit s'ouvroit au dessus de l'aîne du même côté par un petit trou ovale.

Le vaisseau déférent du côté droit aboutissoit dans l'uretere du même côté, & celui du côté gauche dans la petite vessie, &c. &c. &c.

Réfléxion. Le raccourcissement du Cordon ombilical pourroit être expliqué par le défaut de l'une des Arteres ombilicales, si celle qui s'y trouvoit & la Veine ombilicale qui l'accompagnoit, y avoient été plus contournées qu'à l'ordinaire. Mais par quel accident expliqueroit-on le passage extraordinaire de ces deux vaisseaux à travers le ventre, l'écartement extraordinaire de l'un de l'autre, la route & l'embouchûre extraordinaires de la Veine ombilicale, les différentes dilatations, les ramifications & les communications très-extraordinaires de cette même Veine ? Par quel accident expliqueroit-on l'aboutissement extraordinaire de l'Intestin ileum, & son ouverture au dehors sur le pubis ? Sans parler du défaut du Cœcum, du Colon & du Rectum, par quel accident expliqueroit-on les courbures serpentantes des Ureteres & la formation de l'espece de Mésentere qui soûtenoit ces mêmes courbures ? Plus je considere les particularités de toutes ces choses extraordinaires, &c. moins j'y conçois l'application du systeme des accidents.

V.

1716. Description d'un Fœtus difforme, par M. Petit. La Veine ombilicale, au lieu de passer en bas par la scissure du Foye pour se jetter dans le sinus de la Veine-porte, passoit en haut par dessus la partie convexe de ce viscere, & alloit

ſe jetter près de l'endroit où la Veine-cave perce le Diaphragme. Au lieu de deux Arteres ombilicales, il n'y en avoit qu'une, qui étoit, pour ainſi dire, la continuation de l'Aorte inférieure. Il n'y avoit point de cavité de Baſſin, point de Matrice, de Veſſie, ni de Rectum, ni même de Colon, &c.

Réfléxion. Il eſt très-notoire que dans le Fœtus le Foye eſt une maſſe très-conſidérable, & à proportion beaucoup plus groſſe que dans l'Adulte. On ſçait que pour l'ordinaire la Veine ombilicale paſſe au ſinus de la Veine-porte dans la face inférieure ou cave de cette groſſe maſſe. Par quel accident expliqueroit-on le paſſage extraordinaire de la Veine ombilicale par deſſus la face ſupérieure ou convexe de la même groſſe maſſe, & par deſſus tant d'épaiſſeur ? Je le demande en Anatomiſte.

VI.

La même année 1716. Deſcription de deux Exomphales monſtrueux, par M. Mery. La premiére eſt d'un Enfant qui avoit vêcu 14 heures. Le Cordon ombilical ſe terminoit extérieurement au fond d'un ſac membraneux de 9 à 10 pouces de diametre, blanc & opaque comme le cordon même, qui contenoit les viſcéres du Bas-ventre déplacés en dehors, & dont l'embouchure dans l'Ombilic n'avoit qu'un pouce trois lignes. Le Foye tout entier, la véſicule du Fiel, la Ratte, l'Eſtomac & tous les Inteſtins étoient renfermés dans ce ſac.

M. Mery tâchant d'apprendre ſi cet Exomphale monſtrueux a pu être cauſé *par quelque accident, ou ſi c'étoit par un vice de conformation,* (ce ſont ſes propres termes) fait les remarques ſuivantes :

1. L'ouverture de l'Ombilic n'avoit que 15 lignes de diametre, le Foye ſeul en avoit du moins 7 pouces. Il n'y a donc nulle apparence qu'il s'eſt formé & accru hors de la capacité.

(C'eſt de cette exactitude de M. Mery, que j'ai tiré cideſſous ma Réfléxion.)

2. La Mere a dit qu'il ne lui étoit arrivé aucun accident pendant tout le cours de ſa groſſeſſe ; mais qu'elle avoit vû

ſeulement tirer les entrailles du ventre d'un Bœuf, ce qui lui avoit frappé vivement l'imagination.

3. Les Muſcles du Bas-ventre, n'ayant aucun mouvement avant la naiſſance, n'ont jamais pû forcer ces parties à ſortir de leur capacité. Donc, l'Exomphale prodigieux ne pouvant être rapporté, ni à aucune cauſe externe, ni au mouvement du Bas-ventre, *ne peut être que l'effet d'un vice de conformation.*

Le ſecond Exomphale étoit d'un enfant de 6 à 7 mois, né mort, ſans aucune marque de ſexe, ni au dehors, ni au dedans, & ſans anus. Cet Exomphale étoit ſemblable au précédent. Entre les autres particularités qui s'y trouvoient, étoit celle-ci : deux Veſſies extraordinaires s'ouvroient antérieurement, & ſéparément au-deſſous de l'Exomphale, l'une à côté de l'autre, & les Ureteres ſe croiſoient tellement, que l'Uretere droit s'ouvroit dans la Veſſie gauche, & l'Uretere gauche s'ouvroit dans la Veſſie droite.

Réfléxion. Dans le premier cas M. Mery fait expreſſément différence entre *Monſtre par accident*, & *Monſtre par vice de conformation.* C'étoit après un vrai Examen anatomique de toutes les circonſtances extraordinaires, qu'il n'a trouvé ici nulle apparence de cauſe par accident, & qu'il a conclu avec aſſûrance, que ce n'a pû être que l'effet d'un vice de conformation.

On peut appliquer ſans difficulté le même raiſonnement au ſecond cas, ſur-tout par rapport à la formation des deux Veſſies latérales, & encore plus par rapport au croiſement des Ureteres à contre-ſens. Par quel accident pourroit-on expliquer tant ſoit peu raiſonnablement aux connoiſſeurs de la ſtructure ordinaire ces biſarreries extraordinaires?

VII.

On ſçait que dans l'homme l'extrémité cartilagineuſe de la premiére vraye-côte de chaque côté, eſt pour l'ordinaire intimement unie avec le ſternum ſans aucune articulation; de ſorte que les deux premiéres côtes forment avec la premiére piéce du ſternum une piéce continuë ; au lieu que les extrémités cartilagineuſes des ſix côtes ſuivantes de chaque côté, n'y ſont que

que contiguës, en étant réellement ſéparées chacune par une articulation très-diſtincte, & n'y tiennent que par des ligaments ; excepté dans quelques Vieillards, où on a trouvé ces articulations, de même que celles des vertébres, détruites par une eſpece d'oſſification ſemblable à celle qu'on obſerve dans les Anchyloſes.

On ſçait que pour l'ordinaire la premiére vraye-côte de chaque côté eſt à proportion plus large qu'aucune de toutes les autres ſuivantes. On ſçait auſſi que la ſeconde vraye-côte de chaque côté eſt pour l'ordinaire articulée avec le ſternum fort au-deſſous du cartilage de la premiére côte, à l'endroit où les deux principales piéces, dont le ſternum eſt composé, forment enſemble de chaque côté une échancrure commune, & que les cinq vrayes-côtes ſuivantes de chaque côté ſont articulées avec la ſeconde piéce du ſternum, chacune par une échancrure particuliére de cette même piéce.

J'ai le Squelete d'un grand corps d'homme, lequel étant vû par devant, paroît d'abord n'avoir du côté gauche que ſix vrayes côtes, pendant que du côté droit on en voit aſſés diſtinctement le nombre ordinaire de ſept. Ce même Squelete étant regardé par derriére, on y trouve à gauche une portion tronquée de la partie poſtérieure de la premiére vraye-côte, articulée à l'ordinaire avec la premiére vertébre du dos, & tout-à-fait ſoudée par le bout tronqué avec le corps de la ſeconde vraye-côte. Depuis la ſoudure, qui y paroît par des traces particuliéres, la ſeconde côte devient plus large que de coûtume, prend en quelque façon la forme ordinaire d'une premiére vraye-côte, & s'unit comme elle par un cartilage large avec le ſternum, précisément à l'endroit où la premiére côte s'y unit ordinairement. Cette ſeconde côte eſt plus longue qu'une premiére ordinaire, & plus courte qu'une ſeconde ordinaire. On voit au bord ſupérieur de l'extrémité antérieure de cette même ſeconde côte irréguliére une très-petite avance ou éminence oſſeuſe, unie en partie avec la portion oſſeuſe de la côte, & en partie avec la portion cartilagineuſe.

La premiére vraye-côte du côté droit eſt en ſon entier,

mais l'os en a moins de courbure, & le cartilage beaucoup moins de largeur qu'à l'ordinaire. La ſeconde vraye-côte du même côté, dont le cartilage eſt ordinairement étroit, ſe termine par un cartilage très-large, & s'unit au ſternum à la place ordinaire de la premiére vraye-côte, & cela conjointement avec la petite portion cartilagineuſe de cette côte; mais de maniére que le cartilage de la premiére côte, pour la plus grande partie, paroît confondu avec le cartilage de la ſeconde, & n'atteint au ſternum que par une petite partie.

La troiſiéme vraye-côte de chaque côté eſt articulée par ſon extrémité cartilagineuſe avec le ſternum, à l'endroit où l'eſt ordinairement la ſeconde vraye-côte, c'eſt-à-dire, dans l'échancrure articulaire formée par la rencontre & l'union des deux piéces principales du ſternum. Par cette diſpoſition extraordinaire les quatre vrayes-côtes ſuivantes ſont par leurs cartilages auprès du ſternum écartées les unes des autres bien plus que de coûtume, & cela aſſés proportionnément; de ſorte que le ſternum par-là n'a rien perdu de ſa longueur ordinaire, quoique dans la ſeconde ou inférieure de ces deux piéces principales, il n'y ait ici que quatre échancrures de chaque côté, au lieu de cinq qu'on y trouve ordinairement pour les cinq vrayes-côtes inférieures de chaque côté.

Réflexion. Selon le ſyſteme des accidents, la petite éminence ou avance mentionnée ci-deſſus, ſeroit peut-être regardée comme une petite portion de l'extrémité antérieure de la premiére vraye-côte, qui originairement auroit été entiére, & dont le reſte qui manque entre cette petite portion & la portion poſtérieure tronquée de la même côte, auroit été fortuitement ou accidentellement détruit.

La difficulté qui m'arrête ici, paroîtra de très-peu de conſéquence à ceux qui penſent que pour en donner la ſolution, un coup d'œil ſur un Squelete ſuffiroit, ſans avoir examiné avec une application particuliére la conformation & la connexion de ces Os. Mais je demande aux connoiſſeurs, par quelle méchanique accidentelle on expliqueroit comment ſur chaque côté du Sternum ſeroient formées quatre échancrures

ou cavités articulaires & bien organiſées, au lieu de cinq; quatre cavités proportionnément arrangées, & cela ſans qu'on y puiſſe ſeulement entrevoir ou ſoupçonner en quel endroit auroit pû être originairement la cinquiéme cavité qui manque, & ſans que le Sternum ait diminué de longueur; enfin cavités cartilagineuſes auſſi parfaitement articulaires & auſſi ſpécifiquement organiſées à proportion que les plus grandes cavités articulaires du Corps humain, excepté dans quelques vieillards, comme j'ai déja dit.

Je demande encore aux connoiſſeurs, par quelle méchanique accidentelle la troiſiéme vraye-côte de chaque côté auroit été tranſportée de ſa cavité originaire & naturelle dans une cavité extraordinaire ſi éloignée au deſſus d'elle; & comment les ligaments de l'articulation de cette côte auroient été détachés de leurs endroits originaires, & attachés de nouveau à d'autres endroits fort différents. Par quelle méchanique accidentelle n'y a-t-il ici que trois traces de la diviſion originaire de la ſeconde piéce principale du Sternum? Comment la quatriéme trace de cette piéce a-t-elle été abolie ſans la diminution de la longueur ordinaire de la piéce, & ſans la moindre diſproportion des intervalles des trois traces qui y reſtent.

La difficulté me paroît encore plus grande à l'égard de la tranſpoſition de l'extrémité antérieure de la ſeconde vraye-côte de chaque côté à l'endroit ordinaire des cartilages de l'une & de l'autre premiére vraye côte, & ſur-tout à l'égard du changement de la connexion articulaire de ces ſecondes côtes en une eſpece de connexion fort différente. La différence particuliére de la conformation de la ſeconde vraye-côte du côté gauche d'avec ſa conformation ordinaire, & les traces qui bornent la ſoudure de la portion tronquée de la premiére côte, n'embarraſſent pas moins dans l'application du ſyſteme de l'altération accidentelle des germes originairement naturels. Je ne parle pas ici de l'inconvénient qu'auroient cauſé aux deux premiéres Vertebres du dos l'union extraordinaire de ces côtes avec le Sternum & la ſoudure inébranlable de la premiére côte gauche avec la ſeconde du même côté.

VIII.

J'ai vû (ici à Paris) un Etranger qui n'avoit à chaque main que le seul doigt Index, dont la conformation étoit entiérement naturelle. Il n'y avoit aucun vestige de tous les autres doigts, excepté une petite portion du pouce, qu'on n'appercevoit qu'en y touchant. Les extrémités des Os du Métacarpe étoient immédiatement recouvertes de la peau qui paroissoit simplement la continuation de celle qui couvroit le corps de la main & le doigt index. Au seul moyen de ces deux doigts, il écrivoit, dessinoit, & faisoit plusieurs sortes de peinture, même en miniature.

La premiére fois que je le vis, il me demanda les premiéres lettres de mon nom, & lui ayant marqué un *J*, un *B* & un *W*, il en fit sur le champ en ma présence avec son crayon un chiffre ou entrelacement très-symmétrique, & cela sans prendre aucune mesure, ni faire ce qu'on appelle calquer. Il écrivit en même temps au dessous du chiffre ces mots : *Fecit duobus, quorum unum in utraque manu habet, digitis. 1732. D. 7. Januarii. J. A. Pius.*

Pour écrire & pour dessiner ou peindre, il renversoit les deux mains, & les adossoit du côté des deux doigts, qu'il croisoit en contre-sens pour tenir la plume ou le crayon entre les articulations de leurs extrémités. Il tailla aussi en ma présence une Plume à écrire, que je conserve encore.

Réfléxion. Il ne paroîtroit pas difficile, selon le systême des Monstres accidentels, d'expliquer ceci en général par quelque compression, qui dans le germe originairement entier auroit empêché le développement des autres doigts. Mais il ne me paroît pas bien facile d'expliquer en particulier, de quelle maniére cette compression a pû être faite pour avoir laissé croître sans aucun dérangement le seul doigt index, qui, étant situé entre le pouce & les autres trois doigts, paroît avoir été également, pour ne pas dire plus, exposé au même accident que ces doigts.

De quelle maniére & par quelle rencontre cette compression pourroit-elle arriver, pour que dans les deux mains le

même extraordinaire se trouvât si précisément & si uniformément, & pour que le même doigt de chaque main en fût seul épargné, sans qu'aucun des autres quatre doigts à côté de lui eussent pû éviter leur destruction?

DE LA CARTE DE LA FRANCE, ET DE LA PERPENDICULAIRE A LA MERIDIENNE DE PARIS.

Par M. CASSINI.

ON est assés informé des avantages que l'on peut retirer de la connoissance éxacte de l'étenduë du Royaume, de ses limites, & de la juste position des divers lieux qui y sont contenus. 14 Novemb. 1733.

Sans cette connoissance, il seroit difficile de prendre des mesures certaines pour tant de projets utiles à l'Etat & au Commerce, tels que la construction des nouveaux Chemins, Ponts & Chaussées, nouveaux Canaux & Navigations de Riviére, qui peuvent tous faciliter le transport des denrées & marchandises d'une Province à l'autre, & procurer l'abondance dans le Royaume.

Ce fut dans ce dessein que le feu Roy Louis XIV, du temps de M. Colbert, qui ne négligeoit rien de ce qui pouvoit contribuer à la gloire & au bien de l'Etat, donna des ordres précis à M.rs de l'Académie des Sciences de travailler à une Carte éxacte de la France.

Voici comme on s'en explique dans les Voyages faits dans les années 1679 & les suivantes jusqu'en 1682, imprimés au Louvre en 1693. *Après que Sa Majesté eut été informée des Observations que M.rs de l'Académie des Sciences avoient faites par son ordre en divers lieux hors du Royaume, Elle leur ordonna de s'appliquer à dresser une Carte de toute la France avec la plus grande exactitude qui seroit possible.*

En execution de ces ordres, on envoya sur toutes les Côtes de la France, pendant les années 1679, 1680 & 1681, plusieurs Astronomes de cette Académie, qui établirent par les observations des Satellites de Jupiter, & par les hauteurs des Astres, la juste position des Côtes du Royaume, tant sur l'Océan que sur la Méditerranée, comme on le voit dans une Carte insérée dans les Voyages de M.[rs] de l'Académie, qui fut imprimée avec les Observations en 1693, & que l'on vient de donner de nouveau au public.

On avoit déja executé la célebre Mesure de la Terre de M. Picard, par laquelle il avoit déterminé en toises la grandeur exacte des degrés d'un Méridien ou de latitude, que l'on supposoit alors tous égaux entr'eux ; c'étoit, pour ainsi dire, le préliminaire de tant d'ouvrages que l'on a entrepris dans la suite pour la perfection de la Géographie & de la Navigation.

On mesure sur Terre & sur Mer par les observations astronomiques les distances en degrés ; mais comment réduire les routes que l'on a mesurées sur ce continent en degrés, & réciproquement les degrés en mesures connuës, si l'on ne sçait la juste étenduë de ces degrés?

Diverses Nations l'avoient tenté avant nous, mais aucune n'y avoit réussi, les unes les ayant trouvé beaucoup trop grands, & les autres beaucoup trop petits. Il étoit nécessaire de les fixer, & l'on peut dire, à la gloire de la France, que cette recherche lui étoit réservée, de même que tout ce qui a paru jusqu'ici de plus important pour la perfection de la Géographie & de la Navigation.

La précision avec laquelle cet ouvrage fut executé, auroit pû paroître suffisante pour fixer la grandeur des degrés de latitude ; cependant comme il n'y avoit qu'une très-petite portion de la Terre de mesurée par rapport à sa circonférence ; que d'ailleurs il étoit nécessaire d'examiner si ces degrés étoient égaux entr'eux, ou s'il y avoit quelque inégalité, & de quel sens, comme l'avoient prétendu les plus habiles Géometres & Philosophes de notre temps, on jugea que l'on pourroit connoître encore avec plus d'exactitude la grandeur

de la Terre & sa figure, si l'on mesuroit de la même maniére, suivant un Méridien, une plus grande portion de la circonférence de la Terre.

Ce fut dans ce dessein que fut entreprise la description de la Ligne Méridienne de Paris qui fut commencée en 1684, continuée en 1702, & achevée entiérement en 1718, au commencement de ce Regne.

On avoit cependant fait plusieurs observations astronomiques en diverses Villes du Royaume pour fixer leur longitude & leur latitude. On avoit aussi dressé avec un grand soin une Carte des environs de Paris, dont les principales positions avoient été déterminées géométriquement par M.[rs] de l'Académie; mais toutes ces recherches différentes ne suffisoient pas pour former une Carte de la France, sur l'exactitude de laquelle on pût compter. C'est ce qui a déterminé le Ministere d'à présent, toûjours attentif à ce qui peut procurer le bien de l'Etat & l'utilité du public, de former le projet d'une Carte de la France, qui me fut communiqué de la part de M. le Controlleur général par M. Malet, de l'Académie Françoise, pour en conférer avec lui.

Pour l'exécuter avec la plus grande précision qu'il seroit possible, on jugea qu'on y devoit procéder, de même qu'on l'avoit fait pour la Méridienne, en formant dans toute l'étenduë du Royaume des triangles liés ensemble, par le moyen des objets vûs successivement les uns des autres. Nul autre moyen n'y pouvoit satisfaire. On sçait les erreurs auxquelles on est sujet lorsqu'on n'établit les positions des lieux que par estime; & les observations astronomiques les plus exactes ne donnent pas même une précision suffisante, lorsqu'il s'agit de déterminer par leur moyen la situation des lieux peu éloignés les uns des autres.

Il est vrai que cette entreprise paroissoit d'abord difficile à exécuter, car comment s'assûrer qu'il se rencontrera toûjours des objets assés bien exposés pour être apperçûs par ceux que l'on vient de déterminer, & en même temps dans une situation convenable pour en découvrir de nouveaux, & aller en avant?

Plusieurs Provinces de la France sont remplies de forêts & parsemées de bois, & l'on sçait que dans ce cas il est très-difficile de discerner des objets qui soient dans les circonstances requises. Cependant il semble que rien ne doit paroître impossible à ceux qui sont chargés d'exécuter les ordres du Roy, lorsqu'ils sçavent que ce qu'ils entreprennent est agréable à Sa Majesté, comme Elle a bien voulu le témoigner en cette occasion. D'ailleurs, l'exemple de la Méridienne qui traverse plusieurs Provinces de la France, étoit un préjugé que s'il s'y rencontroit quelques difficultés, on trouveroit le moyen de les surmonter.

Comme l'étenduë de la France, du Midi vers le Nord, avoit été déterminée géométriquement, on jugea qu'on devoit commencer par décrire de la même maniére une Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, qui traversât la France depuis l'Orient jusqu'à l'Occident.

Il ne faut pas confondre ici la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, avec le Parallele de cette Ville. La Perpendiculaire à la Méridienne est un grand Cercle de la Sphere commensurable avec le Méridien, dont le centre est le même que celui de la Terre; elle diffère en cela du Parallele qui est un petit Cercle, dont le centre est éloigné de celui de la Terre, & que l'on n'employe point dans la Trigonométrie sphérique, avec les autres grands Cercles de la Sphere.

Il paroissoit assés indifférent de commencer à prolonger cette Perpendiculaire vers le Levant du côté de l'Alsace, ou vers le Couchant qui se termine aux Côtes de la Normandie & de la Bretagne. Je préférai le dernier, parce que je ne pouvois arriver vers l'une des deux extrémités assés à temps pour y observer les Eclipses des Satellites de Jupiter, qui devoit être alors en conjonction avec le Soleil, & que l'on pouvoit y suppléer par celles qui y avoient été faites autrefois par M.[rs] de l'Académie. Car il étoit de la derniére conséquence pour la Navigation, de sçavoir le rapport des degrés de longitude à ceux de latitude, & il n'y avoit point d'autre meilleur moyen de s'en assûrer, que de comparer la différence

en longitude qui résulte des observations astronomiques avec les mesures géométriques comprises dans le même intervalle. Nous nous reservons d'entrer dans un plus grand détail sur une matiére si importante, après avoir rendu compte au public des diverses opérations que nous avons faites pour prolonger la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris.

Je partis pour ce voyage le premier Juin de cette année, avec M.[rs] Maraldi, l'Abbé de la Grive, Chevalier, & mes Fils. Après avoir lié nos Triangles avec ceux de la Méridienne, nous fûmes dès les commencements obligés de nous écarter vers le Nord, à l'égard de la Perpendiculaire, à cause des bois qui environnent Versailles & Marly, entre lesquels passe cette ligne ; & nous suivîmes la Riviére de Seine, de part & d'autre, jusqu'aux environs de Meulan & de Mantes, où nous commençâmes à nous en rapprocher. Lorsque nous fûmes à la distance de Paris de 20 mille toises, nous essayâmes d'y placer une marque fixe, suivant le projet qui avoit été formé d'élever des pyramides de 20 mille en 20 mille toises dans les lieux qui ne seroient pas couverts de bois.

Nous déterminâmes pour cet effet les angles que le rayon visuel dirigé au point où devoit tomber la Perpendiculaire, devoit faire à l'égard de divers objets observés de deux endroits différents. On se partagea ensuite en différentes bandes; on fit d'abord placer un signal, suivant une des directions, & quand il fut fixé, on en plaça un second, suivant l'autre direction, ayant attention qu'il se trouvât en même-temps dans la direction du premier signal, & du lieu où l'on avoit fait la premiére observation. Par ce moyen, ce second signal s'est trouvé dans la direction commune, dont l'intersection a marqué le point précis de la Perpendiculaire, qui est à 20 mille toises de Paris.

Ce lieu se rencontre dans la Vallée de Montfort, près du Village d'Auteuil, un peu à droite du chemin qui conduit de ce Village au Moulin nommé *de la Masse*, & nous y fîmes construire une pyramide quarrée de pierre, dont la base est de 4 pieds, & la hauteur de huit.

Nous continuâmes ensuite de prolonger la Perpendiculaire jusqu'à la distance & 40 mille toises, & après avoir traversé les forêts de Dreux, d'Anet, & d'Ivry, nous nous trouvâmes près de Nonancourt, dans la plaine de S.t André. C'est-là où il nous réussit encore de placer une seconde pyramide par une méthode un peu différente de la premiére ; car comme le point où tombe la Perpendiculaire peut se rencontrer dans un lieu bas ou éminent, la situation du terrein oblige de chercher les expédients les plus convenables pour y réussir.

Ce lieu se trouve entre le Bourg d'Illiers & le Village de Grateuil, un peu sur la gauche du chemin qui conduit d'Illiers à ce Village. Nous donnâmes ordre d'y construire une pyramide de brique, à peu-près de la même forme & de la même grandeur que la précédente.

De Nonancourt nous allâmes à Verneuil, dont nous déterminâmes la situation. Ce fut aux environs de cette Ville que nous nous trouvâmes environnés de bois qui bornoient l'horison de tous les côtés. Vers le Nord étoient situées les forêts de Conches & de Breteuil. Vers le Couchant les bois de Verneuil & de l'Aigle, & du côté du Midi, la forêt de Senonches & de la Ferté-Vidame. On ne laissoit pas d'appercevoir au travers de ces bois quelques Clochers, où nous eûmes soin de nous transporter, & de nous élever le plus qu'il fut possible, pour examiner si l'on pourroit découvrir de-là quelques autres objets convenables pour nous avancer vers l'Occident. Mais toutes nos recherches furent inutiles, & après y avoir employé plusieurs jours, nous nous trouvâmes obligés de retourner sur nos pas, pour chercher un pays moins couvert, & reprendre notre Perpendiculaire, après avoir fait le circuit de ces bois.

Nous avions déja déterminé dans notre route, la position de la Cathédrale de Chartres, dont les Clochers sont très-élevés, & se voyent de tous les côtés, à une très-grande distance ; ainsi nous nous y transportâmes pour y lier la suite de nos Triangles, ce qui nous réussit parfaitement : car on apperçoit du haut de ces Clochers une infinité d'objets,

entre lesquels on peut choisir ceux qui forment les plus beaux triangles. Nous poussâmes même de ce côté-là nos opérations jusqu'à Châteaudun, qui n'est éloigné que de dix petites lieuës d'Orleans, un des points de la Méridienne de Paris, avec lequel on pourra le lier dans la suite, & comprendre par ce moyen une étenduë considérable de terrein mesurée géométriquement.

De Chartres nous passâmes par le Perche, que nous traversâmes entiérement, après avoir déterminé toutes les Villes & principaux lieux de cette Province, & nous rejoignîmes notre Perpendiculaire vers Exmes & Argentan.

Ce fut aux environs de cette Ville, & de Seès, qu'il se rencontra une nouvelle difficulté qui nous empêchoit de continuer nos opérations vers l'Occident.

Du côté du Couchant, & vers le Nord, étoit la forêt d'Argentan, au travers de laquelle on avoit découvert le Clocher d'Exmes, qui est sur un lieu éminent dans une fort belle situation. Il étoit nécessaire, pour continuer la suite de nos triangles, de découvrir de ce Clocher ceux de la Cathédrale de Seès, & réciproquement ; mais il se rencontroit entre les deux une Montagne nommée *de Bonnevent*, couverte de bois, qui en empêchoit la vûë, & il n'y avoit pas moyen de retourner en arriére, parce qu'il y avoit du Nord, vers le Midi, la forêt des Ecouves, qui s'étend jusqu'au de-là d'Alençon.

Dans ces circonstances nous imaginâmes un expédient qui nous réussit parfaitement, & que je tâcherai d'expliquer ici en peu de mots, parce qu'il peut être très-utile en pareilles occasions.

Après avoir été reconnoître la situation de la Montagne de Bonnevent, nous nous partageâmes en trois bandes. Les uns allerent à Seès, & d'autres à Exmes, avec des instruments. Pour moi, j'allai sur cette Montagne avec quelques-uns de nos Messieurs dans l'endroit que je jugeai à peu-près dans la direction des Clochers de Seès & d'Exmes, & je fis monter quelques personnes sur le sommet des arbres les plus élevés qui étoient aux environs, d'où l'on découvroit de part & d'autre ces Clochers. Je fis d'abord élever au dessus de l'un

de ces arbres un ſignal qui conſiſtoit en un drapeau blanc qui excédoit beaucoup le ſommet, & j'avois prié ces Meſſieurs, qui étoient à Exmes & à Seès, de m'envoyer par un courrier la grandeur de l'Angle que ce ſignal faiſoit avec Argentan auſſi-tôt qu'ils l'auroient apperçû. Cela fut executé ponctuellement; & comme la Montagne de Bonnevent étoit à peu-près au milieu, entre Seès & Exmes, je reçûs preſque en même temps les deux courriers avec l'Angle qui avoit été obſervé de part & d'autre. Ayant joint ces deux Angles avec celui qui avoit été obſervé d'Argentan entre Seès & Exmes, je trouvai que leur ſomme excédoit un peu 180 degrés, ce qui me fit conclure que ce ſignal n'étoit pas préciſément dans la direction de ces Clochers. Je le fis donc abbaiſſer & replacer au deſſus d'un autre arbre plus avant, & je reçûs peu de temps après deux autres courriers par leſquels on me marquoit la quantité des Angles qui avoient été obſervés par rapport à ce nouveau ſignal, & qui joints au troiſiéme, approchoient encore plus près de 180 degrés. Par ce moyen je conclus les Angles que les Clochers de Seès & d'Exmes auroient dû faire à l'égard d'Argentan avec à peu-près la même préciſion que s'ils avoient été viſibles les uns des autres; ce que j'ai eu occaſion de vérifier par une autre méthode qu'il ſeroit trop long d'expoſer ici, & qui me donna les mêmes Angles à quelques ſecondes près.

Au ſortir d'Argentan il ne ſe rencontra plus de pareilles difficultés, mais les objets nous manquerent preſque entiérement, la plûpart des Villes & des Paroiſſes de ces Pays-là étant dans des lieux peu éminents ou entiérement couverts par des bois fort élevés qui y ſont en grande quantité.

Pour y ſuppléer, nous fimes placer un grand nombre de ſignaux ſur des bruyeres élevées, & qui étoient moins remplies de bois que le reſte du Pays.

On fit faire ces ſignaux en différentes maniéres, ſuivant la diſpoſition du terrein où l'on ſe trouvoit; les uns avec des arbres, les autres avec des pyramides de pierre ſéche, d'autres enfin par le moyen d'une butte de terre que l'on faiſoit élever,

non ſeulement pour être apperçûë de loin, mais auſſi pour y pouvoir obſerver, & ſe placer au deſſus des objets qui nous cachoient la vûë des environs.

Dans la plûpart de ces ſignaux on avoit le ſoin d'y élever des drapeaux blancs, parce qu'on les diſtinguoit avec évidence, lorſque la clarté du Soleil les éclairoit, pour quel effet on obſervoit le matin ceux qui étoient expoſés vers l'Occident, & on attendoit le ſoir pour découvrir ceux qui étoient à l'Orient.

On en uſa de même ſur le toit de quelques Maiſons que l'on ne pouvoit pas découvrir à cauſe qu'elles étoient environnées d'arbres.

Enfin, on en dreſſa auſſi ſur le ſommet des arbres les plus élevés, tels qu'à la Montagne des Houles près de Vire & à celle de S.[t] Clair de la Pommeraye, où il ſe rencontroit pluſieurs arbres qu'on auroit confondus aiſément avec celui au pied duquel on avoit fait des obſervations. C'eſt cette derniére Montagne que nous avons eſtimé être la plus élevée de toute la Normandie. On la découvroit de plus de 10 à 12 lieuës à la ronde, & c'eſt un des points qui nous a ſervi à déterminer la poſition des Villes de Bayeux, de Caen, de la Tour de Dives, & de divers objets vers la Côte ſeptentrionale de la Normandie.

Pour connoître en quelque maniére ſon élévation au deſſus de l'horiſon de la Mer, nous y obſervâmes le 25 Septembre à midi la hauteur du Mercure dans le Barometre, que nous trouvâmes de 26 pouces 7 lign. $\frac{1}{2}$. Elle eſt dans ſa moyenne hauteur au bord de la Mer de 28 pouces 0 ligne. La différence eſt de 16 lignes $\frac{1}{2}$, auſquelles il répond, ſuivant les expériences que l'on en a faites autrefois, environ 138 toiſes, qui eſt à peu-près la hauteur que l'on peut attribuer à celle de cette Montagne ſur le niveau de la Mer.

Pour revenir à nos opérations, on continua par le moyen des ſignaux placés de diſtance en diſtance, de former des Triangles juſques vers les bords de la Mer, où nous commençâmes à appercevoir divers objets bien expoſés, tels que

les Tours ou Clochers d'Avranches, du Mont S.t Michel, de Coutances & de Granville.

C'eſt dans cette derniére Ville, qui eſt à peu-près ſous le même Parallele que Paris, qu'il falloit obſerver principalement la hauteur du Pole, afin d'examiner ſi la diſtance de la Perpendiculaire au Parallele de Paris étoit conforme à celle qui réſultoit de nos opérations. C'eſt ce que nous eûmes le ſoin de faire par le moyen des obſervations des Aſtres, & ſur-tout de l'Etoile Polaire, ſuivant laquelle la hauteur du Pole de Granville fut déterminée de 48d 50′ 9.″ La diſtance de cette Ville à la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, étoit, ſuivant nos opérations, de 3904 toiſes. Celle du Parallele de Paris à cette Perpendiculaire, calculée dans l'hypotheſe de la Terre ſphérique, devoit être de 3851 toiſes, dont retranchant 16 toiſes, à cauſe que Granville a été trouvé plus méridional que Paris d'une ſeconde de degré, reſte 3835 toiſes pour la diſtance de Granville à la Perpendiculaire, plus petite que celle qui a été déterminée par les meſures géométriques de 69 toiſes, qui réduites, ſuivant la meſure des degrés de latitude, donnent quatre ſecondes. Ainſi, ſuivant les opérations géométriques, la hauteur du Pole de Granville devoit être de 48d 50′ 5″, à quatre ſecondes près de celle que l'on avoit déterminée par les obſervations aſtronomiques, ce qui eſt une préciſion au de-là de tout ce qu'on peut eſpérer, & ſert à confirmer la direction de la ligne que nous avions décrite.

Nous avons auſſi comparé les obſervations aſtronomiques faites en 1681. par M.rs Picard & de la Hire, au Mont S.t Michel, avec la diſtance de cette Ville à la Perpendiculaire de Paris, que nous avons trouvée de 7704 toiſes. Suivant ces obſervations, la différence entre la hauteur du Pole du Mont S.t Michel, & celle de Paris, étoit de 12′ 20″ ou 25″. La ſuppoſant de 12′ 20″, & la réduiſant en toiſes, on trouvera la différence entre le Parallele de ces deux Villes de 11739 toiſes vers le Midi, dont retranchant 3962 toiſes, diſtance entre la Perpendiculaire à la Méridienne, le Parallele

de Paris, qui résulte de la différence des Méridiens entre Paris & le Mont S.t Michel, déterminée par M. Picard de 4 degrés, reste 7777 toises pour la distance du Mont S.t Michel à la Perpendiculaire, avec une différence seulement de 73 toises, ou de 5 secondes de degrés de celle que l'on avoit trouvée par les observations géométriques.

Après avoir vérifié, par les observations astronomiques, la direction de la Perpendiculaire, il étoit nécessaire de mesurer sur le terrein une base, & de la lier avec les derniers triangles, pour examiner si cette base calculée par une suite non interrompuë de 44 triangles, depuis Paris jusqu'à la Mer, étoit conforme à la mesure actuelle.

Nous fimes construire pour cet effet quatre Regles de bois, chacune de 24 pieds de longueur, & de deux pouces d'épaisseur de tous les sens, ferrées par les extrémités, qui se terminoient un peu en arc de cercle, afin que le contact fût plus immédiat, & nous les réduisîmes à une juste mesure, par le moyen d'une Regle de fer, dont la longueur étoit actuellement de quatre pieds, que nous avions apportée exprès de Paris, parce qu'on s'en étoit servi dans toutes les mesures actuelles.

Nous allâmes ensuite sur le bord de la Mer, aux environs de Granville, pour y chercher un terrein propre pour mesurer une base que nous trouvâmes vers le Midi de cette Ville, entre le Cap de la Crete & celui du Bec S.t Thomas.

Après nous être alignés, suivant la direction que nous jugeâmes la plus convenable, & y avoir placé des piquets de distance en distance, nous fimes élever aux deux extrémités des signaux fixes. Nous mesurâmes ensuite la distance entre ces signaux, en plaçant d'abord un Cordeau de 100 toises, suivant la direction requise, & posant successivement les quatre mesures au long de ce Cordeau, les unes après les autres. Par ce moyen, nous trouvâmes la longueur de cette base exactement de 3731 toises 3 pouces 7 lignes. Nous observâmes les angles que ces signaux faisoient avec Granville & divers autres objets, pour lier notre base avec la suite des triangles,

& nous eûmes la satisfaction de voir que la base mesurée s'accordoit à celle qui avoit été calculée par deux suites de triangles différents, suivant la premiére, à une toise près, & suivant la seconde, à moins de deux pieds; ce qui fait voir que les petites erreurs qui peuvent s'être glissées dans le grand nombre de triangles que l'on avoit employés, pour la description de la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, s'étoient compensées les unes les autres, & qu'ainsi l'étenduë de cette ligne calculée depuis Paris jusqu'à Granville, qu'on a trouvée de 148463 toises, approche fort de sa juste mesure.

Cette base est dirigée à peu-près du Midi vers le Nord, & traverse la Perpendiculaire. On apperçoit de ses extrémités beaucoup d'objets remarquables sur la Côte de Bretagne; ainsi elle sera d'une grande utilité pour la description exacte de cette Province, de même que de la Normandie.

Les Echevins de Granville se sont chargés de conserver les signaux que nous y avons placés ; ils nous ont même priés de marquer sur cette base la longueur de la lieuë marine de 20 au degré, qui est de 2853 toises, aux extrémités de laquelle ils ont fait élever des poteaux durables, pour en conserver la mémoire à la postérité.

Après avoir achevé nos opérations à Granville, il ne restoit plus qu'à déterminer la situation de S.t Malo, où M. Picard avoit fait autrefois des observations des Satellites de Jupiter, pour en déterminer la longitude. On s'étoit proposé dans ce voyage cette recherche, pour sçavoir le rapport des degrés de longitude à ceux de latitude, en comparant la différence des Méridiens avec le nombre des toises mesurées géométriquement, & pouvoir par ce moyen déterminer la figure de la Terre.

On l'avoit crû jusqu'au siécle précédent de figure sphérique ; & sur ce principe, connoissant la valeur des degrés de latitude, il étoit aisé de calculer quels devoient être ceux de longitude sous les divers Paralleles.

Ce sentiment a été revoqué en doute par les plus sçavants Géometres de notre temps, les uns, comme M.rs Huygens & Newton,

Newton, l'ont jugé applatie vers les Poles. D'autres, tels que M.[rs] Burnet, Einsenschmid & de Mairan de cette Académie, l'ont cru allongée dans le même sens, telle qu'elle résulte des observations faites pour déterminer la Méridienne.

Il résulte cependant de ces deux sentiments, des différences bien considérables, puisque suivant les premiers, les degrés de longitude doivent être plus grands que dans l'hypothese sphérique, & que supposant la Terre allongée vers les Poles, ils doivent être plus petits.

J'ai donné dans la suite des Mémoires de l'Académie de 1718 la méthode de calculer, suivant l'hypothese elliptique, la valeur des degrés de longitude sous les différents Paralleles.

Suivant ces principes, supposant la Terre allongée vers les Poles, telle qu'elle résulte des observations de la Méridienne, la différence entre les degrés de longitude sur le Parallele de Paris, est plus petite de 380 toises que dans l'hypothese sphérique.

Il s'agit donc, pour décider de quel sens la Terre est elliptique, de sçavoir si les mesures géométriques comparées aux astronomiques, donnent la grandeur du degré plus grande ou plus petite, que si on la supposoit sphérique, c'est ce que nous allons examiner.

En 1681 M. Picard observa à S.[t] Malo une Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, dont la correspondance fut faite à Paris. Suivant cette observation la différence des Méridiens entre Paris & S.[t] Malo, fut trouvée de 18′ 10″ d'heure, qui réduites en degrés font $4^d\ 32'\ 30''$.

Cependant M. Picard marque cette différence seulement de $4^d\ 30'\ 0''$ par des raisons qu'il n'a pas expliquées, peut-être parce qu'il n'a pas jugé que dans ces sortes d'observations on pût arriver à une précision de plus de 10 secondes d'heure. J'établirai donc cette différence de $4^d\ 30'\ 0''$, quoique la premiére détermination soit favorable à l'hypothese de la Terre allongée vers les Poles. Suivant nos opérations géométriques, la distance du Méridien de Paris à celui de S.[t] Malo a été trouvée sur le Parallele de cette Ville, de 165015 toises; la

divisant par 4^d 30′, on aura la grandeur d'un degré de longitude sur le Parallele de S.t Malo, de 36670 toises.

Calculant la grandeur de ce degré dans l'hypothese de la Terre sphérique, on le trouve de 37707 toises, plus grand de 1037 toises que celle que l'on vient de déterminer.

Ainsi, suivant ces observations, les degrés de longitude sont plus petits que dans l'hypothese sphérique, d'où il résulte que la Terre est allongée vers les Poles.

Il reste présentement à examiner si cette différence est réelle, ou si l'on peut l'attribuer au deffaut d'observations, tant dans les opérations géométriques que dans les astronomiques.

A l'égard des mesures géométriques, la base que l'on a mesurée actuellement, & qui s'est trouvée conforme à celle qui résultoit de la suite des triangles, prouve assés qu'il n'y a pas eû d'erreurs sensibles, ou du moins qu'elles se sont compensées les unes les autres.

D'ailleurs, quand même on supposeroit une erreur de 150 toises sur toute la mesure, cela n'en produiroit qu'une d'une seconde d'heure dans la différence des Méridiens, & nous ne prétendons pas pouvoir jamais parvenir dans les observations astronomiques à une pareille précision.

A l'égard des Eclipses des Satellites de Jupiter, quoique d'habiles Astronomes, qui observent en même temps, s'accordent pour l'ordinaire à quelques secondes près, cependant il y a des occasions, quoique rares, où ils peuvent être éloignées de 30 secondes.

Je suppose qu'il y ait eu cette différence, & qu'elle ait été contraire à ce qui doit résulter de la figure de la Terre allongée vers les Poles.

La retranchant de la différence des Méridiens qui a été observée entre Paris & S.t Malo de 18′ 10″, on aura 17′ 40″, qui converties en degrés, font 4^d 25′, ce qui, comparé à nos mesures, donne la grandeur du degré de 37363 toises, plus petite de 344 toises, que dans l'hypothese sphérique, d'où il résulte que quand même on supposeroit une erreur dans

les observations, plus grande qu'il ne s'en est peut-être jamais trouvé entre d'habiles Observateurs ; cela n'empêcheroit pas de conclurre que la Terre doit être allongée vers les Poles.

Mais si on examine sans préjugé, les observations qui ont été faites à S.t Malo, on sera bien éloigné d'y attribuer de pareilles erreurs. On en trouve une faite à peu-près dans le même temps à Dunkerque, suivant laquelle cette Ville a été trouvée fort près du Méridien de Paris, ce qui a été confirmé en 1718, lorsqu'on a prolongé vers le Nord ce Méridien, qui se termine aux environs de cette Ville.

Il y en a eu d'autres faites par M. Picard à Montpellier & à Cette, qui ont été vérifiées par les observations de la Méridienne, prolongées vers le Midi.

Celle de S.t Malo seroit-elle la seule où il se seroit trouvé de si grandes erreurs ?

Ainsi jusqu'à ce que les observations qui ont été faites dans cette Ville, ayent été vérifiées par d'autres faites avec exactitude, il semble qu'on ne peut prendre de meilleur parti que de les supposer exactes.

Suivant ces observations, la grandeur des degrés de longitude est plus petite de la 36e partie que celle qui résulte de l'hypothese sphérique, ce qui doit être d'une grande conséquence dans la Navigation, puisqu'un Vaisseau qui auroit fait le tour de la Terre, & dont la route auroit été estimée exactement, se trouveroit à son retour 10 degrés plus avancé qu'on ne l'auroit supposé, & ainsi à proportion dans les voyages de long cours, ce qui pourroit causer de fréquents naufrages, s'il n'y avoit pas d'autres moyens de se reconnoître ; d'où l'on voit que cet ouvrage, dont l'utilité paroissoit être renfermée dans l'intérieur de la France, doit avoir des avantages très-considérables pour la Navigation, & peut en même temps éclaircir cette question si fameuse sur la Terre, qui a partagé jusqu'à présent les sentiments des plus habiles Géometres & Philosophes de notre temps.

C'est ce qu'on pourra décider encore avec plus d'exactitude lorsque l'on aura mesuré toute l'étenduë de la France depuis

l'Orient jusqu'à l'Occident, qui comprend plus de 12 degrés, & que l'on aura déterminé, par les observations des Eclipses des Satellites de Jupiter faites aux deux extrémités, la différence de longitude qui répond à la distance mesurée en toises.

On remarquera ici que l'on compte de S.t Malo à Paris 80 lieuës par le plus court chemin, la distance entre ces deux Villes a été trouvée, par les opérations géométriques, de 164983 toises; ainsi ces lieuës ne sont l'une portant l'autre que de 2063 toises.

On compte de même 68 lieuës de Granville à Paris, dont la distance a été mesurée de 148515 toises, ce qui est à raison de 2187 toises par lieuë, & est bien contraire au préjugé où l'on est sur les lieuës de Normandie jusqu'aux confins de la Bretagne, dont on exagére si fort la longueur; ce qui vient apparemment des grands détours que l'on est obligé de faire pour chercher des routes praticables, joint à ce que les mauvais chemins paroissent toûjours plus longs qu'ils ne le sont réellement.

Cette distance est beaucoup plus petite que celle qui est marquée dans les Cartes générales de France & particuliéres de la Normandie qui passent pour les plus exactes. Ainsi la France se trouve encore rétrécie de ce côté-là, en de-çà des limites qu'on luy avoit assignées.

Après avoir terminé nos opérations à S.t Malo, nous passâmes à notre retour à Granville & à Coutances, pour nous assûrer de la position de divers objets remarquables sur la côte de Bretagne, tels que la Tour de Frehel qui est six lieuës au de-là de S.t Malo, à la distance de Paris de 175860 toises, éloignée de la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris de 3274 toises vers le midi; & c'est le terme le plus occidental de nos mesures.

Nous allâmes de-là à Bayeux où nous fîmes diverses observations de hauteurs du Soleil, d'Etoiles fixes, & principalement de l'Etoile polaire, dans le Palais épiscopal qui joint à la Cathédrale; & où M. l'Evêque de Bayeux a fait tracer dans sa bibliotheque une grande Méridienne, avec des lignes

qui marquent les heures avant & après midi, de cinq en cinq minutes, par M. l'Abbé Outhier qui a travaillé avec nous à la description de la Perpendiculaire depuis Caen jusqu'à S.t Malo.

Suivant ces observations, après avoir vérifié avec un grand soin notre Quart-de-cercle de 2 pieds & demi de rayon, nous avons déterminé la hauteur du Pole de cette Ville de 49° 16′ 12″, plus grande que celle de Paris de 26′ 2″, qui réduites en toises font 24758 toises, y ajoûtant 2338 toises, distance du Parallele de Paris à la Perpendiculaire, qui résulte de l'hypothese de la Terre sphérique, on aura 27096 toises pour la distance de Bayeux à cette Perpendiculaire, éloignée de 256 toises ou 16 secondes de degré de celle que l'on avoit trouvée par les opérations géométriques de 27352 toises.

On a enfin observé sur la Tour de la Cathédrale de Bayeux, les angles entre divers objets aux environs pour déterminer leur situation par rapport à ceux qui étoient déja connus; & c'est en cette derniére Ville que se sont terminées nos opérations, par lesquelles nous avons déterminé géométriquement la position de près de 40 Villes, & d'un grand nombre de Bourgs, Villages, & autres objets remarquables, qui seront autant de points fixes pour la description que l'on doit faire dans la suite de tous les lieux de la France, dans laquelle on entrera dans les détails nécessaires pour les divers projets que l'on voudra entreprendre dans la suite pour l'utilité du public.

DÉTERMINATION GÉOMÉTRIQUE DE LA PERPENDICULAIRE À LA MÉRIDIENNE TRACÉE PAR M. CASSINI;

Avec plusieurs Méthodes d'en tirer la grandeur & la figure de la Terre.

Par M. CLAIRAUT.

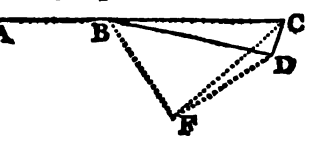
5 Decemb. 1733.

En coupant la Terre par un plan perpendiculaire à sa surface, & en même temps à un Méridien dans un lieu donné, la section est ce que l'on appelle le premier vertical de ce lieu. Cette section en supposant la Terre spherique, est un grand cercle, & en la supposant sphéroïde est une ovale dont le grand ou le petit axe est enfermé dans le Méridien selon que le Sphéroïde est allongé ou raccourci.

Quelque hypothese que l'on prenne sur la figure de la Terre, si sa surface étoit parfaitement unie, pour tracer cette ligne, il suffiroit de planter continuellement des piquets, en sorte qu'ils fussent tous effacés les uns par les autres, pourvû que l'on eût mis les deux premiers dans le plan du premier vertical. Mais les inégalités du terrein ne permettant pas ces opérations, si, pour prolonger la perpendiculaire dont on a déja un petit côté, on prend des points hors de cette ligne auxquels on rapporte, par des opérations trigonométriques, le prolongement de la perpendiculaire, ces opérations qu'on croiroit revenir au même que celle des piquets, & conserver la ligne dans le plan du vertical, la détournent cependant continuellement de ce plan ; c'est ce que je prétends démontrer dans ce Mémoire, en faisant voir que ce n'est que dans l'hypothese de la Terre sphérique, que la ligne ainsi tracée est toûjours dans le même plan, & que dans toutes les autres c'est

une courbe à double courbure, dont je donnerai la nature & les propriétés avec une maniére fort simple d'en déduire si la Terre est allongée ou raccourcie, & dans quelle raison, en supposant que la Terre soit de nature elliptique.

Pour cela, soit *A B*, un côté quelconque du vertical qu'on peut regarder comme infiniment petit par rapport à son diametre, *BC* le prolongement de ce côté qui n'est pas sur la Terre, à cause de sa courbure; soit de plus imaginé que *B D*, soit le second côté du vertical sur la Terre, & par conséquent *CBD*, le plan du vertical qui sera perpendiculaire à la Terre, si elle est supposée sphérique, parce qu'il la coupe perpendiculairement en tous ses points, mais si elle ne l'est pas, il fera un angle oblique avec elle. Soit encore *B F*, une droite prise sur la Terre qui fasse un angle donné avec *A B*, & qui soit de longueur donnée.

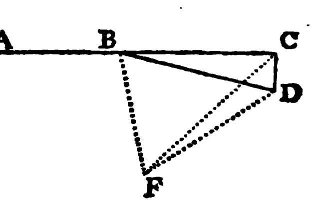


Pour continuer le vertical, on imagine la perpendiculaire *FD* à sa direction *BD* qui fait le second côté du vertical, on regarde *ABD* comme une ligne droite, & on prend l'angle *FBD* pour le complément de l'angle *ABF*, & connoissant dans le triangle rectangle *B FD*, l'angle *B*, supposé complément de *ABF* & le côté *BF*, on a facilement *BD*.

Mais il est aisé de voir que l'angle *DBF* differe de l'angle *C B F* d'un angle infiniment petit du premier ordre, car menant la petite droite *CD* perpendiculaire à *BD*, tirant *FC*, cette droite différera de *FD* d'un infiniment petit du premier ordre par rapport à elle, & *BC* ne différera de *BD* que d'un infiniment petit du second, en sorte que les angles *CBF* & *DBF* seront les sommets de deux triangles *C B F*, *DBF*, dont les deux côtés *BF*, *BC*, *BF*, *BD*, sont les mêmes, & les bases différent d'un infiniment petit du premier ordre, par conséquent ces angles différent l'un de l'autre d'un infiniment petit du premier ordre, & ainsi le calcul du côté *BD* donne une erreur d'un infiniment petit du premier ordre, laquelle étant répétée à chaque fois qu'on mesure une partie du vertical,

donnera à la fin une erreur finie. Donc la ligne que l'on trace ainſi n'eſt point un vertical.

Mais ſi la Terre étoit ſphérique, le plan du vertical *CBD* ſeroit perpendiculaire à ſa ſuperficie, par conſéquent *CD* ſeroit perpendiculaire en même temps à *BD* & à *FD;* d'où les deux triangles *BCF, BDF*, ne différeroient l'un de l'autre que d'un infiniment petit du ſecond ordre par rapport à eux, & ainſi l'angle *DBF* pourroit être pris ſans erreur pour l'angle *CBF*, car n'en différant que d'un infiniment petit du ſecond ordre, l'opération répétée une infinité de fois ne détournera que d'un infiniment petit du premier, qu'on peut négliger à une diſtance finie. Ainſi ſur la Terre ſphérique la ligne ainſi tracée eſt un vertical.



Quelle que ſoit donc la figure de la Terre, la ligne que l'on trace de cette façon eſt celle dont le ſecond côté *BD* fait avec le prolongement *BC* du premier *AB*, ou avec le premier même, un plan perpendiculaire à la ſurface de la Terre, c'eſt-à-dire, celle dont les angles de contingence ſont toûjours des moindres, ou, ce qui revient au même, celle qui s'écarte le moins qu'il eſt poſſible, de conſerver la même direction.

Elle a auſſi cette propriété d'être la plus courte entre tous ſes points ; car il eſt clair qu'entre les points *A* & *D*, le plus petit chemin qu'on puiſſe trouver eſt celui qui donne l'angle *ABD* le plus grand ; or pour trouver cet angle le plus grand, il faut que ſon plan *ABD*, qui eſt le même que *BCD*, ſoit perpendiculaire à la Terre.

J'ai déja donné à la Compagnie une Solution du Probleme où il s'agit de trouver les Lignes les plus courtes ſur toutes ſortes de ſurfaces, ainſi je pourrois m'en ſervir ici pour trouver la Ligne de M. Caſſini, mais à cauſe de la ſimplicité qui vient de ce que l'on ſuppoſe que la Terre ſoit un Sphéroïde, j'en donnerai la Solution ſuivante.

PROBLEME.

PROBLEME.

Un Sphéroïde quelconque étant donné, trouver sur sa surface les Courbes qui ont la propriété d'être le chemin le plus court entre deux de leurs points quelconques!

Soit $PAM\mu$ une partie de la surface de ce Sphéroïde, P le pole, AP le Méridien d'où l'on est parti, AM la ligne tracée, ou la ligne la plus courte entre tous ses points, M, m, μ, trois points de cette courbe infiniment près l'un de l'autre.

Par sa propriété, il faudra que le chemin $Mm\mu$ soit le plus court entre les deux points M, μ. Je suppose que les deux points M & μ soient fixes, & que le point m varie seulement sur la tranche ou parallele mr, il faut que $Mm + m\mu$ soit un moindre.

Soit $PM = s$, $Rm = ds$, $\mu r = ds'$, l'ordonnée du Méridien au point $M = y$, au point $m = y'$, l'angle entre les Méridiens PM & Pm, ou différence de la longitude $= dx$, (pour le rayon 1) entre Pm & $P\mu = dx'$; donc $MR = ydx$, & $mr = y'dx'$.

On aura donc $Mm + m\mu = \sqrt{(yydx^2 + ds^2)} + \sqrt{(y'y'dx'^2 + ds'^2)}$, dont il faut prendre la différence, & l'égaler à zero.

Mais il faut observer que dx est la seule variable, on aura ainsi $\frac{yydxddx}{\sqrt{(yydx^2+ds^2)}} = -\frac{y'y'dx'ddx'}{\sqrt{(y'y'dx'^2+ds'^2)}}$, ou, à cause que $dx + dx'$ fait une somme constante, & que par conséquent $ddx = -ddx'$, $\frac{yydx}{\sqrt{(yydx^2+ds^2)}} = \frac{y'y'dx'}{\sqrt{(y'y'dx'^2+ds'^2)}}$.

Donc la quantité $\frac{yydx}{(yydx^2+ds^2)}$ est constante dans la courbe, je la fais $= a$, & l'équation générale de toutes les lignes les plus courtes sur les Sphéroïdes, devient de cette maniére $\frac{ydx}{\sqrt{(yydx^2+ds^2)}} = \frac{a}{y}$, ou $\frac{MR}{Mm} = \frac{a}{y}$, qui donne cette

propriété à la courbe que les ſinus des angles AMP qu'elle fait avec les Méridiens ſont toûjours en raiſon renverſée des ordonnées de ces Méridiens au point de rencontre M, car $\frac{MR}{Mm}$ eſt le ſinus de l'angle $MmR = AMP$.

Si le Sphéroïde eſt ſuppoſé une Sphere, la courbe AM devient un grand cercle, APM un triangle ſphérique, & la propriété que l'on vient de remarquer n'eſt alors autre choſe que celle que tout le monde connoît aux triangles ſphériques, à ſçavoir que les ſinus des angles ſont en raiſon renverſée des ſinus des côtés oppoſés, car les ordonnées aux points A & M ſont dans ce cas les ſinus des côtés AP & AM.

Pour déterminer la conſtante a dans l'équation précédente à être telle que la courbe paſſe par le point A dont la latitude eſt donnée, & faſſe un angle donné PAM avec le Méridien, il faut qu'en ſubſtituant dans la valeur $\frac{a}{y}$ du ſinus de l'angle MmP pour y ſa valeur au point A, cette quantité $\frac{a}{y}$ devienne le ſinus de l'angle PAM.

Si l'on veut, par exemple, que cette ligne AM coupe le Méridien AP à angles droits comme la ligne de M. Caſſini, il faut que faiſant $y =$ à l'ordonnée du point A, $\frac{a}{y}$ devienne $= 1$, c'eſt-à-dire, qu'il faut que a ſoit l'ordonnée du point A.

On tire de la propriété de ces courbes une maniére bien ſimple de connoître, lorſque l'on en a une tracée ſur la Terre, laquelle des deux hypotheſes de l'allongement ou du raccourciſſement eſt la vraye ; car ſoit PAM un Méridien, P le pole, PQR l'axe, A le premier point de la ligne (qui eſt Paris dans celle de M. Caſſini), M un point de ce Méridien qui a la même latitude qu'un point pris à volonté ſur la ligne tracée, $\frac{AQ}{MR}$ marquera le ſinus de l'angle que cette ligne fait avec le Méridien qu'elle rencontre au point qui a la latitude de M. Or ce rapport ſera plus grand dans la Sphere que dans un Sphéroïde allongé, & plus petit que dans un Sphéroïde accourci.

Voyés la Figure ſuivante.

Pour le démontrer, soit $pAmb$ une Sphere inscrite au Sphéroïde allongé $PAMB$ ayant une tangente commune en A, & pour diametre pb, il est clair que l'ordonnée mr du point m de ce cercle qui a la même latitude que le point M, sera plus petite que MR, par conséquent $\frac{AQ}{RM} < \frac{AQ}{mr}$, & au contraire, si le Sphéroïde PAM étoit applati.

Supposons donc présentement qu'on soit avancé à une certaine distance sur la ligne de M. Cassini, & qu'on y ait observé la latitude; en regardant la Terre comme sphérique, il sera aisé par la résolution d'un triangle sphérique d'avoir l'angle que la ligne tracée fait avec la Méridienne, & alors si la valeur qu'on aura trouvée pour cet angle se trouve plus grande que celle que l'on trouve par l'observation (ce qui ne doit pas être difficile à observer) le Sphéroïde est oblong, & au contraire.

Pour faire quelque application du Probleme précédent à un Exemple, je vais supposer la Terre un Ellipsoïde soit allongé, soit raccourci, & je tirerai de la simplicité des calculs que cela donne, une Méthode fort facile d'avoir le rapport des axes de la Terre.

Soit donc $PAMB$ une Ellipse, PB un des axes, C le centre, A le premier point de la ligne tracée, M celui qui a la latitude où l'on s'est arrêté, appellant MR, y, comme dans le Probleme précédent, & de plus CR, z; l'axe PB 1, & l'autre axe $\frac{1}{m}$, l'équation de cette Ellipse sera $1 - zz = mmyy$, d'où tirant la valeur de z, & la substituant dans l'équation générale $\frac{ydx}{\sqrt{(yydx^2 + dy^2 + dz^2)}} = \frac{a}{y}$ ou $dx = \frac{a\sqrt{(dy^2 + dz^2)}}{y\sqrt{(yy - aa)}}$, on aura $dx = \frac{ady\sqrt{[(m^4 - m^2)yy + 1]}}{y\sqrt{(yy - aa)}\sqrt{(1 - mmyy)}}$

de laquelle il faut chasser a & y, qui sont deux ordonnées du Méridien que l'on ne connoît pas. Pour cela, soit nommé t la tangente $\frac{TR}{MR}$ de l'angle TMR, complément de la latitude qui doit être donnée, TR soutangente de l'Ellipse étant par sa propriété $\frac{1-zz}{z}$, & MR, $y = \frac{1}{m}\sqrt{(1-zz)}$, on aura $t = \frac{TR}{MR} = \frac{m\sqrt{(1-zz)}}{z}$, d'où l'on tire l'équation $mm - mmzz = zztt$ qui donne $z = \frac{m}{\sqrt{(tt+mm)}}$, & par conséquent $y = \frac{t}{m\sqrt{(tt+mm)}}$.

En appellant p la tangente de l'angle tAQ, complément de la latitude de A, on aura de la même maniére $a = \frac{p}{m\sqrt{(pp+mm)}}$.

La substitution des valeurs de a & de y dans l'équation $dx = \frac{ady\sqrt{[(m^4-mm)yy+1]}}{y\sqrt{(yy-aa)}\sqrt{(1-mmyy)}}$ donnera en réduisant $\frac{pmdt\sqrt{(1+tt)}}{t\sqrt{(tt+mm)}\sqrt{(tt-pp)}} = dx$, qui exprime la relation entre la latitude & la longitude de tous les points de la ligne tracée.

On tire de cette équation une autre maniére de connoître si la Terre est allongée ou raccourcie, car si m est > 1, p, t, dt restant les mêmes, le 1er membre de l'équation devient plus grand lorsque $m = 1$, & plus petit lorsque m est < 1: or dx étant la différence de la longitude, on tire de-là ce Théoreme, que la longitude d'un lieu quelconque placé sur la ligne de M. Cassini, est plus grande sur un Sphéroïde allongé que sur une Sphere, supposant que la latitude soit la même. Ainsi on n'a donc qu'à prendre un lieu sur cette ligne dont on connoisse la latitude, & en calculer la longitude, en supposant que la Terre soit sphérique, ce qui se peut aisément par la résolution d'un triangle sphérique, & si celle qu'on trouve par observation est plus grande, le Sphéroïde est allongé, & au contraire.

Voilà donc deux maniéres de connoître laquelle des deux hypotheses est la vraye: on peut de plus, par le calcul précédent, trouver le rapport des axes de la Terre, & même d'une

façon fort simple. Pour cela supposons qu'on ait pris par observation la valeur du sinus de l'angle que fait la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris avec un Méridien quelconque, je nomme cette valeur r. Comme d'un autre côté elle est $\frac{a}{y}$ ou $\frac{p\sqrt{(tt+mm)}}{t\sqrt{(pp+mm)}}$ dans laquelle p & t sont des quantités données, on aura l'équation $\frac{p\sqrt{(tt+mm)}}{t\sqrt{(pp+mm)}} = r$, d'où l'on tire le rapport des axes $m = \frac{tp\sqrt{(1-rr)}}{\sqrt{(rrtt-pp)}}$.

Les deux moyens précédents de connoître la figure de la Terre, viennent de la comparaison de la latitude avec la longitude, & avec le sinus de l'inclinaison de la ligne avec le Méridien. On peut trouver d'autres maniéres de connoître la figure de la Terre, en se servant toûjours de la ligne de M. Cassini ; il ne faut pour cela que comparer les angles compris entre cette ligne & les différents Méridiens avec la longitude, ou bien comparer la longitude avec les arcs de la ligne mesurés en toises.

Je commencerai par la premiére de ces méthodes qui est de chercher la relation entre le sinus de l'angle AMP, & la longitude ou l'angle APM. *Voy. la seconde Figure.*

Soit appellé u ce sinus, qui est, comme nous l'avons vû ci-dessus $\frac{a}{y}$, la valeur de dx qui est $\frac{ady\sqrt{[(m^4-mm)yy+1]}}{y\sqrt{(yy-aa)}\sqrt{(1-mmyy)}}$ se changera en $-\frac{du\sqrt{[(m^4-mm)aa+uu]}}{\sqrt{(1-uu)}\sqrt{(uu-mmaa)}}$, de laquelle on chassera a qui est l'ordonnée AQ inconnuë au point A, en mettant à sa place sa valeur $\frac{p}{m\sqrt{(pp+mm)}}$, & alors on aura $dx = -\frac{du}{\sqrt{(1-uu)}}\sqrt{(1+\frac{mmpp}{uupp+uumm-pp})}$ dans la Sphere, m étant $=1$, cette valeur se réduira à $dx = -\frac{du}{\sqrt{(1-uu)}}\sqrt{(1+\frac{pp}{uupp+uu-pp})}$.

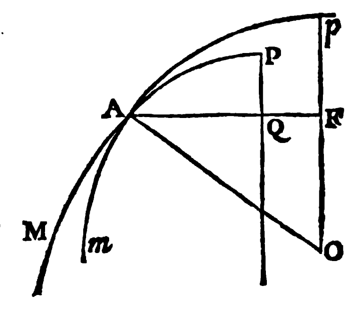
Pour comparer ces deux valeurs, & en tirer quelque Théoreme dont l'énoncé soit simple, comme il est arrivé pour les deux méthodes précédentes, je divise l'une & l'autre

de ces deux valeurs par $-\frac{du}{\sqrt{(1-uu)}}$, je les quarre, & je retranche l'unité de chacunes d'elles, j'ai alors $\frac{mmpp}{uupp+uumm-pp}$ & $\frac{pp}{uupp+uu-pp}$, c'est la même chose de comparer ces deux quantités, ou bien de les renverser ainsi $\frac{uupp+uu-pp}{pp}$ & $\frac{uupp+uumm-pp}{mmpp}$. Si la premiére de ces quatre quantités est plus grande que la seconde, la troisiéme sera plus grande que la quatriéme, & réciproquement. Je réduis ces quantités ainsi $uu-1+\frac{uu}{pp}$, & $\frac{uu-1}{mm}+\frac{uu}{pp}$, dans lesquelles il est bien visible que la premiére est plus grande que la seconde lorsque $m>1$, & plus petite lorsque $m<1$. Donc la différence de la longitude est plus grande dans le Sphéroïde allongé que dans la Sphere, par rapport à la même inclinaison de la ligne avec le Méridien, & au contraire.

Si l'on fait attention présentement à ce que la valeur de dx en u est négative, on verra que lorsque u augmente, la longitude diminuë. Pour aider l'imagination, soit pris la figure OA qui représente la courbe dont l'abscisse RS est u, & SO la longitude dans le Sphéroïde allongé qui devient zero au point A où u devient égal à l'unité: soit pris de même la courbe OA dont les ordonnées SO soient les longitudes dans la Sphere qui deviennent aussi nulles lorsque $RS=1$. Il sera aisé alors de voir que puisque la différence de SO qui marque le décroissement de la longitude, est plus grande dans le Sphéroïde allongé que dans la Sphere, il s'ensuit que la longitude elle-même est aussi plus grande dans le Sphéroïde allongé que dans la Sphere, & au contraire. Ce Théoreme peut s'énoncer aussi de cette façon. Pour une même longitude l'inclinaison de la ligne est plus grande dans le Sphéroïde que dans la Sphere, ce qui donne encore une maniére fort facile de connoître la figure de la Terre.

Pour comparer la longitude avec les arcs de la ligne, on ne ſçauroit employer la même méthode que dans les ſolutions précédentes, c'eſt-à-dire, avoir une équation qui exprime la relation entre la longitude & les arcs : car il faudroit pour cela intégrer $\frac{ady\sqrt{[(m^4 - mm)yy + 1]}}{y\sqrt{(yy - aa)}\sqrt{(1 - mmyy)}}$, ou $\sqrt{(yydx^2 + dy^2 + dz^2)} = \frac{ydy\sqrt{[(m^4 - mm)yy + 1]}}{\sqrt{(yy - aa)}\sqrt{(1 - mmyy)}}$, & en tirer x, ou l'arc en y, & de-là une équation entre x & l'arc, ce qui eſt impraticable. On peut cependant trouver un Théoreme bien ſimple ſur cette relation des arcs aux longitudes : pour cela, je reprends la valeur générale de la quantité $\sqrt{(yydx^2 + dy^2 + dz^2)} = \frac{yydx}{a}$; & je la compare avec $\frac{YYdx}{A}$ que je ſuppoſe être la quantité de la même eſpece dans la Sphere, c'eſt-à-dire, la différence de l'arc de la ligne dans la Sphere pour la même longitude x, & je parviens à démontrer que la premiére eſt plus petite que la ſeconde, lorſque le Sphéroïde eſt allongé, & au contraire.

Pour le voir, il faut ſçavoir premiérement à quelle Sphere on rapporte la quantité $\frac{YYdx}{A}$, ce ne doit pas être comme dans les Solutions précédentes, à celle dont le rayon eſt l'unité : car on ne ſçait ce que c'eſt que cette unité en toiſes. Dans les méthodes précédentes, le rayon de la Sphere n'étoit de nulle conſidération, parce qu'il ne s'agiſſoit que d'angles qui ſont les mêmes dans des figures ſemblables ; mais pour le cas préſent, il faut faire attention au rayon de la Sphere ; nous prendrons pour ce rayon celui de la développée du Sphéroïde au point A qui eſt aiſé à connoître par pratique.



Soit donc à préſent PAM le Méridien du Sphéroïde allongé, A le point où a commencé la ligne qui eſt priſe dans celle de M. Caſſini. Soit pAm la Sphere dont le rayon AO, ou pO, eſt celui de la développée au point A, AF ſera A, & AQ, a, & reprenant

les quantités $\frac{yydu}{a}$ & $\frac{YYdu}{A}$ que j'écris ainsi $\frac{adu}{\frac{aa}{yy}}$ & $\frac{Adu}{\frac{AA}{YY}}$, $\frac{adu}{u}$ & $\frac{Adu}{U}$, par le Théoreme précédent $u > U$, & par l'inspection de la figure, a est $< A$. Donc la quantité $\frac{adu}{u}$ est $< \frac{Adu}{U}$. Donc l'arc de la ligne dans le Sphéroïde allongé est plus petit que dans la Sphere à la même longitude, & au contraire pour le Sphéroïde applati, ce qui fait un quatriéme moyen de connoître la figure de la Terre, qui a cet avantage sur les autres, que les quantités dont on a besoin, à sçavoir la longitude d'un lieu pris sur la ligne, & la longueur en toises de l'arc décrit sur la Terre, sont des quantités dont la mesure est moins sujette à erreur par les observations; car celles que l'on peut commettre par les écarts de la ligne sont plus de conséquence pour les sinus d'inclinaison, ou pour les latitudes, que pour les longitudes, ou pour les parties de la ligne à mesurer, principalement dans une petite distance comme celle de S.[t] Malo à Paris.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS DU THERMOMETRE faites par M. COSSIGNY, Correſpondant de l'Académie, à l'Iſle de Bourbon, à l'Iſle de France, à Madagaſcar, & dans la route depuis l'Orient juſqu'à ces Iſles, pendant l'année 1732, & partie de l'année 1733. Comparées avec les Obſervations du Thermometre faites à Paris pendant le même temps.

Par M. DE REAUMUR.

LORSQUE j'ai cherché à conſtruire des Thermometres dont les degrés fuſſent comparables, des Thermometres qui, expoſés au même air, marquaſſent par le même nombre de degrés l'état du chaud & du froid de cet air, une des choſes qui me paroiſſoit en devoir faire ſouhaiter le plus de tels, c'étoit de pouvoir comparer la chaleur des pays que nous nommons chauds, & le froid des pays que nous appellons froids, avec le froid & le chaud des climats que nous habitons, & que nous regardons comme tempérés. Il eſt aſſûrément curieux de ſçavoir à quelle chaleur s'expoſent ceux que des voyages de long cours conduiſent dans ces pays qui ſemblent devoir être brûlés par les rayons du ſoleil qui y tombent à plomb. Il y a pourtant long-temps que l'on ſçait que la Zone Torride n'eſt pas inhabitable, comme l'avoient cru les anciens, qu'elle eſt habitée; mais on n'a aucune idée de la chaleur qu'on a à y ſouffrir; on la croit ſans doute conſidérablement plus grande que celle que nous ſommes expoſés à reſſentir à Paris. Nous allons cependant rapporter des obſervations faites avec beaucoup d'exactitude dans divers pays ſitués entre les Tropiques & ſous la ligne même, qui apprendront que dans quatorze mois conſécutifs, il n'y a eu dans ces pays aucun jour auſſi chaud que ceux que nous avons à Paris dans certains étés.

M. Coffigny Chevalier de S.t Louis, & ci-devant Ingénieur en chef de Sa Majesté dans le Rouffillon, voulut bien accepter la qualité d'Ingénieur général de la Compagnie des Indes, dans un temps où le Royaume jouiffoit d'une profonde paix, & s'engager à aller vifiter les établiffements de cette Compagnie, pour les faire mettre dans un état convenable de deffenfe. L'envie qu'il avoit de travailler dans fes voyages aux progrès des fciences, fit qu'avant que de s'embarquer, il fongea à fe munir de tous les inftruments qui pouvoient lui fervir à faire des Obfervations curieufes & utiles; il eut foin de fe pourvoir de deux Thermometres de nouvelle conftruction. Auffi curieux que je l'étois moi-même de fçavoir fi les chaleurs qu'il alloit effuyer furpafferoient de beaucoup celles de nos plus chauds jours d'été, il me promit d'obferver réguliérement chaque jour le plus haut degré où monteroit la liqueur du Thermometre. Il m'a tenu fa promeffe avec une éxactitude qui doit faire plaifir au public. Je donnerai ici les Tables de fes Obfervations telles qu'il me les a envoyées en différents temps.

La premiére Table eft celle des Obfervations qu'il a faites pendant fa route du port de l'Orient, d'où il partit le premier Janvier 1732 jufqu'à l'Ifle de France, où il arriva le 4.e Juin de la même année. Cette Table eft compofée de cinq colonnes. La premiére eft celle des Jours. La feconde eft celle des Vents. La troifiéme eft celle des Longitudes; on fçait affés que la plûpart n'ont pas pu être déterminées avec une grande éxactitude, mais quelle qu'elle foit en général elle fuffit ici. La quatriéme colomne eft celle des Latitudes; on a mis un *E* devant chacune de celles qu'on n'avoit que par eftime, & une *S* devant chacune de celles qui ont été obfervées. Enfin la cinquiéme colomne donne le nombre des degrés, au-deffus du terme de la congélation artificielle, où s'eft trouvée chaque jour la liqueur du Thermometre.

PREMIERE TABLE.

	Jours.	Vents.	Longitude. D.	Longitude. M.	Latitude Nord. D.	Latitude Nord. M.	Therm. Degrés.
DECEMBRE 1731......	31.	....	13.....		47.	36.	8. au-dessus de la congélation artificielle.
JANVIER 1732.	1.	N. N. E.	11.	27.	46.	42.	
	2.	*Idem*....	8.	53.	45.	30.	9.
	3.	N.E. ¼ E.	5.	53.	43.	11.	8. ½
	4.	*Id*, ...	3.	52.	*E*. 41.	14.	10.
	5.	*Id*, ...	3.	1.	*E*. 38.	40.	10. ⅔
	6.	N. E. . .	2.	21.	*S*. 36.	35.	11. ¼
	7.	S. E. ...	1.	57.	*S*. 34.	53.	12. ⅔
	8.	S. E. ¼ S.	1.	9.	*E*. 33.	10.	14.
	9.	S.	0.	26.	*E*. 32.	34.	15. ½
	10.	*Id*.	1.	28.	*E*. 33.	0.	16.
	11.	S. E. ¼ S.	2.	45.	*E*. 32.	30.	15. ⅔
	12.	*Id*.	2.	57.	*E*. 32.	20.	17.
	13.	*Id*.	3.	9.	*E*. 32.	15.	17. ½
	14.	S. O. ...	2.	20.	*E*. 32.	19.	17. ⅓
	15.	N.	1.	34.	*S*. 30.	45.	15. ½
	16.	S. ¼ S. O.	1.	34.	*E*. 30.	10.	15. ⅔
	17.	S. O. ...	2.	22.	*E*. 30.	0.	16.
	18.	S. S. O...	2.	29.	*E*. 30.	0.	18.
	19.	*Id*.	2.	36.	*E*. 29.	50.	*Idem*.
	20.	O. S. O. .	2.	22.	*S*. 29.	25.	*Id*.
	21.	E. N. E. .	1.	43.	*S*. 28.	26.	*Id*.
	22.	N.	1.	16.	*S*. 28.	22.	16. ⅓
	23.	N. N. E. .	2.	20.	*E*. 27.	30.	17. ½
	24.	*Id*.	0.	17.	*E*. 26.	25.	18. ⅔
	25.	N.E. ¼ N.	0.	2.	*S*. 24.	9.	*Id*.
	26.	E. N. E. .	358.	54.	*S*. 22.	15.	17. ¾
	27.	N. E. ...	357.	48.	*S*. 20.	17.	17.
	28.	N. N. E. .	357.	4.	*S*. 18.	22.	18.
	29.	N. E. ...	356.	33.	*S*. 16.	54.	18. ½
	30.	N. N. O.	355.	21.	*S*. 15.	32.	19.
	31.	*Id*.	353.	48.	*S*. 15.	23.	19. ½

	Jours.	Vents.	Longitude.		Latitude Nord.			Therm.
			D.	*M.*		*D.*	*M.*	*Degrés.*
FEVRIER...	1.	N. N. O.	355.	21.	*S.*	15.	32.	20. ¼
	2.	N. E....	352.	40.		15.	20.	20. ⅔
	3.	*Idem*....	.....		....			20.
	4.	*Id*.	.....		....			*Idem.*
	5.	*Id*.	.....		....			*Id.*
	6.	*Id*.	.....		....			20. ⅔
	7.	*Id*.	.....		....			20
	8.	*Id*.	352.	53.	*S.*	14.	23.	21. ⅔
	9.	*Id*.	353.	49.	*E.*	12.	18.	22. ¼
	10.	N. N. O.	354.	24.	*S.*	10.	38.	23.
	11.	E. N. E...	354.	49.	*S.*	9.	33.	23. ¼
	12.	N......	355.	21.	*E.*	8.	28.	23. ½
	13.	*Id*.	355.	50.	*E.*	7.	29.	23. ½
	14.	N. O....	356.	13.	*S.*	7.	0.	24.
	15.	*Id*.	356.	18.	*S.*	6.	4.	23. ½
	16.	O. N. O.	356.	41.	*S.*	5.	30.	24. ⅓
	17.	S. E....	356.	44.	*S.*	4.	46.	25. ½
	18.	Calme...	356.	44.	*E.*	4.	9	26.
	19.	N. E....	356.	44.	*S.*	3.	35.	25. ¾
	20.	S. S. E...	356.	53.	*S.*	3.	44.	25.
	21.	S. E....	356.	40.	*S.*	3.	10.	25. ½
	22.	S. S. E...	356.	1.	*S.*	2.	37.	25. ⅔
	23.	*Id*.	355.	13.	*S.*	2.	9.	*Id.*
	24.	*Id*.	354.	4.		1.	11.	*Id.*
	25.	*Id*.	353.	48.	*S.*	0.	19.	*Id.*
					Latitude Sud.			
	26.	S......	353.	23.	*S.*	0.	29.	26.
	27.	*Id*. ...	353.	10.	*S.*	1.	11.	*Id.*
	28.	S. E. ¼ S.	352.	36.	*S.*	2.	24.	25. ½
	29.	*Id*.	351.	48.	*E.*	3.	35.	25. ¾

	Jours.	Vents.	Longitude.		Latitude Sud.			Therm.
			D.	*M.*		*D.*	*M.*	*Degr.*
MARS.....	1.	S E. $\frac{1}{4}$ S.	351.	27.	*E.*	4.	21.	25. $\frac{1}{3}$
	2.	S. S. E...	351.	1.	*E.*	5.	28.	25. $\frac{2}{3}$
	3.	S. E. . . .	350.	43.	*E.*	6.	10.	25. $\frac{2}{3}$
	4.	S.	350.	27.	*E.*	6.	30.	26.
	5.	N. N. E..	350.	8.	*E.*	7.	19.	25. $\frac{2}{3}$
	6.	E. S. E. .	350.	4.	*E.*	7.	56.	25.
	7.	S. S. E...	349.	19.	*E.*	9.	26.	25. $\frac{1}{3}$
	8.	E. S. E. .	349.	36.	*S.*	10.	28.	*Id.*
	9.	*Idem.* . . .	344.	0.	*S.*	12.	4.	*Id.*
	10.	*Id.*	348.	19.	*S.*	13.	42.	25.
	11.	*Id.*	347.	48.	*S.*	15.	32.	*Id.*
	12.	*Id.*	347.	19.	*S.*	16.	50.	24. $\frac{2}{3}$
	13.	*Id.*	347.	3.	*S.*	18.	21.	24. $\frac{1}{3}$
	14.	Calme. . .	347.	6.	*E.*	19.	33.	*Id.*
	15.	E. N. E..	347.	26.	*S.*	20.	52.	24. $\frac{1}{2}$
	16.	N. N. E..	347.	42.	*S.*	22.	14.	24. $\frac{1}{3}$
	17.	N.O. $\frac{1}{4}$ O.	348.	36.	*E.*	23.	0.	*Id.*
	18.	*Id.*	349.	1.	*S.*	24.	6.	*Id.*
	19.	N.	349.	43.	*S.*	25.	28.	*Id.*
	20.	*Id.*	351.	6.	*S.*	26.	50.	24. $\frac{1}{4}$
	21.	N. N. O.	352.	54.	*E.*	28.	8.	24.
	22.	*Id.*	354.	21.	*S.*	28.	59.	23. $\frac{2}{3}$
	23.	O. N. O.	356.	24.	*E.*	29.	56.	23.
	24.	N. N. O.	357.	53.	*E.*	30.	41.	22. $\frac{3}{4}$
	25.	N.O. $\frac{1}{4}$ N.	358.	51.	*E.*	31.	7.	22. $\frac{2}{3}$
	26.	N. O. . .	0.	59.	*E.*	31.	17.	22. $\frac{1}{3}$
	27.	S. E. . . .	1.	49.	*E.*	31.	31.	22.
	28.	N.	2.	45.	*E.*	31.	56.	21.
	29.	N. E. $\frac{1}{4}$ E.	4.	57.	*S.*	32.	10.	20. $\frac{1}{4}$
	30.	N. E. $\frac{1}{4}$ N.	6.	21.	*E.*	32.	55.	20.
	31.	*Id.*	7.	45.	*S.*	33.	9.	20. $\frac{1}{3}$

	Jours.	Vents.	Longitude.		Latitude Sud.			Therm.
			D.	M.		D.	M.	Degr.
AVRIL.....	1.	N. N. E..	9.	20.	S.	33.	40.	20. ¾
	2.	N.	11.	20.	S.	33.	54.	19. ½
	3.	*Idem.* ...	14.	20.	E.	34.	5.	19.
	4.	S. E. ...	14.	38.	E.	34.	40.	18. ½
	5.	N.E.⅛E.	14.	28.	S.	35.	45.	17. ¾
	6.	N. N. O.	14.	46.	E.	35.	53.	18. ⅔
	7.	S. E. ...	15.	59.	S.	35.	30.	16. ⅓
	8.	E. ¼ S. E.	16.	56.	S.	34.	28.	15. ½
	9.	S. S. O. .	17.	16.	S.	34.	40.	15. ½
	10.	O. N. O.	18.	36.	E.	34.	47.	15.
	11.	S. S. O. .	21.	6.	S.	35.	0.	16.
	12.	O.	22.	6.	S.	35.	15.	17.
	13.	Calme. ..	22.	50.	S.	35.	23.	17. ⅓
	14.	*Id.*	23.	40.	S.	35.	54.	18.
	15.	*Id.*	24.	10.	S.	35.	35.	*Idem.*
	16.	*Id.*	24.	40.	S.	35.	39.	*Id.*
	17.	N.	25.	30.	E.	35.	51.	17. ¾
	18.	O......	29.	26.	S.	36.	0.	14. ¼
	19.	*Id.*	32.	58.	S.	35.	38.	14.
	20.	*Id.*	34.	54.	S.	35.	50.	*Id.*
	21.	E. N. E..	36.	17.	E.	35.	58.	15. ⅔
	22.	N. O....	39.	2.	E.	35.	56.	17.
	23.	O......	42.	27.	S.	36.	30.	16. ½
	24.	N. N. O.	43.	56.	S.	37.	35.	17.
	25.	S ¼ S. O. .	47.	1.	S.	37.	0.	16. ¼
	26.	N.E. ¼ E.	48.	18.	S.	36.	57.	16. ⅔
	27.	O. S. O. .	51.	0.	S.	37.	2.	16.
	28.	E. S. E. .	53.	3.	E.	36.	46.	15.
	29.	E ¼ N. E.	54.	15.	S.	36.	59.	16. ⅔
	30.	E. N. E..	55.	27.	S.	37.	31.	17.

	Jours.	Vents.	Longitude.		Latitude Sud.			Therm.
			D.	M.		D.	M.	Degr.
MAI......	1.	....	56.	5.	E.	38.	10.	
	2.	S.S.O...	58.	54.	E.	38.	15.	13.⅓
	3.	S......	61.	11.	S.	37.	47.	12.½
	4.	O.N.O.	62.	35.	S.	37.	35.	14.¼
	5.	S.S.E...	65.	8.	S.	36.	53.	14.
	6.	*Idem*....	67.	17.	E.	36.	35.	*Idem.*
	7.	S¼S E...	68.	23.	S.	35.	39.	14.¾
	8.	N E¼E.	69.	39.	E.	34.	32.	15.
	9.	*Id.*	69.	47.	E	35.	...	14.½
	10.	*Id.*	70.	16.	E.	35.	56.	15.
	11.	*Id.*	71.	19.	S.	36.	40.	16.½
	12.	*Id.*	72.	20.	E.	37.	12.	16.¾
	13.	N.E.¼N.	73.	46.	S.	37.	27.	17.
	14.	N.N.E.	75.	44.	S.	37.	7.	17.½
	15.	N.¼N.E.	77.	25.	E.	36.	40.	17.⅓
	16.	*Id.*	79.	5.	E.	36.	3.	*Id.*
	17.	S.E.	79.	45.	S.	34.	20.	15.½
	18.	N.E.¼N.	80.	26.	S.	33.	15.	*Id.*
	19.	N.N.E.	81.	46.	S.	32.	59.	16.¾
	20.	S.S.O...	83.	9.	E.	32.	33.	18.¼
	21.	S......	82.	56.	S.	30.	50.	15.¾
	22.	S.E.¼E.	82.	56.	S.	28.	26.	17.
	23.	E......	82.	39.	S.	26.	20.	19.⅓
	24.	E.N.E..	81.	52.	E.	25.	9.	21.½
	25.	*Id.*	81.	22.	E.	24.	25.	*Id.*
	26.	O.¼N.O.	81.	24.	S.	25.	15.	21.
	27.	O.N.O.	81.	22.	S.	24.	3.	20.⅔
	28.	N.O.¼O.	81.	37.	S.	22.	42.	*Id.*
	29.	N.¼N.O.	81.	54.	S.	21.	58.	21.½
	30.	N.	81.	17.	E.	21.	25.	22.½
	31.	S.¼S.O.	81.	11.	S.	20.	40.	22.⅔
JUIN......	1.	S.S.E...	80.	42.	S.	20.	27.	22.½
	2.	S.E. ...	78.	56.	S.	20.	4.	21.⅓
	3.	*Id.*	77.	14.	S.	20.	11.	22.
	4.	S.S.E...	76.	23.	E.	20.	34.	22.

SECONDE TABLE,

Qui contient les Observations sur le Thermometre, faites à l'Isle de France, depuis le 7 Juin jusqu'au 30 Septembre 1732.

	Jours.	Thermom.		Jours.	Thermom.
		Degrés.			*Degrés.*
JUIN......	7.	20.	JUILLET...	1.	20. $\frac{1}{2}$
	8.	22.		2.	20. $\frac{2}{3}$
	9.	*Idem.*		3.	21. $\frac{1}{2}$
	10.	*Idem.*		4.	21.
	11.	22. $\frac{1}{2}$		5.	22. $\frac{1}{2}$
	12.	22.		6.	22.
	13.	22. $\frac{1}{2}$		7.	21.
	14.	21. $\frac{1}{2}$		8.	19.
	15.	20. $\frac{1}{3}$		9.	17. $\frac{3}{4}$
	16.	20.		10.	18. $\frac{1}{2}$
	17.	*Idem.*		11.	19. $\frac{1}{3}$
	18.	*Idem.*		12.	19. $\frac{1}{2}$
	19.	20. $\frac{2}{3}$		13.	20.
	20.	21. $\frac{1}{2}$		14.	19. $\frac{1}{2}$
	21.	21. $\frac{3}{4}$		15.	20. $\frac{1}{3}$
	22.	22. $\frac{1}{4}$		16.	20. $\frac{1}{4}$
	23.	21. $\frac{1}{2}$		17.	20. $\frac{1}{2}$
	24.	21. $\frac{3}{4}$		18.	20. $\frac{2}{3}$
	25.	22. $\frac{1}{4}$		19.	20. $\frac{1}{4}$
	26.	21.		20.	21. $\frac{2}{3}$
	27.	*Idem.*		21.	22.
	28.	*Idem.*		22.	21.
	29.	22.		23.	19.
	30.	21. $\frac{2}{3}$		24.	20.
				25.	20.
				26.	20. $\frac{1}{2}$
				27.	22.
				28.	21. $\frac{2}{3}$
				29.	20.
				30.	21.
				31.	20. $\frac{1}{4}$

	Jours.	Thermom.		Jours.	Thermom.
		Degrés.			*Degrés.*
AOUST....	1.	19. $\frac{3}{4}$	SEPTEMBRE.	1.	21.
	2.	19.		2.	21. $\frac{1}{2}$
	3.	19. $\frac{1}{2}$		3.	21. $\frac{1}{2}$
	4.	20. $\frac{1}{3}$		4.	22.
	5.	20.		5.	22.
	6.	19. $\frac{1}{2}$		6.	23.
	7.	19. $\frac{1}{2}$		7.	21. $\frac{1}{2}$
	8.	20.		8.	22.
	9.	19.		9.	22.
	10.	20.		10.	22. $\frac{1}{2}$
	11.	20.		11.	22.
	12.	21.		12.	21.
	13.	19.		13.	22. $\frac{2}{3}$
	14.	19.		14.	21. $\frac{1}{2}$
	15.	20. $\frac{1}{4}$		15.	22.
	16.	20.		16.	21.
	17.	21. $\frac{1}{3}$		17.	21.
	18.	21. $\frac{1}{2}$		18.	22.
	19.	21. $\frac{3}{4}$		19.	21. $\frac{2}{3}$
	20.	21. $\frac{1}{2}$		20.	21. $\frac{2}{3}$
	21.	20. $\frac{3}{4}$		21.	21.
	22.	21.		22.	21. $\frac{2}{3}$
	23.	21.		23.	22.
	24.	21.		24.	22.
	25.	22. $\frac{1}{2}$		25.	22.
	26.	21. $\frac{3}{4}$		26.	21. $\frac{2}{3}$
	27.	21.		27.	21. $\frac{1}{2}$
	28.	20. $\frac{2}{3}$		28.	21. $\frac{1}{2}$
	29.	20.		29.	22. $\frac{3}{4}$
	30.	19.		30.	23.
	31.	20. $\frac{1}{2}$			

TROISIE'ME TABLE qui contient des Observations faites à l'Isle de France, pendant quelques jours du mois d'Octobre, par une personne que M. Cossigny avoit chargé de ce soin, sur un Thermometre qu'il y avoit laissé.

	Jours.	Thermom.		Jours.	Thermom.
OCTOBRE...	1.	24. $\frac{3}{4}$	OCTOBRE...	7.	24. $\frac{2}{3}$
	2.	24.		8.	24.
	3.	23. $\frac{2}{3}$		9.	23.
	4.	24.		10.	22. $\frac{1}{2}$
	5.	24.		11.	23.
	6.	24.			

QUATRIÉME TABLE,

Qui contient les Observations faites par M. Cossigny, à l'Isle de Bourbon, depuis le 7 Novembre jusqu'au 31 Dec. 1732.

	Jours.	Thermom.		Jours.	Thermom.
		Degrés.			*Degrés.*
NOVEMBRE.	7.	25.	DECEMBRE.	1.	26.
	8.	25. $\frac{3}{4}$		2.	25. $\frac{1}{2}$
	9.	25. $\frac{1}{2}$		3.	25. $\frac{1}{4}$
	10.	23. $\frac{1}{2}$		4.	24.
	11.	24.		5.	25.
	12.	23.		6.	*Idem.*
	13.	22. $\frac{2}{5}$		7.	*Idem.*
	14.	24.		8.	26.
	15.	26.		9.	25. $\frac{1}{2}$
	16.	25. $\frac{2}{3}$		10.	*Idem.*
	17.	24. $\frac{2}{3}$		11.	25.
	18.	25.		12.	25. $\frac{2}{3}$
	19.	24. $\frac{2}{3}$		13.	24. $\frac{1}{2}$
	20.	25.		14.	22.
	21.	25.		15.	23. $\frac{1}{2}$
	22.	24. $\frac{2}{3}$		16.	25.
	23.	25.		17.	24. $\frac{3}{4}$
	24.	24. $\frac{2}{3}$		18.	26.
	25.	25.		19.	26. $\frac{1}{4}$
	26.	25.		20.	26.
	27.	25. $\frac{1}{8}$		21.	25. $\frac{1}{6}$
	28.	25. $\frac{1}{2}$		22.	25. $\frac{1}{4}$
	29.	22. $\frac{2}{3}$		23.	25. $\frac{3}{4}$
	30.	23. $\frac{1}{2}$		24.	24.
				25.	24.
				26.	24. $\frac{2}{3}$
				27.	25. $\frac{1}{3}$
				28.	26.
				29.	26.
				30.	26.
				31.	26.

CINQUIEME TABLE,

*Qui commence au premier Janvier 1733 & finit au 13 Mars de la même année. Les Observations du premier & 2 Janvier ont été faites à l'Isle Bourbon. Le 3 l'Auteur s'embarqua pour aller à la Baye d'Antongil, formée par l'Isle de Madagascar. Pendant tous les jours où l'Auteur a été en route, soit pour aller à cette Baye, soit pour en revenir, la Table a cinq colonnes, sçavoir, trois pour marquer l'aire de vent, la longitude & la latitude. Il est resté dans cette Baye à 15 degrés 47 minutes de latitude, & 71 degrés 12 minutes de longitude, depuis le 10 Janvier jusqu'au 4 Mars. Les Observations y ont été faites sur le Vaisseau qui étoit éloigné de terre de trois bons cables, & qui par conséquent n'étoit pas exposé à toute la force des rayons réfléchis par la terre. Il étoit auprès d'une petite Isle, dont la Compagnie des Indes a pris possession, au nom du Roy, dans ce voyage. Elle l'a nommée l'*Isle d'Anjou; *les naturels du pays l'appellent* Noschubé; *& les Anglois, l'*Isle aux Annas, *parce qu'elle en est couverte; les Forbans l'appelloient l'*Isle Marotte. *Elle n'est éloignée de la terre de Madagascar que de trois quarts de lieuë.*

	Jours.	Vents.	Longitude.		Latitude.		Therm.
			D.	*M.*	*D.*	*M.*	*Degrés.*
JANVIER 1733......	1.	......	......		......		25. $\frac{3}{4}$
	2.	......	......		......		26.
	3.	......	......		......		0.
	4.	......	75.	30.	20.	20.	23.
	5.	EST...	74.	51.	19.	5.	24.
	6.	*Idem*....	74.	13.	18.	9.	25.
	7.	E. S. E..	73.	50.	17.	12.	24.
	8.	*Id.*.....	73.	31.	15.	44.	24.
	9.	E. N. E..	72.	22.	14.	55.	24.
Terre.	10.	E. S. E..	71.	26.	15.	44.	25.
	11.	......	......		......		25.

	Jours.	Vents.	Longitude.		Latitude.		Therm.
SUITE DE			D.	M.	D.	M.	Degr.
JANVIER...	12.	. . . . .	. . . . .		16.	10.	24.
	13.	N. E. . . .	. . . . .		16.	32.	24. $\frac{1}{3}$
	14.	E. S. E. .	. . . . .		. . . .		24.
	15.	*Id.*	. . . . .		16.	0.	27.
	16.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25. $\frac{1}{2}$
	17.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25. $\frac{1}{2}$
	18.	. . . . .	. . . . .		. . . .		*Id.*
	19.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24. $\frac{2}{3}$
	20.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
	21.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
	22.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
	23.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25.
	24.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25.
	25.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25.
	26.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25. $\frac{1}{3}$
	27.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25. $\frac{3}{4}$
	28.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25.
	29.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24. $\frac{1}{2}$
	30.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
	31.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
FEVRIER...	1.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
	2.	. . . . .	. . . . .		. . . .		23. $\frac{1}{2}$
	3.	. . . . .	. . . . .		. . . .		23. $\frac{1}{3}$
	4.	. . . . .	. . . . .		. . . .		22.
	5.	. . . . .	. . . . .		. . . .		23. $\frac{1}{2}$
	6.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
	7.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24. $\frac{1}{2}$
	8.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25. $\frac{1}{2}$
	9.	. . . . .	. . . . .		. . . .		25. $\frac{3}{4}$
	10.	. . . . .	. . . . .		. . . .		27.
	11.	. . . . .	. . . . .		. . . .		26.
	12.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.
	13.	. . . . .	. . . . .		. . . .		23. $\frac{1}{2}$
	14.	. . . . .	. . . . .		. . . .		24.

	Jours.	Vents.	Longitude.		Latitude.		Therm.
			D.	M.	D.	M.	Degr.
SUITE DE FEVRIER...	15.	......	.....		....		22.
	16.	......	.....		....		23.
	17.	......	.....		....		23. $\frac{1}{4}$
	18.	......	.....		....		24. $\frac{1}{2}$
	19.	......	.....		....		23. $\frac{2}{3}$
	20.	......	.....		....		23. $\frac{1}{2}$
	21.	......	.....		....		24. $\frac{1}{2}$
	22.	......	.....		....		24.
	23.	......	.....		....		24.
	24.	......	.....		....		24. $\frac{1}{4}$
	25.	......	.....		....		24. $\frac{1}{2}$
	26.	......	.....		....		25.
	27.	......	.....		....		25. $\frac{3}{4}$
	28.	......	.....		....		26.
MARS.....	1.	......	.....		....		26.
	2.	......	.....		....		27.
	3.	......	.....		....		26. $\frac{1}{2}$
	4.	......	.....		....		26.
	5.	......	.....		15.	20.	26. $\frac{1}{2}$
	6.	E......	.....		....		26. $\frac{1}{2}$
	7.	N. E....	72.	2.	17.	6.	24. $\frac{1}{2}$
	8.	E. N. E..	73.	8.	18.	24.	24. $\frac{1}{3}$
	9.	Calme...	74.	24.	19.	27.	25. $\frac{1}{2}$
	10.	......	.....		....		24.
	11.	......	.....		....		24. $\frac{1}{2}$
	12.	......	.....		....		25.
	13.	......	.....		....		25.

M. Coſſigny me marque de plus, que depuis le 13 Mars juſqu'au 26 du même mois, la liqueur du Thermometre s'eſt tenuë entre 26, 27, & 28 degrés.

Nous allons à présent rapporter les observations que nous avons faites à Paris, ruë S.t Thomas du Louvre, à l'hôtel d'Uzès, pendant une grande partie des années 1732 & 1733 sur un Thermometre construit sur les mêmes principes que ceux de M. Cossigny; ces Thermometres mis à côté les uns des autres, eussent marqué le chaud & le froid à peu-près par un même nombre de degrés, le mien étoit exposé au Nord, & placé en dehors d'une fenêtre du rès-de-chaussée.

Il m'a paru qu'il seroit inutile de donner la Table complette des observations que nous avons faites chaque jour, qu'il suffiroit de donner le résultat du plus grand froid & du plus grand chaud de chaque mois. On se souviendra que nos Thermometres ont deux suites de degrés qui commencent à *O*, c'est le terme où l'eau commence à geler. Les degrés au-dessus de ce terme sont les degrés ascendants, & expriment combien la liqueur s'est élevée au-dessus de terme de *O*, ou de celui de la congélation artificielle, & les degrés descendants marquent combien la liqueur est descenduë au-dessous de ce terme. Dans notre Table une ligne tirée au-dessous du chiffre qui marque le nombre des degrés, signifie que ces degrés sont ascendants; & une ligne tirée au-dessus du chiffre qui exprime le nombre des degrés, marque que ces degrés sont descendants; ainsi $\underline{8}$ sont huit degrés au-dessus de la congélation, $\overline{8}$ sont huit degrés au-dessous de la congélation.

Nous devons avertir qu'on ne doit pas s'attendre à trouver un certain accord entre les observations faites sur notre Thermometre, ruë S.t Thomas du Louvre, & celles qui sont faites à l'Observatoire. M. Maraldi a laissé le Thermometre, dont M. de la Hire se servoit, dans l'endroit où il l'avoit placé, & M. Maraldi a mis le nôtre auprès de l'autre; ils sont tous deux dans le bas & l'intérieur d'une haute tour; quoique cette tour ne soit pas couverte, les changements de l'état de l'air n'y sont ni si considérables, ni si subits qu'en dehors où est le Thermometre dont nous observons la marche.

TABLE des plus grands degrés de froid & des plus grands degrés de chaud, tant du matin depuis 6 heures jusqu'à 7, que de l'après-midi, depuis midi jusqu'à 5 heures, observés à Paris, pour la plûpart, pendant chaque mois des années 1732 & 1733.

Plus grand degré DE FROID du matin.	Plus grand degré DE FROID de l'après-midi.	Plus grand degré DE CHAUD du matin.	Plus grand degré DE CHAUD de l'après-midi.
	JANVIER 1732.		
26. à 7^h à $\overline{7}^d$	26. à 3^h à $\overline{3}^d$	10. à 7^h à $\underline{4}^d$	10. à midi à $\underline{5}^d$
	FEVRIER.		
7. à 7^h à $\overline{3}^d$	6. à 3^h à $\overline{1}^d$	24. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{8\frac{3}{4}}$	23. à 1^h à $\underline{12\frac{1}{4}}$
	MARS.		
22. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\overline{0\frac{2}{3}}$	22. à 1^h à $\underline{2}^d$	26. à 7^h à $\underline{8}^d$	31. à 3^h à $\underline{13\frac{1}{3}}$
	AVRIL.		
7. à 6^h à $\underline{2\frac{2}{3}}$	25. à 3^h à $\underline{8\frac{1}{2}}$	1. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{9\frac{2}{3}}$	16. à $2^h\frac{1}{2}$ à $\underline{19}^d$
	MAI.		
12. à 6^h à $\underline{3}^d$	29. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{9}^d$	27. à 6^h à $\underline{14\frac{1}{2}}$	26. à $3^h\frac{1}{4}$ à $\underline{25}^d$
	JUIN.		
1. à 6^h à $\underline{4\frac{2}{3}}$	1. à 3^h à $\underline{9}^d$	20. 21. } à 6^h à $\underline{13}^d$	30. à 3^h à $\underline{22\frac{1}{4}}$
	JUILLET.		
4. à 6^h à $\underline{9\frac{2}{3}}$	5. à 1^h à $\underline{14}^d$	23. 28. } à 6^h à $\underline{15\frac{3}{4}}$	28. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{25\frac{2}{3}}$
	AOUST.		
23. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{8}^d$	5. à 1^h à $\underline{11\frac{1}{2}}$	25. à 6^h à $\underline{18}^d$	24. à 4^h à $\underline{27\frac{1}{3}}$
J'ai été absent de Paris pendant les mois de Septembre & d'Octobre.			
	NOVEMBRE.		
19. à 6^h à $\overline{0\frac{1}{3}}$	20. à 3^h à $\underline{2\frac{5}{6}}$	5. à 7^h à $\underline{10\frac{1}{2}}$	5. à 4^h à $\underline{16}$
	DECEMBRE.		
25. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\overline{6}^d$	25. à 3^h à $\overline{2\frac{1}{2}}$	16. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{3\frac{1}{3}}$	31. à 3^h à $\underline{5\frac{1}{3}}$

Plus grand degré DE FROID du matin.	Plus grand degré DE FROID de l'après-midi.	Plus grand degré DE CHAUD du matin.	Plus grand degré DE CHAUD de l'après-midi.
JANVIER 1733.			
31. à 7^h à $\overline{3^d\frac{1}{3}}$	31. à 3^h à $\overline{1^d}$	6. à 7^h à $\underline{7\frac{1}{3}}$	9. à 3^h à $\underline{9\frac{1}{3}}$
FEVRIER.			
1. à 7^h à $\underline{3^d}$	9. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{1\frac{3}{4}}$	11. à 7^h à $\underline{6\frac{3}{4}}$	18. à 3^h à $\underline{9^d}$
MARS.			
2. à 7^h à $\underline{1\frac{1}{3}}$	23. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{4\frac{1}{4}}$	14. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{10\frac{1}{3}}$	12. à 4^h à $\underline{12\frac{2}{3}}$
AVRIL.			
1. à 6^h à $\overline{0^d}$	1. à 4^h à $\underline{3^d}$	20. 24. } à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{10\frac{1}{3}}$	13. à 4^h à $\underline{19\frac{1}{2}}$
MAI.			
9. à 6^h à $\underline{3^d}$	9. à 5^h à $\underline{10\frac{3}{4}}$	2. à 6^h à $\underline{11\frac{1}{2}}$	13. à 4^h à $\underline{19\frac{1}{3}}$
JUIN.			
13. à 6^h à $\underline{8\frac{1}{2}}$	5. à 4^h à $\underline{15\frac{3}{4}}$	24. à 6^h à $\underline{15^d}$	23. à 4^h à $\underline{19\frac{1}{2}}$
JUILLET.			
3. à 6^h à $\underline{10\frac{1}{2}}$	1. à 2^h à $\underline{17^d}$	9. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{18^d}$	7. à 4^h à $\underline{28^d}$
AOUST.			
28. à 6^h à $\underline{9\frac{3}{4}}$	27. à 4^h à $\underline{14\frac{1}{2}}$	26. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{16\frac{2}{3}}$	7. à 5^h à $\underline{23\frac{1}{2}}$
SEPTEMBRE. *(a)*			
30. à 6^h à $\underline{2\frac{3}{4}}$	29. à 4^h à $\underline{10^d}$	19. à $6^h\frac{3}{4}$ à $\underline{14^d}$	24. à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{21\frac{1}{2}}$
OCTOBRE. *(b)*			
30. à 6^h à $\overline{0\frac{1}{2}}$	. . . .	10. à $6^h\frac{1}{2}$ à $\underline{12\frac{1}{2}}$	14. 15. } à $3^h\frac{1}{2}$ à $\underline{19\frac{3}{4}}$
NOVEMBRE.			
20. à 7^h à $\overline{2\frac{1}{2}}$	19. à 3^h à $\underline{2\frac{1}{3}}$	23. à 7^h à $\underline{8\frac{1}{2}}$	5. à 3^h à $\underline{13^d}$
DECEMBRE.			
20. à 7^h à $\overline{2\frac{3}{4}}$	18. à 3^h à $2\frac{1}{2}$	25. à 7^h à $\underline{9\frac{1}{3}}$	25. à 3^h à $\underline{12\frac{1}{3}}$

(a) J'étois alors à Reaumur en Poitou. *(b)* A Etampes.

Des

Des Tables telles que celles qui précédent, pour être exactement conſtruites, demanderoient un Obſervateur qui ſe fût entiérement dévoué au Thermometre, qui renonçât pour lui preſque à toute affaire & à tout plaiſir : non-ſeulement il faudroit habiter pendant des années entiéres le même endroit, il faudroit chaque jour ſe trouver réguliérement chés ſoi à 3 ou 4 heures après midi, pour obſerver le degré où eſt la liqueur; il faudroit que les obſervations du matin fuſſent faites toûjours vers le lever du Soleil. Mais quoique les obſervations des Tables précédentes n'ayent pas été faites réguliérement aux heures les plus convenables, elles fourniſſent pourtant des réſultats curieux.

Les années 1732 & 1733 n'ont pas été regardées en France, comme des années où la chaleur ait été exceſſive; nous en avons eu où la chaleur à Paris a été plus grande & a duré plus long-temps. Nous trouvons pourtant dans notre Table que le 24 Août 1732, la liqueur du Thermometre s'eſt élevée à Paris à 27 degrés $\frac{1}{3}$, & le 7 Juillet 1733 à 28 degrés. Près de quatorze mois d'obſervations faites entre les Tropiques, ne nous en fourniſſent aucune où la liqueur du Thermometre ait été par de-là 28 degrés, c'eſt même un terme où elle a monté rarement. Quand M. Coſſigny a paſſé la Ligne, la chaleur n'a fait monter au plus la liqueur de ſon Thermometre qu'à 26 degrés, & nous avons eu à Paris des étés où la liqueur s'eſt élevée à près de 30 degrés, & peut-être par de-là.

Je n'ai pourtant garde de vouloir conclurre de la comparaiſon de ces differentes obſervations, que les chaleurs que nous ſommes expoſés à ſouffrir à Paris dans certains jours d'été, ſont plus grandes que celles qu'éprouvent tous les pays ſitués entre les Tropiques & ſous la Ligne. Il y a grande apparence qu'en pleine terre, dans des endroits des grands continents, éloignés de la mer, la chaleur eſt plus conſidérable que dans des endroits de la mer ſemblablement ſitués, & même qu'elle ne l'eſt dans les Iſles d'une médiocre grandeur. Mais toûjours voyons-nous qu'on peut paſſer la Ligne, habiter

des pays ſitués entre les Tropiques, ſans courir riſque d'être expoſés à des chaleurs inſupportables.

Le vrai eſt pourtant que nous avons des reſſources contre la chaleur dans nos pays, qu'on n'a pas dans ceux qui ſont plus proches de la Ligne, & qu'on n'a pas dans un Vaiſſeau; nos maiſons nous les donnent. Comme la chaleur exceſſive ne dure ici, quelquefois, qu'un jour ou deux, & toûjours pendant peu de jours, l'intérieur des murs des maiſons n'a pas le temps de prendre le degré de chaud de l'air extérieur. Un Thermometre tenu dans des appartements où on n'a pas permis une trop libre entrée aux rayons du Soleil & à l'air extérieur, n'aura ſa liqueur élevée qu'à 18 ou à 19 degrés, pendant que la liqueur d'un ſemblable Thermometre mis en dehors de l'appartement, quoiqu'expoſé au Nord, ſe trouvera à 28 ou à 29 degrés. Auſſi y a-t-il des appartements qui dans les grandes chaleurs de l'été nous paroiſſent des eſpeces de glaciéres. Nous éprouvons même bien ſenſiblement que le chaud d'une ruë différe beaucoup de celui d'une autre ruë, lorſque nous paſſons d'une ruë large où les rayons du Soleil ont donné, dans une ruë étroite, formée par de hautes maiſons qui n'ont pas permis au Soleil d'y entrer; il nous paroît alors que nous paſſons de la Zone Torride dans une Zone tempérée. C'eſt cette expérience qui a déterminé à ne faire que des ruës très-étroites dans les plus grandes Villes des pays chauds, telles que le Caire. Ces Villes ne ſeroient pas habitables ſi leurs ruës étoient larges; les ruës & les maiſons s'échaufferoient trop. Il arrive cependant dans les pays chauds où la chaleur eſt de longue durée, qu'elle pénétre peu à peu les murs des maiſons, & qu'elle fait prendre aux pierres qui les compoſent, un degré de chaud approchant de celui de l'air extérieur. Il faut encore moins de temps pour échauffer les pieces de bois dont l'aſſemblage compoſe un Vaiſſeau.

Mais cette durée plus longue du chaud, met les habitans de la Zone Torride plus en état de le ſoûtenir; les fibres de leurs corps prennent inſenſiblement le degré de tenſion qui

y convient, & ce n'est pas tant le grand degré de chaud & le grand degré de froid qui nous sont insupportables, que les passages trop prompts par une grande suite de degrés de froid ou de chaud. Le degré de froid qui nous paroît léger en hiver, & même être produit par un air doux & tempéré, est pour nous un froid considérable dans une saison plus avancée. Dans notre climat nous sommes trop exposés à ces vicissitudes de chaud & de froid. Si on jette les yeux sur la Table des plus grands degrés de froid & de chaud qu'on a eu à Paris pendant les années 1732 & 1733, tant le soir que le matin, on verra qu'en 1732 le 24 Février, à $6^h \frac{1}{2}$ la liqueur étoit à 8 degrés $\frac{3}{4}$ au-dessus de la congélation, & qu'à pareille heure le 23 Août la liqueur n'étoit qu'à 8. Il faisoit donc plus froid le matin le 8 Août 1732, que le 24 Février au matin de la même année. On verra qu'en 1733, le 25 Décembre, la liqueur du Thermometre étoit à 7^h du matin à 9 degrés $\frac{1}{3}$ au-dessus de la congélation, pendant qu'elle n'étoit qu'à 8 degrés $\frac{1}{2}$ le 13 Juin de la même année à pareille heure. Si on parcourt ces Tables on verra beaucoup d'autres résultats singuliers. Il y a tel jour en été où la liqueur du Thermometre parcourt 12 à 13 degrés. M. Cossigny, qui avoit sur-tout en vûë de donner idée du chaud des climats où il s'est trouvé, n'a pas fait d'observations suivies sur l'état du Thermometre chaque matin; je l'ai prié de faire par la suite ces observations, & je puis promettre qu'il les fera. Mais dans ses lettres, il me marque que du soir au matin le Thermometre descend quelquefois de 4 degrés ; la liqueur fait là peu de chemin, en comparaison de celui qu'elle fait dans nos jours d'été.

Les jours qui sont marqués pour les plus froids par le Thermometre, ne sont pas toûjours ceux qui nous le paroissent. Tout le monde a éprouvé que les froids humides sont plus sensibles que les froids secs; lorsqu'on consulte le Thermometre, on voit que tel froid humide dont nous nous trouvons pénétrés, est souvent beaucoup moindre que le froid sec que nous supportions patiemment quelques jours auparavant. Nous ressentons d'autant plus de froid, que l'atmosphere

qui environne notre corps eſt plus éloignée du degré de chaleur de notre peau. C'eſt à notre peau & à ce qui s'en échappe à échauffer continuellement cette atmoſphere. Dans des temps ſecs, cette atmoſphere eſt de l'air; dans des temps humides, cet atmoſphere eſt de l'air chargé de vapeurs, ou ce qui eſt la même choſe, chargé d'eau. Alors nous avons donc de l'air & de l'eau à échauffer. Or les corps les plus denſes demandent plus de chaleur pour être échauffés; ſi l'eau eſt 800 fois plus denſe que l'air, il faut conſommer 800 fois plus de chaleur pour échauffer un certain volume d'eau que pour échauffer le même volume d'air; d'où on voit combien il nous en coûte davantage pour échauffer un air humide que pour échauffer un air ſec.

Il y a auſſi des jours en été où le Soleil eſt caché par des nuages, dont la chaleur nous paroît accablante, & que nous avons plus de peine à ſoûtenir que celle des jours plus chauds & plus brillants. Si ces chauds nous paroiſſent plus chauds qu'ils ne le ſont, ce n'eſt pas préciſément par la même cauſe qui nous fait porter quelquefois de faux jugements du froid de l'air que nous reſpirons; car nous ſommes incommodés par la chaleur de l'air extérieur dans des temps où l'atmoſphere de notre corps eſt plus chaude que ne l'eſt l'air que nous reſpirons. J'ai éprouvé quel étoit le degré de chaleur non-ſeulement de l'atmoſphere de mon corps, mais même quel étoit celui de ma peau aux environs de l'eſtomach, dans des jours d'hiver. J'ai mis auprès du feu un Thermometre qui n'avoit que 16 pouces de haut, & dont la marche étoit la même que celle des grands. Je l'y ai laiſſé juſqu'à ce que la liqueur fût montée à plus de 40 degrés; alors je l'ai fait paſſer au-deſſous de la robe de chambre, de la veſte, de la camiſole & de la chemiſe même, & j'ai appliqué la boule & le tube immédiatement contre ma peau. Je me ſuis bien renveloppé de mes vêtements, & j'ai par conſéquent bien recouvert le Thermometre; je l'ai quelquefois laiſſé en place plus d'une demi-heure, quand je l'en ai retiré, ſa liqueur a été ordinairement élevée à 31 ou à 31 degrés & demi. La

chaleur de la peau, & celle de l'atmosphere de tout homme ne sera pas la même; celle du même homme varie sans doute, mais ces variations ne peuvent pas aller loin, & la chaleur de l'air nous accable quoiqu'elle soit bien au-dessous de 31 degrés. Mais selon que les corpuscules qui s'échappent de notre corps par l'insensible transpiration, restent plus ou moins long-temps auprès de notre peau, notre propre atmosphere doit s'échauffer plus ou moins. Ces vapeurs de notre peau s'élévent plus lentement dans un air chargé lui-même de vapeurs. Il peut se faire aussi que l'air chargé de vapeurs, arrête une partie de notre transpiration, & que les corpuscules qui sont poussés contre notre peau, & qui n'en sortent alors que poussés avec plus de force, excitent sur notre peau un degré de chaleur qu'elle n'auroit pas, si ces corpuscules pouvoient être chassés en plus grande quantité par de moindres efforts.

Au reste, M. Cossigny ne s'est pas borné aux seules observations du Thermometre, il n'a négligé aucune de celles que l'Académie doit attendre d'un Correspondant également éclairé & attentif. J'aurai ailleurs occasion de rapporter plusieurs de celles qu'il m'a communiquées, mais je ne puis actuellement passer sous silence un fait qui a quelque rapport avec la constitution de l'air, & par lequel il terminoit une lettre écrite à l'Isle de Bourbon vers la fin de Décembre 1732: il me marquoit que toute l'Isle étoit alors attaquée de rhumes, semblables à ceux qui avoient épargné si peu de gens à Paris en 1729 & 1730. Nous n'avons pas encore oublié les rhumes qui, depuis la fin de 1732, & pendant les premiers mois de 1733, ont parcouru successivement toutes les parties de l'Europe, & qui y ont été une maladie épidémique, qui pourtant a été accompagnée de différents symptomes en différents pays, & à laquelle on a donné deux noms à Paris, ceux de *Follette* & d'*Allure*. Cette maladie regnoit déja à l'Isle de Bourbon, c'est-à-dire, au de-là de la ligne quand elle a commencé en ce pays. On a appris que les Equipages des vaisseaux qui revenoient des voyages de long

cours en ont été attaqués en pleine mer. Toutes ces Obſervations réunies, prouvent aſſés que cette maladie a eu pour cauſe une conſtitution particuliére à tout l'air qui nous environne, & qu'on ne doit point la chercher cette cauſe dans des brouillards qu'on a cru remarquer plus grands qu'à l'ordinaire dans quelques-uns des pays où elle a regné.

DU MOUVEMENT APPARENT DE L'ETOILE POLAIRE VERS LE POLE DU MONDE,

Et des Etoiles qui ont été ou peuvent être plus proche de ce pole ;

Avec des Réfléxions ſur la deſcription qu'Eudoxus a faite des Etoiles fixes, rapportée par Hipparque Bithynien.

Par M. MARALDI.

6 Mai 1733.

NOUS avons déterminé par pluſieurs obſervations du mois de Décembre de l'année 1732, la diſtance de l'Etoile polaire au pole de 2° 7′ 9″, & particuliérement par les obſervations du 19 de ce mois, car ayant obſervé le matin la plus petite hauteur méridienne de cette Etoile par un Quart-de-cercle de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, elle fut trouvée de 46° 43′ 20″, & on trouva le ſoir ſa plus grande hauteur méridienne par le même Quart-de-cercle de 50° 57′ 30″. Ce Quart-de-cercle baiſſoit de 40″ qu'il faut ajoûter aux hauteurs obſervées, & qu'on corrigera enſuite par la refraction; & on aura la plus grande hauteur véritable de l'Etoile polaire, de 50° 57′ 21″, & la plus petite hauteur de 46° 43′ 3″, dont la moitié de la différence, qui eſt de 2° 7′ 9″, eſt la diſtance de l'Etoile polaire au pole, qui étant ajoûtée à 46° 43′ 3″, donne la hauteur du pole de l'Obſervatoire de Paris

de 48° 50′ 12″, à deux secondes près de celle qu'on suppose ordinairement de 48° 50′ 10″.

Feu M. Cassini & le P. Riccioli observerent à Bologne en 1656 la distance de cette Etoile au pole de 2° 32′ 30″. Le détail de ces observations est rapporté par le P. Riccioli, au 7.me livre, chap. 15 de son Hydrographie.

La distance de l'Etoile polaire au pole est donc diminuée en 76 ans, intervalle entre nos observations & celles de M. Cassini & du P. Riccioli, de 25′ 20″, ce qui est à raison de 20″ par an.

Tycho Brahé avoit trouvé la même diminution annuelle par des observations immédiates, qui sont rapportées dans son premier livre des Progymnasmes, page 362.

Cette variation de la distance entre l'Etoile polaire & le pole du monde est si évidente, & si conforme aux observations du mouvement des autres Etoiles fixes, qu'il ne reste aucun lieu de douter, qu'elle n'ait été telle que nous venons de la déterminer. Elle paroît avoir été de même depuis 155 ans, ce qui est confirmé par la comparaison des observations de Tycho & les nôtres, entre lesquelles il y a un pareil intervalle de temps. Car si on compare la distance de l'Etoile polaire au pole, observée par Tycho l'année 1577 qui étoit de 2° 58′ 50″, à la distance observée en 1732, de 2° 7′ 9″, la différence qui est de 51′ 41″ étant divisée par 155, donne précisément 20″ pour le mouvement annuel de l'Etoile polaire vers le pole du monde pendant ce temps. Ce mouvement ne sera pas toûjours de la même quantité, il diminuëra à mesure que l'Etoile polaire approchera du commencement du Cancer, où ce mouvement sera imperceptible pendant plusieurs années.

Suivant les hypotheses du mouvement des Etoiles fixes, la distance de l'Etoile polaire au pole diminuëra encore pendant 362 années, après lesquelles elle sera le plus proche du pole qu'elle puisse être. Si elle n'étoit pas plus éloignée du pole de l'écliptique que l'est le pole du monde, elle auroit été se placer au pole même du monde, ainsi que quelques

Aſtronomes anciens l'ont cru devoir arriver ; mais comme elle eſt éloignée du pole de l'écliptique de $26' \frac{1}{2}$, plus que ne l'eſt le pole du monde, elle ne peut s'approcher plus près de ce pole que de $26' \frac{1}{2}$, pourvû que la diſtance entre ces deux poles & la latitude de cette Etoile ne change point.

Si Scaliger avoit été exercé dans ces ſortes d'obſervations, il n'auroit pas nié ſi hardiment ce mouvement de l'Etoile polaire, & des autres Etoiles fixes vers le pole du monde, ni inſulté à tous les Aſtronomes qui le ſoûtiennent, comme il dit *, par une fureur opiniâtre, pour ne vouloir pas deſapprendre dans leur vieilleſſe, ce qu'ils ont appris étant jeunes, en ſouſcrivant, par une ignorance ſotte & puérile, à Ptolémée, à Hipparque, & aux autres Aſtronomes ; mais il auroit été obligé d'avouer ce mouvement, parce que les obſervations de diverſes années faites avec une grande exactitude, & comparées enſemble, le montrent évidemment. Il eſt tombé dans cette erreur, parce qu'il étoit perſuadé que cette Etoile qui eſt à l'extrémité de la queuë de la petite Ourſe, qui eſt préſentement la polaire, comme la plus proche du pole du monde, avoit toûjours été la plus boréale de cette conſtellation *. Il croyoit être bien fondé ſur ce qu'Eudoxus qui vivoit trois ſiecles avant J. C. & quelques Commentateurs d'Aratus appellent une certaine Etoile le *pole du monde.* Mais aucun des Auteurs que j'ai lûs ne dit que cette Etoile fût à l'extrémité de la queuë de la petite Ourſe. Eudoxus ne dit ſeulement pas en quelle conſtellation étoit cette Etoile. Hyginus rapporte ſeulement que c'eſt une de la queuë de la petite Ourſe, ſans la déterminer plus préciſément. Le P. Petau, qui a repris très-ſçavamment l'erreur de Scaliger, a fait voir que la derniére Etoile de la queuë de la petite Ourſe qui eſt préſentement la polaire, étoit au temps d'Eudoxus, la plus éloignée du pole, & que la plus proche étoit une de l'épaule, qu'il appelle *ſuperior præcedentium in laterculo,* & que je crois être celle qui eſt marquée *β* par Bayer, qui eſt de la ſeconde grandeur.

* *Diatriba, pag. 31.*

* *De Emendatione Temporum, p. 266.*

Mais j'ai remarqué qu'en ce même temps la pénultiéme de

de la queuë du Dragon, marquée κ par Bayer, & qui est de la quatriéme grandeur, en étoit encore plus proche que les Etoiles de la constellation de la petite Ourse, & qu'ainsi on peut avoir pris diverses Etoiles pour la polaire, & en d'autres constellations. Il est vrai qu'il y a long-temps qu'on l'a prise dans la constellation de la petite Ourse. M. Cassini a remarqué dans sa Dissertation de l'origine & du progrès de l'Astronomie, que les Phéniciens se servoient des Etoiles de cette constellation, pour se conduire dans les longs voyages sur mer, & que Thalès Astronome du 7.me siecle avant J. C. ayant passé de Phénicie en Gréce, apprit aux Grecs à connoître la constellation de la petite Ourse, & à s'en servir dans la Navigation; mais il est probable qu'on s'est aussi servi des Etoiles des autres constellations, pour marquer le pole boréal du monde, & je ne doute pas qu'on ne s'en serve encore dans la suite, car il y a un grand nombre d'Etoiles propres pour cet effet. Voici les plus remarquables dans l'ordre qu'elles approchent du pole :

DANS LA CONSTELLATION de Céphée.

In summitate vestis prope polarem.
γ *in femore dextro.*
π *apud Cotylam dextram.*
ϛ *sub cingulo ad sinistrum latus.*
ξ *ad humeri dextri summitatem.*
ν *in cervice.*

DANS LA CONSTELLATION du Cygne.

ο *duæ in pede dextro.*
θ *in vola alæ dextræ.*
δ *in cubito apud alam dextram.*

DANS LA CONSTELLATION d'Hercule.

ι *in ima dextræ suræ parte.*
τ *juxta genu sinistrum.*
υ *in sura præcedens.*

DANS LA CONSTELLATION du Dragon.

θ *ultimum caudæ tortum præcedens.*
ι *versus occasum ad ultimum caudæ.*
α *antepenultimam caudæ sequens.*
κ *penultima caudæ.*

DANS LA CONSTELLATION de la petite Ourse.

ϐ *in sequenti latere Australior Kochab.*
ζ *in latere præcedente quadranguli.*
ε *in eductione caudæ.*

L'antépénultiéme de la queuë du Dragon marquée α par

Bayer, & qui eſt de la 3me grandeur, eſt celle de toutes ces Etoiles qui peut le plus s'approcher du pole du monde.

La longitude de cette Etoile eſt de 5ſ 3° 39′, & elle a une latitude de 66° 21′, & comme ſuivant les éléments de la Sphere, les Etoiles ſeptentrionales ſont à leur moindre diſtance du pole, lorſque leur longitude eſt préciſément de 3 ſignes, c'eſt-à-dire, lorſqu'elles ſont au commencement de Cancer où ſe rapporte notre pole; cette Etoile aura paru être au pole du monde à 10 minutes près il y a 4060 ans, c'eſt-à-dire, 2358 ans avant J. C. & ſi de ce temps il y avoit eu des Obſervateurs capables de déterminer ſa ſituation, ç'auroit été de leur tradition qu'Eudoxus auroit pu apprendre qu'il y avoit une Etoile qui ſervoit de pole du monde.

Car nous croyons que la deſcription qu'Eudoxus a faite des Etoiles fixes, a été tirée des obſervations anciennes faites en divers temps, & en divers lieux, & qu'il a rapporté ſans faire aucune diſtinction de temps & de lieux, ce qui ne ſembloit pas néceſſaire, quand on ne ſe doutoit pas encore que les Etoiles fixes euſſent aucun mouvement vers les poles du monde.

Si cette Etoile a toûjours été de la grandeur qu'elle paroît aujourd'hui, elle aura paſſé pour la polaire encore mille ans après ſa moindre diſtance au pole ; car elle n'aura été éloignée de ce pole que de 5° 42′, & il n'y avoit avant ce temps aucune autre Etoile de cette grandeur plus proche du pole; mais il eſt incertain ſi elle a toûjours été de la même grandeur, car on ne la trouve point dans le catalogue de Ptolémée, & comme il y a des Etoiles qui augmentent & diminuent ſenſiblement d'un temps à l'autre, celle-ci pourroit être une de celles qui ſont ſujettes à cette variation de grandeur apparente, & être la même que celle qui eſt marquée dans le même catalogue de la quatriéme grandeur, dont la latitude eſt de 65° 30′ moindre de 50′ que celle de notre Etoile, ce qu'on pourroit attribuer cependant aux défauts des obſervations de Ptolémée, qui n'étoit pas fourni d'inſtruments auſſi exacts que les modernes. La longitude de cette Etoile conviendroit aſſés bien avec la longitude de la nôtre,

car Ptolémée la met au commencement de l'empire d'Antonin à 11° 10′ du ſigne du Lion, au lieu qu'elle eſt préſentement à 3° 39′ de la Vierge. La différence eſt de 22° 29′ que les Etoiles fixes font en 1580 ans, qui eſt à peu près l'intervalle entre nos obſervations & celles de Ptolémée. Cette conjecture nous paroît d'autant plus vrai-ſemblable, qu'il n'y a point en cet endroit du ciel d'autre Etoile qui ne ſoit éloignée de celle-ci de 3 degrés. On ne la ſçauroit prendre par conſéquent pour une autre, ſans lui attribuer un mouvement fort différent de celui qui s'obſerve dans les autres Etoiles fixes, joint qu'il n'y a pas dans le catalogue de Ptolémée d'autre Etoile dont la latitude approche plus de celle que cette Etoile a préſentement : il y a donc toute apparence que l'Etoile du Dragon eſt la même que celle qui eſt dans le catalogue de Ptolémée, dont la longitude étoit de 4ſ 11° 10′, & la latitude de 65° 30′.

Mais quoi qu'il en ſoit, elle n'étoit pas au temps d'Eudoxus à ſa moindre diſtance du pole, & il n'y a aucune Etoile remarquable de la conſtellation de la petite Ourſe, qui n'en fût éloignée de 7 degrés. Nous ne voyons pas d'où cet Auteur a tiré qu'il y avoit une Etoile au pole du monde, & nous ne pouvons pas attribuer cette mépriſe à la groſſiéreté de ſes obſervations, car s'il avoit dirigé ſeulement un inſtrument quelconque à l'Etoile polaire, & qu'il eût laiſſé cet inſtrument immobile pendant quelque temps, il ſe ſeroit apperçû du mouvement de cette Etoile. Il y a pluſieurs raiſons qui nous perſuadent que les deſcriptions qu'Eudoxus a faites des Etoiles fixes, & rapportées par Hipparque Bithynien, ne ſont pas tirées de ſes obſervations immédiates, mais qu'elles ont été copiées d'autres deſcriptions beaucoup plus anciennes, faites quand les Etoiles ſe rapportoient aux cercles de la Sphere, d'une maniére fort différente de celles qu'elles avoient au temps d'Eudoxus, qui ne ſçachant pas que les Etoiles fixes changent de poſition à l'égard de ces cercles par la ſuite des temps, ſuppoſoit qu'elles fuſſent de ſon temps aux mêmes places où elles avoient été obſervées anciennement.

Diog. Laerce. Eudoxus n'a pas vêcu long-temps, & il étoit pauvre, & par conséquent il n'a pas eu le temps ni la commodité de faire toutes les observations nécessaires pour faire une description exacte des Etoiles fixes. En effet, en examinant la situation des constellations décrites par Eudoxus, & les comparant à l'état où elles se trouvent présentement, il en résulte un mouvement bien différent de celui qu'on conclut des observations de Ptolémée ; d'ailleurs, les observations des anciens Astronomes avant Ptolémée étoient très-imparfaites. Ils comparoient, il est vrai, les Etoiles fixes à l'Equinoxial, aux Tropiques, aux Colures, & aux Cercles arctique & antarctique, qui rasoient l'horison du lieu de l'Observateur, mais on ne marquoit que grossiérement les constellations par où ces cercles passoient.

Hipparque Bithynien, en examinant les constellations coupées par ces cercles, suivant Eudoxus, & les comparant à l'état où elles se trouvoient de son temps, fait voir qu'ordinairement les situations d'Eudoxus sont fort éloignées de celles qui s'observoient alors, ce qu'il attribua à erreur d'Eudoxus. On n'avoit pas encore la connoissance de la variation qui arrive dans la suite des temps aux Etoiles fixes. Hipparque Rhodien a été le premier qui s'en est apperçu, & apparemment cette connoissance n'étoit pas encore passée à Hipparque Bithynien, car s'il avoit eu cette connoissance, il auroit trouvé que les Etoiles peuvent avoir eu anciennement la situation qu'Eudoxus leur attribuoit, & il auroit pu conclurre que les descriptions d'Eudoxus avoient été tirées des observations des anciens Astronomes. Il ne nous est pas permis de penser autrement. La grande antiquité seule que nous sommes obligés d'attribuer aux observations sur lesquelles Eudoxus a fait la description des constellations, nous pourroit faire changer de sentiment, si nous n'étions pas sûrs qu'on a observé le ciel de tout temps; car il paroît par la situation que les constellations ont présentement, comparée à celle qui est rapportée par Eudoxus, que ces observations ont dû être faites 12 siecles environ avant J. C. ce qu'il nous est facile de prouver, du moins des observations des constellations, qui, suivant Eudoxus,

étoient coupées par les colures; car cette position est l'époque la plus réguliére qu'on puisse assigner au mouvement des Etoiles fixes, qui, suivant les observations, se fait par des cercles paralleles à l'écliptique auxquels ces colures sont perpendiculaires. C'est pourquoi les Etoiles qui se rencontrent sur ces colures ont toutes la même longitude, ce qui n'arrive pas aux autres cercles auxquels Eudoxus & les Astronomes qui l'ont précédé, ont comparé les Etoiles fixes.

Eudoxus & Aratus rapportant par ordre les constellations par lesquelles passoit le colure des Solstices, remarquent qu'il passoit par le milieu de la grande Ourse, par le milieu du Cancer, par le col de l'Hydre, & qu'il coupoit le navire entre la pouppe & le mât; que de l'autre côté il passoit par la queuë du poisson Austral, par le milieu du Capricorne & de la Fleche, par le col du Cygne & par son aîle droite, par la main gauche de Céphée, par le repli du Serpent, & le long de la queuë de la petite Ourse. Nous avons examiné cette trace sur le globe, un même cercle de latitude passe par toutes ces constellations, excepté par la queuë de la petite Ourse qui en est beaucoup éloignée, ce qui nous fait croire qu'il y a une erreur dans le rapport d'Eudoxus, comme l'avoit remarqué Hipparque Bithynien; nous avons trouvé que ce cercle coupe l'Ecliptique vers le 10.me degré du Lion & du Verseau, au lieu que, suivant Eudoxus, il passoit par les points des Solstices, qui sont le commencement des signes du Cancer & du Capricorne; ainsi la situation de ces constellations est éloignée présentement de celle où elle a été observée anciennement, d'environ 40 degrés, que les Etoiles fixes ne parcourent qu'en 29 siecles; donc cette situation des Etoiles fixes, rapportée par Eudoxus, a dû être observée environ 12 siecles avant l'époque de J. C. c'est-à-dire 9 siecles avant cet Auteur, ce qui fait connoître la grande antiquité de l'invention de ces mêmes Figures que nous décrivons encore présentement dans le globe céleste.

NOUVELLE MANIÉRE D'OBSERVER EN MER LA DÉCLINAISON DE L'AIGUILLE AIMANTÉE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

14 Novemb. 1733.

ON ſçait aſſés combien il eſt important de connoître en Mer la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, que les Marins nomment *la Variation*. Si elle eſt tout-à-fait inconnuë, la Bouſſole, ce flambeau de la Navigation moderne, ne ſervira qu'à nous tromper plus ſûrement; ſi elle n'eſt connuë qu'imparfaitement, on ne tirera pas de la Bouſſole tout le ſecours qu'on en doit attendre. C'eſt le défaut de cette connoiſſance exacte qui, au jugement de la Societé Royale de Londres, a cauſé le naufrage d'une Eſcadre Angloiſe qui ſe perdit ſur les Côtes méridionales d'Angleterre; ce n'eſt probablement pas le ſeul accident qui ait eu la même cauſe, auſſi l'on a toûjours regardé cet objet comme une des parties les plus eſſentielles de la navigation. C'eſt, ſans doute, ce qui a déterminé l'Académie à propoſer pour ſujet du Prix de 1731, *la meilleure maniére d'obſerver en Mer la Déclinaiſon de l'Aiguille aimantée.* Ce Prix a donné occaſion à pluſieurs Ouvrages pleins de réfléxions, de recherches, d'inventions même auſſi utiles qu'ingénieuſes, & je n'ai garde de prétendre que ce que j'oſe propoſer aujourd'hui diminuë en rien le mérite de ce qui a paru d'excellent ſur cette matiére. L'avantage que j'ai eû de faire en 1731 le voyage des Côtes de Barbarie & du Levant, ſur les Vaiſſeaux du Roi, m'ayant mis à portée de reconnoître, par moi-même, les défauts de l'Inſtrument dont on ſe ſert communément pour obſerver la déclinaiſon de l'Aiguille, & les inconvénients de la pratique ordinaire, j'ai cherché les moyens d'y remedier; c'eſt même moins un nouvel inſtrument que je propoſe, qu'un changement qui me paroît propre

à perfectionner l'ancien, en le rendant plus exact, & d'un usage plus sûr & plus commode, par un moyen assés simple auquel je ne sçache pas qu'on ait encore pensé.

Le Compas de Variation, c'est ainsi que les Marins nomment l'Instrument dont ils se servent pour observer en Mer la déclinaison de l'Aiguille, est une Boussole qui a la circonférence de sa rose divisée en degrés; aux deux côtés opposés de sa boîte *AL, DI*, il y a deux pinnules, un fil *AD*, tendu horisontalement d'une pinnule à l'autre, passe au-dessus du centre *B* de la rose *FGP*, qu'il partage en deux également. Plus ordinairement au lieu de pinnules, ce sont deux petites fenêtres vitrées pour empêcher le vent d'agiter la rose, & sur lesquelles retombent verticalement les deux extrémités *AC, DE*, du fil horisontal, qui tiennent lieu de pinnules. Fig. 1. & 2.

Pour connoître avec cet Instrument la variation, au lever ou au coucher du Soleil, l'Observateur est attentif au moment où le disque de cet astre à l'horison est partagé également par les deux fils verticaux *AC, DE*, vûs l'un par l'autre, & dans le même instant un autre regarde à quel degré de la circonférence de la Boussole répond le fil horisontal, ou quel angle ce même fil fait avec la ligne Est & Ouest de la Boussole; par ce moyen on a l'amplitude de l'Astre, c'est-à-dire, qu'on sçait à combien de degrés de l'Est ou de l'Ouest de la Boussole, il paroît se lever ou se coucher. Cette amplitude que donne l'observation peut être nommée apparente ou magnétique, pour la distinguer de la vraye amplitude que donnent les Tables astronomiques. S'il n'y avoit point de variation, il est clair que l'amplitude vraye ou calculée seroit la même que l'amplitude observée ou magnétique. La différence de ces deux amplitudes donne la quantité de la variation.

Je n'entrerai point ici dans le détail des divers défauts qu'on reproche au Compas de Variation ordinaire, on peut voir ce qu'en ont dit M. de Radouay dans ses Remarques sur la Navigation, & les Mémoires imprimés de M.[rs] Bouguer & Meynier, sur le sujet du Prix de l'Académie de 1731. Je

Remarques sur la Navigation, 1727.

me contenterai d'obſerver qu'outre les défauts auxquels on peut remédier par le choix des matiéres qui compoſent cet inſtrument, & par les précautions indiquées par ces Auteurs pour le rendre auſſi parfait qu'il eſt poſſible dans ſon état preſent, il y reſte toûjours deux très-grands inconvenients qui ſont inévitables, étant une ſuite néceſſaire de ſa conſtruction actuelle; le premier eſt qu'il faut néceſſairement deux Obſervateurs, l'un pour viſer à l'aſtre par les pinnules ou les fils verticaux, & l'autre pour remarquer à quel degré de la circonférence de la Bouſſole répond le fil horiſontal dans le moment où l'aſtre eſt vû par les fils verticaux. Le mouvement du Vaiſſeau rend cette derniére obſervation ſur-tout très-délicate, par la difficulté qu'il y a que les deux Obſervateurs s'accordent bien parfaitement; car il ne ſuffit pas que chaque obſervation inſtantanée ſoit juſte en elle-même, ſi elles ne ſont pas exactement contemporaines. L'autre inconvénient eſt que le Compas de Variation en l'état préſent n'eſt preſque d'aucun uſage que pour le lever ou pour le coucher du Soleil, & il n'arrive que trop ſouvent, même dans les plus beaux jours, qu'on le perd de vûë dans les nuages & les vapeurs quand il approche de l'horiſon, quoiqu'il ait paru pendant le jour dans tout ſon éclat; en ſorte qu'il ſe paſſe quelquefois dans la plus belle ſaiſon de l'année pluſieurs jours de ſuite pendant leſquels un Vaiſſeau peut faire pluſieurs centaines de lieuës, & ſe trouver en des parages où la variation eſt fort différente, ſans qu'on puiſſe voir diſtinctement le lever ou le coucher du Soleil. Quant à la difficulté d'obſerver exactement avec le compas ordinaire lorſque l'aſtre eſt élevé ſur l'horiſon, on peut voir dans le Mémoire déja cité de M. Bouguer, combien cette méthode eſt défectueuſe, & ce détail ſeroit ici ſuperflu.

Méthode d'obſerver en Mer la déclinaiſon de la Bouſſole, par M. Bouguer, p. 11. & 12.

J'ai eu pour but de prévenir ces deux inconvénients dans la nouvelle conſtruction que je propoſe. Quant au premier, qui eſt celui des deux Obſervateurs, en voyant opérer ſuivant la pratique ordinaire, je m'étois ſouvent étonné qu'on ne ſe fût pas ſervi de l'ombre d'un Stile vertical placé au centre de

de la Bouſſole, pour connoître ſur ſa circonférence le degré de l'horiſon où le Soleil ſe leve & où il ſe couche. Cette idée me paroiſſoit fort ſimple, & la premiére qui auroit dû ſe préſenter; en y regardant de plus près, j'ai reconnu que pluſieurs obſtacles s'y oppoſoient, & avec un peu plus de réflexion, je crois avoir trouvé les moyens de les lever.

La premiére difficulté étoit que l'ombre d'un ſtile vertical ſur un plan horiſontal, s'allongeant à meſure que le Soleil baiſſe, s'évanouit & diſparoît enfin quand cet aſtre eſt à l'horiſon, qui eſt le moment préciſément où elle devient néceſſaire pour l'obſervation; il eſt vrai que cette ombre qui diſparoît alors ſur un plan horiſontal, conſerveroit toute ſa netteté ſur un plan vertical & parallele au ſtile, tel que les parois verticales de la boîte extérieure de la Bouſſole, mais les mouvements de la boîte étant indépendants de ceux de l'Aiguille, l'ombre du ſtile dans les divers mouvements du Vaiſſeau, changeroit de place ſur le côté de la boîte. On ne peut donc tirer du plan vertical aucune utilité, à moins que de lui faire ſuivre tous les mouvements de la roſe, en le rendant adhérent à ſa circonférence. De nouveaux obſtacles s'y oppoſoient, la crainte de trop charger la roſe, la difficulté de lui conſerver ſon équilibre, qui n'eſt maintenu que par l'excès de la hauteur de la chape ſur le plan de la roſe, à quoi le plan vertical porté par la roſe mettroit un nouvel obſtacle, & ce qui rend encore cet inconvenient plus grand, la néceſſité de baiſſer la chape, pour que l'ombre du ſtile puiſſe marquer le plus près du pied qu'il eſt poſſible, enfin l'ombre que jetteroit ce plan vertical qui empêcheroit de voir l'ombre du ſtile; ce ſont les principales difficultés que j'ai eu à combattre, & auxquelles j'ai tenté de remédier par différentes voyes.

Voici la conſtruction de l'Inſtrument à laquelle je me ſuis arrêté, quoyque je ne doute pas qu'il ne ſoit ſuſceptible d'une plus grande perfection.

Je prends un Compas de Variation ordinaire, je diminuë la hauteur de ſa chape *PG*, autant qu'il eſt poſſible, en Fig. 3.

conſervant l'équilibre de la roſe ſur ſon pivot, mais en ſorte que la chape n'excéde le plan de la roſe que d'une ligne, s'il ſe peut, ou au plus une ligne & demie. Au ſommet de cette chape je fais enter ou ſouder un fil de cuivre délié *CI*, de la hauteur du demi-diametre de la Bouſſole; ce fil deſtiné à ſervir de ſtile, doit être perpendiculaire au plan de la roſe. Je colle au bord de ce plan depuis le Nord *N* de l'Aiguille juſqu'au Sud *S*, ſur la moitié *NES* de la circonférence, un rebord de papier *Nn*, *Ss*, diſpoſé verticalement, en ſorte qu'il déborde la ſurface ſupérieure du plan de la roſe de deux à trois lignes de hauteur. J'en colle un autre *NRST* ſur l'autre demi-circonférence *NOS*, auſſi verticalement au niveau du plan de la roſe par le deſſus, mais qui excédera ſa ſurface inférieure d'une pareille quantité de deux à trois lignes. Ces deux rebords ſeront diviſés en degrés correſpondants à ceux de la circonférence de la roſe. En cet état, je la place ſur ſon
Fig. 4. pivot & dans ſa boîte *ABCD*, j'ôte le verre-plan *NQMR*, (*Fig. 1.*) du compas ordinaire, auſſi-bien que les fils tant l'horiſontal *AD*, que les verticaux *AC*, *DE*. A la place de ce verre-plan, je couvre ma Bouſſole d'un demi-globe *AGH* (*Fig. 4.*) de verre ou de criſtal, ſous lequel le ſtile perpendiculaire ne ſoit point gêné. Telle eſt la conſtruction de l'Inſtrument propoſé.

L'ombre du ſtile vertical qui s'efface ſur un plan horiſontal à meſure que le Soleil baiſſe, paroît très-diſtinctement, même aux moments du lever & du coucher, ſur le rebord vertical parallele au ſtile & diſpoſé exprès pour la recevoir. D'ailleurs ce rebord adhérent à la roſe en ſuit tous les mouvements, ou plûtôt demeure immobile avec elle quand une fois elle eſt dirigée. Si le rebord eût occupé la circonférence entiére de la ſurface ſupérieure de la roſe, outre que l'équilibre eût été difficile à conſerver par les raiſons alléguées; un côté du rebord eût fait ombre à l'autre, & empêché de voir celle du ſtile au moment de l'obſervation. Il eſt vrai qu'on pouvoit y remédier par le moyen de deux Bouſſoles; dont chacune eût eu ſa demi-circonférence garnie d'un rebord

vertical, l'une du côté de l'Orient pour obſerver le ſoir, l'autre du côté de l'Occident pour obſerver le matin; ç'a été ma premiére idée, mais outre que c'eût été faire deux Bouſſoles au lieu d'une, leur roſe eût été plus chargée d'un côté que de l'autre, & il eût fallu employer quelqu'induſtrie pour ſervir de contre-poids au côté le plus léger. On a prévenu à la fois l'un & l'autre inconvénient, en partageant le rebord vertical en deux demi-circonférences, l'une ſupérieure au plan de la roſe, où l'ombre du Soleil tombera le ſoir; l'autre inférieure qui recevra au Soleil levant l'ombre du pivot placé dans le prolongement du ſtile; ce qui n'exige qu'un ſeul inſtrument, & ſert en même temps à maintenir l'équilibre, une demi-circonférence ſervant de contre-poids à l'autre, comme on le voit par expérience dans la Bouſſole que j'ai fait conſtruire ſur ce principe. L'expérience prouve pareillement que ce rebord ne charge point trop la roſe, & ne rend pas l'Aiguille pareſſeuſe. D'ailleurs, on peut rendre la roſe plus légére & moins ſujette à ſe déformer par l'humidité, en la faiſant d'une feuille de talc entre deux papiers, au lieu de carton; les Anglois ſont dans cet uſage. On peut encore, ſi l'on veut, diminuer le poids de la roſe, en l'évuidant dans ſon milieu, par le retranchement d'un côté concentrique *BDHE (Fig. 4.)*, & ne lui laiſſant qu'une couronne *BN, ED, FS, HO* plus ou moins grande, qui en ſera d'autant plus aiſée à être gouvernée par l'Aiguille *NS*, & ceci aura encore une autre utilité, en ce que ſans baiſſer l'œil au-deſſous du niveau du plan de la roſe, pour voir l'ombre ſur le rebord inférieur, on pourra l'avoir au-deſſus par l'ouverture du cercle évuidé. On peut même, pour plus de commodité, diſpoſer pour cet effet au-deſſous de la roſe, une glace de miroir parallelement au plan de la roſe, cette glace ſera percée en ſon centre pour laiſſer paſſer le ſtile, ainſi que je l'ai fait exécuter dans mon modele; & elle ſervira non-ſeulement à reflêchir l'image du rebord inférieur de la roſe, pour y voir l'ombre plus commodément, mais encore à vérifier l'inſtrument, en ce que, par le moyen de la glace, on pourra juger ſi le ſtile eſt bien

perpendiculaire, ce qu'on connoîtra quand ſon image dans la glace paroîtra dans l'alignement du ſtile prolongé, faute de quoi, & pour peu que le ſtile ne ſoit pas bien perpendiculaire à la glace, l'image du ſtile paroîtra faire avec lui un angle très-ſenſible à la vûë.

Il eſt évident qu'un inſtrument ainſi conſtruit ne demande qu'un Obſervateur. On y voit d'un coup d'œil à quel degré de l'horiſon le Soleil ſe leve ou ſe couche, par l'ombre du ſtile ſur le rebord vertical, comme on voit l'heure à un cadran. Le Vaiſſeau pendant ce temps peut virer & préſenter ſucceſſivement ſes diverſes parties au Soleil, l'Aiguille de la Bouſſole, ſi elle eſt bien libre ſur ſon pivot, conſervera pendant ce temps la même direction, & le rebord vertical ne faiſant qu'un tout avec la roſe, l'ombre marquera toûjours le même degré ſur le rebord. C'eſt le premier avantage de la nouvelle conſtruction.

Le ſecond conſiſte en ce que l'on peut obſerver la variation à toutes les heures, à moins que le Soleil ne ſoit au Zénith (moment unique, & pour lequel toutes les méthodes ſe trouvent en défaut), le reſte du temps l'obſervation ſe peut faire avec la même commodité que ſi le Soleil étoit à l'horiſon, & avec bien plus de juſteſſe qu'avec les compas ordinaires, puiſque les ſources inévitables d'une erreur de 5 & 6 degrés, cauſées par la proximité néceſſaire du fil horiſontal & de la chape, que M. Bouguer a démontrées *, ne ſe trouvent plus dans la nouvelle conſtruction, où le ſtile une fois bien fixe au centre de la roſe, indiquera par le degré que l'ombre marquera ſur la circonférence de la roſe, l'azimuth actuel du Soleil. J'entends l'azimuth apparent ou magnétique, dont la différence à l'azimuth vrai donnera la quantité de la variation.

* *Ibid. p. 11. & 12.*

Il eſt vrai que la méthode ordinaire pour trouver l'azimuth vrai, ſuppoſe la hauteur de l'aſtre & la latitude du lieu connuës, & que le calcul en eſt long & difficile, mais ce point eſt abſolument étranger à mon objet, & cet inconvénient eſt commun à toutes les maniéres d'obſerver la variation.

D'ailleurs, M. Bouguer dans ſon Mémoire donne les moyens d'abréger, & en quelques cas de ſe paſſer du calcul de l'azimuth vrai.

Il eſt vrai auſſi qu'il y a une autre méthode pour obſerver la variation avec le compas ordinaire, le Soleil étant élevé ſur l'horiſon, ſans ſe ſervir de l'ombre du fil horiſontal, par le moyen d'un ſtile à plomb ſur le bord de la boîte : cette méthode eſt exempte de l'erreur dont on vient de parler, mais outre quelques inconvenients particuliers, elle retombe dans celui d'exiger deux Obſervateurs, dont le nouveau Compas eſt affranchi. Ainſi il conſerve même dans ce cas ſon avantage.

A meſure que le Soleil monte ſur l'horiſon, l'ombre du ſtile ſe raccourcit, & pourroit à la fin tomber au dedans de l'eſpace circulaire *BD, FH* retranché au milieu de la roſe, c'eſt pourquoi il faut prendre la précaution de tenir le rayon *PE* du cercle évuidé, plus court que l'ombre du ſtile à la plus grande hauteur du Soleil dans le parage où l'on navige. On ſe procurera, par ce moyen, la facilité de pouvoir obſerver la variation même à midi; mais tout le reſte étant égal, il eſt clair que plus l'ombre du ſtile approche de la circonférence de la roſe, plus l'obſervation ſera exacte. Ainſi midi ſera toûjours le moment le moins favorable quand le Soleil aura plus de 45 degrés de hauteur.

On objectera peut-être que dans la nouvelle conſtruction, l'obſervation ne ſe faiſant que par le moyen de l'ombre du ſtile, l'uſage de l'inſtrument eſt borné au Soleil ſeulement, au lieu qu'avec l'ancien on peut connoître la variation par le moyen des autres Aſtres. A cela je réponds, premiérement, que cette objection ne regarde pas du moins la Lune, puiſqu'on peut à ſa lueur diſtinguer l'ombre du ſtile, ſur-tout ſur un papier blanc, tel que le rebord vertical. Quant aux autres Planetes, & aux Etoiles fixes, c'eſt ou à l'horiſon, ou quand ces Aſtres ont quelque hauteur, qu'on ſuppoſe que l'obſervation ſe peut faire avec le Compas ordinaire. Au premier cas, il eſt ſi rare qu'on ne perde pas de vûë une Etoile ou une

Planete dans les vapeurs de l'horiſon, que ce point n'eſt preſque d'aucune conſéquence. En ſecond lieu, ſi l'on ſuppoſe l'Aſtre élevé ſur l'horiſon, l'obſervation, toute défectueuſe qu'elle eſt, ne ſe peut faire avec l'inſtrument ordinaire, que par le concours & le concert de deux Obſervateurs; adjoûtés-y pour le cas préſent, qu'il faut qu'un des deux bornoye l'horiſon, ce qui eſt très-peu ſûr la nuit, & preſque toûjours impraticable.

Je ne parle point des Tables de Déclinaiſon de toutes les Planetes, & pour tous les jours de l'année, qui deviendroient néceſſaires pour trouver la variation par l'obſervation des Planetes; ce qui ſuppoſeroit une connoiſſance de la Théorie de tous leurs mouvements, plus exacte que nous ne l'avons, du moins à l'égard de la Lune. Toutes ces difficultés raſſemblées font, & cette raiſon eſt déciſive, qu'il eſt très-rare, pour ne point dire qu'il n'eſt point du tout d'uſage, d'obſerver la variation autrement que par le Soleil. Du moins ce n'eſt qu'à ſon défaut, & très-rarement, qu'on a recours aux Etoiles. Et comme il ſuffit déſormais, pour faire uſage utilement de l'inſtrument, que le Soleil ſe montre ſeulement une fois dans la journée, la facilité que donne la nouvelle conſtruction d'obſerver à toutes les heures du jour, eſt plus que ſuffiſante pour dédommager du défaut d'obſervation des autres Aſtres, quand on y perdroit réellement quelque choſe.

Je finis par une réfléxion propre à donner au nouveau Compas encore plus de ſimplicité dans ſa conſtruction. On a vû par ce qui précéde, que le rebord vertical n'a été adjoûté ſur la circonférence du plan de la Bouſſole, que pour recevoir ſur ce bord l'ombre du ſtile, au moment où le Soleil eſt à l'horiſon, temps auquel cette ombre devient imperceptible ſur un plan horiſontal. Et comme ce moment eſt celui de l'obſervation de la variation, telle qu'elle eſt communément pratiquée par les Marins, nous n'avons pas voulu priver notre inſtrument de l'uſage le plus ordinaire des autres Compas de Variations; mais ſi l'on fait attention que lorſque le Soleil paroît être à l'horiſon, il eſt réellement au-deſſous, & qu'il

eſt plus à propos, pour corriger l'erreur de la refraction, ainſi que M. Bouguer l'a démontré dans l'ouvrage déja cité, de prendre pour faire l'obſervation, le moment où le Soleil eſt dans l'horiſon rationnel, ou environ un demi-degré au-deſſus de l'horiſon ſenſible, que d'apporter quelques modifications aux tables d'amplitudes, on n'aura plus beſoin du rebord vertical, puiſque lorſque le rebord inférieur du diſque du Soleil paroît élevé au-deſſus de l'horiſon d'environ un demi-diametre, ce qui eſt à peu-près le temps où le centre eſt dans l'horiſon rationnel, cette hauteur eſt ſuffiſante pour que l'ombre du ſtile vertical ſoit ſenſible ſur le plan horiſontal. Ainſi, quoique l'expérience ait prouvé que le rebord vertical fait très-bien ſon effet, & n'apporte aucun inconvénient à l'uſage du nouveau Compas, ſi l'on trouve quelque difficulté par rapport à ſa conſtruction dans l'addition de ce rebord, on peut le ſupprimer entiérement, ſans que l'inſtrument perde beaucoup de ſon utilité. Il faudra ſeulement alors faire l'obſervation à l'horiſon, ſuivant la méthode preſcrite par M. Bouguer, qui, d'ailleurs, a été jugée la plus avantageuſe.

En ce cas le changement à faire au Compas de Variation ordinaire, pour lui procurer tous les avantages de celui que nous propoſons, eſt ſi peu conſidérable, qu'il y a lieu d'eſpérer que l'inſtrument propoſé n'aura pas le malheur de paroître nouveau, & que la prévention ordinaire contre les nouveautés n'empêchera pas d'en faire l'expérience.

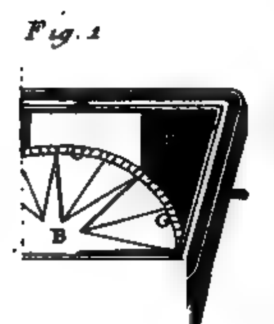
Je n'ai point parlé de la ſuſpenſion de l'inſtrument, n'ayant rien changé à celle qui eſt en uſage, à quelques attentions près, pour la rendre plus libre ſur ſes pivots. Au lieu d'une boîte quarrée & de bois, j'ai fait la boîte intérieure de cuivre, & ronde, elle en occupe moins de place, & n'eſt pas ſujette à ſe déformer, le fond de l'écuelle de cuivre eſt percé en *Y*, d'un trou rond qui ſe ferme par une plaque ronde *TV*, qui déborde le trou, cette plaque eſt chargée de plomb en dedans, & traverſée, ainſi que la maſſe de plomb, par une vis *X* qui a du jeu dans le trou *Y*, on n'arrête cette vis que lorſque la

rose est bien horisontale & parallele aux bords de la boîte, & le stile bien vertical. On peut s'en assûrer à Terre par le moyen d'un niveau, & d'un fil à plomb, & à la Mer, en tenant la Boussole à la main, & faisant raser l'horison par son bord supérieur, ce que M. Bouguer a jugé la meilleure méthode; en même temps pour s'assûrer que le stile est bien vertical, on verra s'il convient avec la vive-arrête de la petite baguette quarrée *LB*, placée à l'angle *B* de la boîte extérieure & mobile dans une coulisse tout exprès pour cet usage, *Q* est le fond de la boîte extérieure qui se tire à coulisse, afin d'avoir la liberté de changer la vis *X*, si le centre de gravité de la machine se trouvoit dérangé.

QUATRIE'ME

Fig. 1

Fig. 2



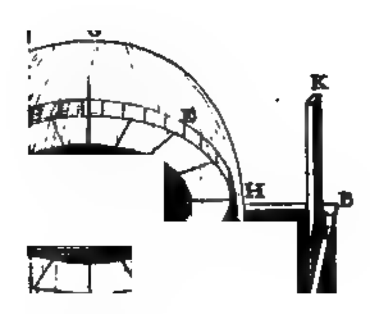
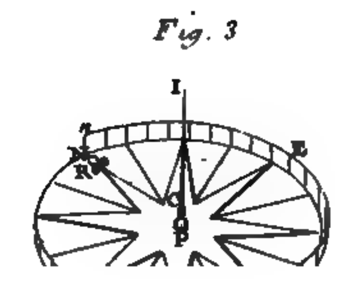


Fig. 3



Sculp.

QUATRIEME MEMOIRE SUR L'ELECTRICITÉ.

Par M. DU FAY.

De l'Attraction & Répulsion des Corps Electriques.

NOUS avons toûjours considéré jusqu'à présent la vertu électrique en général, & sous ce mot on a entendu non seulement la vertu qu'ont les corps électriques d'attirer, mais aussi celle de repousser les corps qu'ils ont attirés. Cette répulsion n'est pas toûjours constante, & elle est sujette à des variétés qui m'ont engagé à l'examiner avec soin, & je crois avoir découvert quelques principes très-simples qu'on n'avoit point encore soupçonnés, & qui rendent raison de toutes ces variétés, ensorte que je ne connois jusqu'à présent aucune expérience qui ne s'y accorde très-naturellement.

J'avois observé que les corps légers n'étoient ordinairement repoussés par le tube que lorsque l'on en approchoit quelque corps d'un volume un peu considérable, & cela me faisoit penser que ces derniers corps étoient rendus électriques par l'approche du tube, & qu'alors ils attiroient à leur tour le duvet, ou la feuille d'or, & qu'ainsi il étoit toûjours attiré, soit par le tube, soit par les corps voisins, mais qu'il n'y avoit jamais de répulsion réelle.

Une expérience que M. de Reaumur m'indiqua, s'opposoit à cette explication; elle consiste à poser au bord d'une carte un petit monceau de poudre à mettre sur l'écriture, on approche de ce monceau un bâton de cire d'Espagne rendu électrique, & on voit très-clairement qu'il chasse au de-là de la carte des particules de poudre, sans qu'on puisse soupçonner qu'elles soient attirées par aucun corps voisin.

Une autre expérience aussi simple, & encore plus sensible, acheva de me prouver que ma conjecture étoit fausse. Si l'on

met des feuilles d'or ſur une glace, & que l'on approche le tube par deſſous, les feuilles ſont chaſſées en haut ſans retomber ſur la glace, & on ne peut certainement expliquer ce mouvement par l'attraction d'aucun corps voiſin. La même choſe arrive à travers la gaze de couleur, & les autres corps qui laiſſent paſſer les écoulements électriques, en ſorte qu'on ne peut pas douter qu'il n'y ait une répulſion réelle dans l'action des corps électriques.

Enfin ayant refléchi ſur ce que les corps les moins électriques par eux-mêmes étoient plus vivement attirés que les autres, j'ai imaginé que le corps électrique attiroit peut-être tous ceux qui ne le ſont point, & repouſſoit tous ceux qui le ſont devenus par ſon approche, & par la communication de ſa vertu.

Otto de Guerike rapporte une expérience que j'ai citée dans mon premier Mémoire, mais à laquelle je n'avois jamais pû réuſſir; elle conſiſte à promener dans une chambre une plume par le moyen d'une boule de ſoufre renduë électrique, ſans que la plume approche de la boule : le peu de ſuccès que j'avois eu, venoit de ce que l'expérience n'eſt pas aſſés détaillée, ou de ce que je ne l'avois pas bien compriſe. Haukſbée parle auſſi de cette expérience qu'il a faite avec un tube de verre; c'eſt de cette maniére que j'ai réuſſi, & on va voir qu'elle eſt aſſés ſinguliére pour mériter qu'on y faſſe attention.

On frotte bien le tube pour le rendre électrique, & le tenant dans une ſituation horiſontale, on laiſſe tomber au deſſus une parcelle de feuille d'or; cette feuille préſente ordinairement la tranche, ſi le tube eſt bien électrique, parce que de cette maniére elle fend l'air avec plus de facilité, & ſi-tôt qu'elle a touché le tube, elle eſt repouſſée en haut perpendiculairement à la diſtance de huit ou dix pouces, elle demeure preſque immobile en cet endroit, &, ſi on en approche le tube en l'élevant, elle s'éleve auſſi en ſorte qu'elle s'en tient toûjours dans le même éloignement, & qu'il eſt impoſſible de l'y faire toucher : on peut la conduire où l'on veut de la ſorte, parce qu'elle évitera toûjours le tube.

Si l'on fait durer l'expérience pendant cinq ou six minutes, la feuille s'approchera insensiblement du tube, & enfin elle tombera dessus, mais si-tôt qu'elle l'aura touché, elle s'en éloignera avec une nouvelle force, & continuëra le même jeu tant que le tube conservera son électricité. Il est à observer que par la distance à laquelle la feuille se tient éloignée du tube, on peut juger de l'étenduë du tourbillon électrique, & que conduisant la feuille au dessus de toutes les parties du tube, soit en le tournant sur son axe, soit en le mettant dans une situation verticale, on peut se former l'image des limites du tourbillon, ou plûtôt celle de la couche du tourbillon qui a assés de force pour résister au poids de la feuille, car, si l'on en prend de très-petits fragments, on voit qu'ils se soûtiennent à une beaucoup plus grande distance que les autres.

J'ai même remarqué un fait très-curieux qui prouve que la feuille se tient toûjours dans certaines couches du tourbillon, & qui montre en même-temps la facilité avec laquelle la forme du tourbillon change, lorsqu'il y a des corps non électriques dans le voisinage du tube. Le voici : tandis que la feuille d'or est chassée par le tube, & qu'elle voltige en l'air, si on tient le tube dans une situation verticale, & qu'on le frotte pour augmenter son électricité, la feuille d'or suspenduë au-dessus s'éleve & s'abbaisse en suivant le mouvement de la main qui se fait alors de haut en bas, & chaque fois qu'en élevant la main, on l'approche de l'extrémité supérieure du tube, la feuille s'en approche, & au contraire, elle s'en éloigne si-tôt que la main redescend.

Si l'on tient assés long-temps la main vers le bout supérieur du tube pour donner à la feuille d'or le temps de tomber dessus, elle s'y attache, mais lorsqu'on redescend la main, elle s'élance tout-à-coup en l'air, & s'éloigne du tube comme auparavant.

L'explication de tous ces faits est bien simple, en supposant le principe que je viens d'avancer ; car, dans la premiére expérience, lorsqu'on laisse tomber la feuille sur le tube, il attire vivement cette feuille qui n'est nullement électrique, mais

dès qu'elle a touché le tube, ou qu'elle l'a ſeulement approché, elle eſt renduë électrique elle-même, & par conſéquent elle en eſt repouſſée, & s'en tient toûjours éloignée, juſqu'à ce que le petit tourbillon électrique qu'elle avoit contracté ſoit diſſipé, ou du moins conſidérablement diminué; n'étant plus repouſſée alors, elle retombe ſur le tube où elle reprend un nouveau tourbillon, & par conſéquent de nouvelles forces pour l'éviter, ce qui continuëra tant que le tube conſervera ſa vertu. Si le tube n'a qu'une vertu médiocre, & qu'on ſe ſerve d'un duvet, ou d'un morceau de coton, il arrive quelquefois qu'il ne les repouſſe pas, parce qu'ils s'y attachent par leurs petits filaments, & que le tourbillon qu'il leur communique n'a point aſſés de force pour les faire détacher du tube, mais la raiſon en eſt ſenſible, & l'expérience ne manquera jamais de réuſſir, comme nous l'avons décrite, ſi le tube eſt bien électrique.

A l'égard de la ſeconde expérience, l'explication en eſt auſſi naturelle; la feuille renduë électrique eſt repouſſée par le tube, tant qu'il eſt entouré lui-même d'un tourbillon électrique; mais, lorſque la main touche au bout ſupérieur du tube, ce tourbillon ſe communique au bras, & au corps, & eſt détourné du tube, par conſéquent la feuille n'étant plus repouſſée, retombe par ſon propre poids ſur le tube: ſi enſuite on abbaiſſe la main en la ramenant vers le bout inférieur du tube, on lui rend ſon électricité, & le tourbillon ſe trouve rétabli dans ſon étenduë ordinaire, il doit donc répouſſer la feuille en haut comme il faiſoit auparavant, & ces mouvements alternatifs doivent continuer tant que l'on frottera le tube en élevant, & en abbaiſſant la main.

J'adjoûterai encore une obſervation curieuſe, & qui donne un nouveau jour à cette hypotheſe. Si tandis que la feuille d'or ſe tient ſuſpenduë au-deſſus du tube, après en avoir été repouſſée, on approche de cette feuille le doigt, ou tout autre corps de quelque volume, elle va s'y appliquer ſur le champ; & de-là retombe ſur le tube où elle acquiert un nouveau tourbillon électrique, & elle eſt repouſſée ſur le champ à la

distance où elle étoit auparavant. Si on en rapproche une seconde fois le même corps, ou tout autre, elle va de nouveau s'y appliquer, & recommence les mêmes mouvements de ce corps au tube, & du tube en l'air, autant de temps que dure l'électricité du tube.

Il est aisé de voir combien cette expérience s'accorde avec l'hypothese; car la feuille d'or étant devenuë électrique par l'approche du tube, elle va se joindre aux corps qui sont dans son voisinage, ainsi qu'il arrive à tous les corps électriques qui ont plus de légéreté que ceux auxquels ils tendent à s'appliquer. Si-tôt que la feuille a touché ce corps, elle lui transmet toute son électricité, & par conséquent, s'en trouvant dénuée, elle tombe sur le tube par lequel elle est attirée, de même qu'elle l'étoit avant que de l'avoir touché ; elle y acquiert un nouveau tourbillon électrique qu'elle perd ensuite, si elle touche le corps une seconde fois, ce qui doit continuer tant qu'il subsistera dans le tube assés de vertu pour lui en communiquer une quantité capable de surmonter sa pesanteur, après quoi elle demeurera adhérente au tube qui n'aura plus assés de force pour la chasser. On voit avec quelle facilité ces conséquences suivent du principe que nous avons supposé, & quelle clarté il jette sur toutes ces expériences.

Si l'on se rappelle maintenant les faits que j'ai rapportés à la fin de mon troisiéme Mémoire, on verra qu'ils trouvent ici leur explication. Lorsque je suis suspendu sur les cordes de soye, & que je tiens à ma main le carton où sont posées les feuilles d'or, il est tout simple que mon autre main, ou mon visage que je présenterai au-dessus, ne les attire point, puisqu'elles sont devenuës électriques elles-mêmes par la communication de ma main au carton que je tiens, & sur lequel elles sont posées, ainsi toutes les autres parties de mon corps, qui sont également électriques, tendroient plûtôt à les repousser, si elles n'étoient pas soûtenuës, qu'à les attirer; mais si une autre personne, qui se sera tenuë éloignée de moi, & dont parconséquent la main n'est point électrique, vient à la poser au-dessus de ces feuilles, elles y voleront sur le champ, & y

déposeront leur électricité, après quoi elles retomberont sur le carton où elles en reprendront une nouvelle, & ainsi elles continuëront de se mouvoir comme elles feroient au-dessus du tube même.

Lorsqu'ayant le bras étendu, je tiens à la main le carton où sont les feuilles, & qu'on approche de moi le tube rendu électrique, il ne se communique pas toûjours assés de vertu au carton pour qu'il puisse repousser les feuilles en l'air; mais, si je veux que cela arrive, je n'ai qu'à faire entrer le carton un peu plus avant dans le tourbillon électrique qui m'environne, en l'approchant de mon visage, ou de mon corps, il y acquiert une vertu plus considérable, &, si-tôt que je le fais sortir du tourbillon en étendant le bras, elles fuyent le carton, & s'élançent en l'air d'elles-mêmes, on les conduit de la sorte où l'on veut, & elles sont précisément dans le cas de la feuille soûtenuë par le tube.

Il ne reste plus rien d'étonnant dans ces mouvements qui paroissoient si singuliers de ces feuilles ou duvets, sur lesquels on passe le tube; il les attire tous d'abord, quelques-uns s'y attachent de sorte par leurs filaments qu'ils ne peuvent plus être repoussés, quoiqu'ils soient dans le cas de l'être par l'électricité qu'ils ont contractée; ceux à qui cet accident n'arrive point sont chassés par le tube, & venant à s'approcher de la table, ou des corps voisins, ils vont s'y appliquer, & y déposent leur électricité; ils sont ensuite nécessairement attirés une seconde fois, puisqu'ils ne sont plus électriques; de-là ces mouvements, bisarres en apparence, d'attraction & de répulsion qui paroissoient si difficiles à expliquer, & qui néantmoins le peuvent être, comme on le voit, par un principe bien simple, & qui n'implique aucune contradiction.

Si au lieu de feuilles d'or, ou de duvet, on se servoit de petits floccons de soye de couleur, comme elle est fort électrique par elle-même, il arriveroit des variétés qui dépendroient de ce qu'elle seroit plus ou moins séche, ou de ce qu'elle auroit été plus ou moins maniée dans les doigts; mais l'explication de ces variétés tient à d'autres principes dont nous parlerons

dans un moment : qu'il ſuffiſe, quant à préſent, de dire que rien ne réuſſit mieux dans les expériences que nous venons de rapporter, qu'une feuille d'or très-petite, une parcelle de coton, ou un petit morceau de duvet.

Pour confirmer de plus en plus mon hypotheſe, je remarquerai qu'elle donne auſſi l'explication du monde la plus ſimple, de la fameuſe expérience de M. Haukſbée, que j'ai rapportée dans mon premier Mémoire : elle conſiſte à faire tourner rapidement ſur ſon axe un globe de verre, que l'on rend électrique en poſant la main deſſus pendant qu'il tourne ; alors des fils qu'on a placés au-dedans de ce globe, s'étendent en ſoleil du centre à la circonférence : dans cet état, & lorſque le globe eſt arrêté, ſi l'on approche extérieurement les doigts du globe, les fils du dedans s'en éloignent, & fuyent très-ſenſiblement le doigt de quelque côté que l'on le porte. On voit maintenant que cela vient de ce que le doigt eſt rendu électrique par le voiſinage du globe, & que par conſéquent il doit repouſſer ces fils qui le ſont auſſi : la même choſe ſe doit dire encore de ceux qui, dans la même expérience, ſont placés extérieurement autour du globe : enfin, les uns & les autres font encore un effet que je ne ſçais ſi d'autres ont remarqué avant moi, mais qui s'accorde parfaitement avec le même principe ; c'eſt que les bouts de chacun de ces fils ſe diviſent d'eux-mêmes en petits filets, qui s'écartent les uns des autres en forme de balai, ce qui dure autant que leur électricité ſubſiſte, après quoi ils retournent dans leur état ordinaire. Il eſt clair qu'étant devenus électriques par la proximité des parois du globe, ils doivent ſe repouſſer les uns les autres, & tendre à s'écarter le plus qu'il leur eſt poſſible. Cette explication eſt ſi naturelle, qu'il ſeroit inutile d'entrer dans un plus grand détail.

On peut me demander pourquoi ces fils ne ſont pas repouſſés par les parois du globe même, puiſque je les ſuppoſe devenus électriques, & que par mon principe ils le doivent être comme la feuille d'or l'eſt par le tube ; mais je réponds que la vertu électrique étant répanduë dans toute la ſurface

du globe, elle n'en a point assés en aucun de ces points pour repousser les fils, mais lorsqu'on en approche le doigt, ou quelqu'autre corps non électrique, le tourbillon se réunit autour du corps, & pour lors atteint jusqu'aux fils du dedans qu'il chasse, & qu'il force à s'éloigner, de même que la feuille d'or dans la premiére expérience que nous avons rapportée; & même nous avons vû dans la seconde, qu'elle tend vers le tube, au lieu d'en être repoussée, lorsque par l'approche de la main on a détourné une partie du tourbillon électrique du tube. Il demeure donc pour constant, que les corps devenus électriques par communication, sont chassés par ceux qui les ont rendus électriques; mais le sont-ils de même par les autres corps électriques de tous les genres? & les corps électriques ne différent-ils entre-eux que par les divers degrés d'électricité? cet examen m'a conduit à une autre vérité que je n'aurois jamais soupçonnée, & dont je crois que personne n'a encore eu la moindre idée.

J'ai commencé par soûtenir en l'air avec le même tube, deux feuilles d'or, & elles se sont toûjours éloignées l'une de l'autre, quelques efforts que j'aye faits pour les rapprocher, & cela devoit arriver de la sorte, puisqu'elles étoient toutes deux électriques; mais si-tôt que l'une des deux avoit touché la main ou quelque autre corps, elles se joignoient sur le champ l'une à l'autre, parce que celle-ci ayant perdu son électricité, l'autre l'attiroit & tendoit vers elle: tout cela s'accordoit parfaitement avec mon hypothése, mais ce qui me déconcerta prodigieusement, fut l'expérience suivante.

Ayant élevé en l'air une feuille d'or par le moyen du tube, j'en approchai un morceau de gomme copal frottée, & renduë électrique, la feuille fut s'y appliquer sur le champ, & y demeura; j'avouë que je m'attendois à un effet tout contraire, parce que selon mon raisonnement, la copal qui étoit électrique devoit repousser la feuille qui l'étoit aussi; je répétai l'expérience un grand nombre de fois, croyant que je ne présentois pas à la feuille l'endroit qui avoit été frotté, & qu'ainsi elle ne s'y portoit que comme elle auroit fait à mon doigt,

doigt, ou à tout autre corps, mais ayant pris ſur cela mes meſures, de façon à ne me laiſſer aucun doute, je fus bien convaincu que la copal attiroit la feuille d'or, quoiqu'elle fût repouſſée par le tube: la même choſe arrivoit en approchant de la feuille d'or un morceau d'ambre, ou de cire d'Eſpagne frotté.

Après pluſieurs autres tentatives qui ne me ſatisfaiſoient aucunement, j'approchai de la feuille d'or chaſſée par le tube, une boule de criſtal de roche frottée & renduë électrique; elle repouſſa cette feuille de même que le tube. Un autre tube que je fis préſenter à la même feuille la chaſſa de même, enfin je ne pus pas douter que le verre & le criſtal de roche, ne fiſſent préciſément le contraire de la gomme copal, de l'ambre & de la cire d'Eſpagne, enſorte que la feuille repouſſée par les uns, à cauſe de l'électricité qu'elle avoit contractée, étoit attirée par les autres; cela me fit penſer qu'il y avoit peut-être deux genres d'électricité différents, & je fus bien confirmé dans cette idée par les expériences ſuivantes.

Je pris un gros morceau de gomme copal, & l'ayant rendu électrique, je laiſſai tomber deſſus une très-petite feuille d'or; elle en fut d'abord attirée, puis elle fut chaſſée en haut comme il arrive avec le tube, mais avec cette différence qu'elle ne s'en éloignoit que d'environ quatre pouces, le tourbillon n'en étant pas à beaucoup près auſſi étendu que celui du tube; ce qui peut venir de la différence du volume de l'un & de l'autre, mais ce n'eſt pas ici le lieu d'examiner cette queſtion. Je dois encore ajoûter que l'expérience n'eſt pas auſſi aiſée à faire qu'avec le tube, parce qu'ayant moins de vertu, la feuille en eſt difficilement repouſſée, & qu'elle y demeure très-ſouvent appliquée, enſorte qu'il faut ſouffler fortement deſſus pour la détacher, elle en eſt repouſſée alors, & l'expérience ſe fait comme avec le tube. On juge bien qu'il ne la faut pas détacher de la gomme avec les doigts, parce qu'on lui ôte l'électricité qu'elle a acquiſe, & qu'elle ſe trouve alors dans le cas de tout autre morceau de feuille qu'on y préſenteroit, le

meilleur est donc de souffler dessus pour la détacher, où de prendre une portion de feuille extrêmement petite, & alors elle sera repoussée par la gomme copal comme par le tube; ce détail étoit nécessaire pour ne pas rebuter ceux qui voudroient faire ces expériences, & qui y rencontreroient toutes ces petites difficultés.

Lors donc que la feuille d'or est repoussée & soûtenuë en l'air par un morceau de gomme copal, si on approche de cette feuille un autre morceau de la même gomme aussi frotté, elle le chassera aussi, sans qu'il soit possible de l'y faire toucher; la même chose arrivera avec un morceau d'ambre, & avec la cire d'Espagne, & au contraire, une boule de cristal, ou un tube de verre l'attireront très-vivement, ce qui est précisément l'inverse de ce que nous venons de voir, qui arrive lorsque la feuille est chassée par le tube. Il résulte donc de ces deux expériences, que la feuille renduë électrique & chassée par le verre, est attirée par les matiéres résineuses, & que celle qui est repoussée par les matiéres résineuses, est attirée par le verre & le cristal.

J'ai voulu voir si ces deux différentes natures d'électricité ne souffriroient point de changement en les transmettant à des corps qui ne sont point naturellement électriques. J'ai dit dans mon second Mémoire, que tous les corps, sans exception, étant posés sur un guéridon, ou pied de verre un peu élevé, devenoient électriques par l'approche du tube, & conservoient assés long-temps leur électricité. J'ai donc attaché sur un petit guéridon de verre une boule d'yvoire, avec de la cire d'Espagne, & je l'ai renduë électrique en passant le tube autour & par dessus; ayant ensuite fait repousser une feuille d'or par le tube, j'ai présenté à la feuille cette boule qui l'a repoussée presque aussi vivement qu'auroit fait un autre tube, ou la boule de cristal; cette boule d'yvoire, au contraire, attira une feuille repoussée par la gomme copal, en sorte qu'elle fit précisément les mêmes effets qu'auroit fait un verre électrique.

Quelque temps après, & lorsque la vertu de la boule fut

entiérement dissipée, je la rendis électrique par l'approche d'un morceau de copal, elle fit alors les mêmes effets que la copal, & précisément le contraire de ce qu'elle venoit de faire, c'est-à-dire, qu'elle attira la feuille repoussée par le tube, & qu'elle repoussa celle qui l'étoit par la gomme copal, l'ambre & la cire d'Espagne, car ces trois matiéres sont absolument le même effet; j'ai répété les mêmes expériences avec chacune d'elles l'une après l'autre, & j'ai fait la même chose avec différentes especes de verre, & avec le cristal de roche.

Voilà donc constamment deux électricités d'une nature toute différente, sçavoir, celle des corps transparents & solides, comme le verre, le cristal, &c. & celle des corps bitumineux ou résineux, comme l'ambre, la gomme copal, la cire d'Espagne, &c. Les uns & les autres repoussent les corps qui ont contracté une électricité de même nature que la leur, & ils attirent, au contraire, ceux dont l'électricité est d'une nature différente de la leur. On vient de voir même que les corps qui ne sont pas actuellement électriques, peuvent acquérir chacune de ces électricités, & qu'alors leurs effets sont pareils à ceux des corps qui la leur ont communiquée.

Pour peu que l'on fasse réfléxion aux faits que nous venons de rapporter, on en concluëra que le verre doit repousser le verre, & attirer l'ambre, & réciproquement, mais si cela étoit vrai, auroit-on été si long-temps sans s'en appercevoir? cela est vrai cependant, & jusqu'à présent personne ne s'est avisé de le soupçonner: j'ai même eu bien de la peine à m'en assûrer, non-seulement après y avoir pensé, mais même en étant presque certain par les conséquences qui me paroissoient suivre nécessairement de ce que nous venons de voir. Sans m'arrêter aux difficultés que j'ai rencontrées, voici de quelle maniére je m'en suis assûré, & l'expérience est si facile, que chacun peut la faire avec très-peu de peine.

J'ai pris une regle de bois fort mince, longue d'un pied & demi, & large d'un pouce, j'y ai fait dans le milieu un trou d'environ six lignes de diametre, & j'ai ajusté d'un côté

de la regle & au-dessus de ce trou, une espece de chape, comme celle d'une aiguille aimantée; cette chape n'étoit autre chose que le bout fermé d'un tube de verre, en forme d'un très-petit dé à coudre, & même c'est ce qu'il y a de meilleur, parce que le frottement en est plus doux; cette regle ainsi préparée, ou cette espece d'aiguille étoit posée sur un pivot de fer très-aigu, & par conséquent la moindre force étoit suffisante pour la mettre en mouvement; c'est-là tout ce que j'ai trouvé de plus commode pour les expériences que je vais décrire, &, quelque simple que soit cette machine, je me serois épargné bien des peines si je l'avois imaginée d'abord.

Ayant mis un poids suffisant sur un des bouts de cette regle, je posai sur l'autre un morceau de copal, en sorte qu'il fût en équilibre avec ce poids, ce qui est fort aisé avec cette regle, puisqu'il n'y a qu'à avancer ou reculer le poids; j'avois frotté un côté de ce morceau de copal pour le rendre électrique, j'en approchai alors un autre morceau de copal que j'avois aussi rendu électrique, il le repoussa sur le champ; l'ambre & la cire d'Espagne firent la même chose, le tube, au contraire, & la boule de cristal l'attirerent vivement.

Comme le morceau de copal qui étoit posé sur la regle, n'avoit été frotté que d'un côté, si j'approchois d'une partie de ce morceau de copal qui n'avoit point été frottée, l'ambre ou les autres corps semblables, ils l'attiroient, au lieu de le repousser, de même qu'ils auroient fait tout autre corps, de quelque nature que ce fût. Ainsi c'est toûjours à la partie renduë électrique qu'il faut présenter l'ambre ou le verre; il faut encore observer de se servir d'un corps électrique de peu de volume pour présenter à celui qui est suspendu sur la regle; car lorsque j'ai voulu me servir du tube, l'attraction qu'il exerçoit sur le bout de la regle étoit plus considérable que sa force pour repousser le corps qui étoit dessus, & qui étoit de nature à être repoussé, ce qui empêchoit l'expérience de réussir; mais en prenant bien toutes ces petites précautions

auxquelles on ne penſe pas d'abord, & que le beſoin ſeul fait imaginer, il arrivera toûjours conſtamment que le verre électrique repouſſera le verre électrique, & tous les corps d'une pareille nature d'électricité, ſoit qu'ils ſoient tels par eux-mêmes, ou qu'ils le ſoient devenus par l'approche du verre; le verre au contraire attirera tous les corps dont l'électricité eſt de la nature de celle de l'ambre. L'ambre & les autres corps ſemblables feront les mêmes effets, ils repouſſeront les corps de même électricité qu'eux, & attireront ceux qui ſont doués de l'autre électricité.

Voilà donc deux électricités bien démontrées, & je ne puis me diſpenſer de leur donner des noms différents pour éviter la confuſion des termes, ou l'embarras de définir à chaque inſtant celle dont je voudrai parler; j'appellerai donc l'une l'*électricité vitrée*, & l'autre l'*électricité réſineuſe*, non que je penſe qu'il n'y a que les corps de la nature du verre qui ſoient doués de l'une, & les matiéres réſineuſes de l'autre, car j'ai déja de fortes preuves du contraire, mais c'eſt parce que le verre & la copal ſont les deux matiéres qui m'ont donné lieu de découvrir ces deux différentes électricités.

S'il n'y a dans la nature que ces deux eſpeces d'électricités, ce qui me paroît aſſés vrai-ſemblable, car l'une attirant ce que l'autre repouſſe, je n'imagine pas trop quel effet pourroit faire une troiſiéme; ſi, dis-je, il n'y a que ces deux-là, il doit réſulter que tous les corps qui ſont dans la nature, à l'exception des métaux, ſeront dans l'une ou l'autre de ces deux claſſes, puiſque nous avons vû dans mon ſecond Mémoire, qu'ils étoient tous ſuſceptibles d'électricité par eux-mêmes, ainſi les uns ſeront dans celle de l'électricité vitrée, & les autres dans celle de l'électricité réſineuſe. Rien ne ſera plus facile que d'en faire l'épreuve, & peut-être cette nouvelle diſtinction dans les corps donnera-t-elle quelques lumiéres pour mieux connoître leur nature.

Pour juger donc quelle eſt l'eſpece d'électricité d'un corps quelconque, il n'y a qu'à le rendre électrique, & lui préſenter

l'un après l'autre un morceau de verre & un morceau d'ambre; il sera certainement attiré par l'un, & repoussé par l'autre; si c'est un corps pesant, on le posera pour cet effet sur l'aiguille ou regle de bois dont nous venons de parler, sinon, on le tiendra suspendu à la main, ou de toute autre maniére qu'on jugera plus commode.

J'ai voulu voir, par exemple, de quelle nature étoit l'électricité de la soye, j'ai pris un ruban de soye, je l'ai chauffé legérement, & le tenant d'une main, je l'ai passé deux ou trois fois avec vîtesse dans les doigts de l'autre main; ayant pendant ce temps-là fait frotter un tube, je l'ai presenté au ruban qu'il a attiré très-vivement; l'ambre, au contraire, la cire d'Espagne, & la copal l'ont repoussé; j'ai observé de chauffer le ruban, premiérement, parce que cela le dispose mieux à devenir électrique, & secondement, parce qu'il n'importe alors de quelle couleur il soit, au lieu que sans cette précaution, cela peut causer des variétés, comme on le peut voir dans mon troisiéme Mémoire; l'électricité de la soye est donc de la nature de celle que nous avons appellée *résineuse*.

J'ai fait la même expérience avec une petite bande de toile, je l'ai chauffée & passée dans les doigts, elle est devenuë électrique, ce qu'il est aisé de reconnoître, parce qu'elle va s'attacher aux doigts, & à tous les corps qu'on lui présente; l'ambre l'a repoussée alors, & le verre l'a attirée, c'est donc encore la même électricité que celle de la soye, ou l'électricité résineuse. La même chose est arrivée avec une bande de papier chauffée & passée de même dans les doigts, le tube l'a attirée, & l'ambre l'a repoussée.

J'ai approché l'un de l'autre le ruban de soye, & la bande de toile après les avoir chauffés, & rendus électriques en les passant dans les doigts, ils se sont repoussés l'un l'autre, & au contraire, ils alloient s'appliquer vivement à tous les autres corps qu'ils rencontroient qui n'étoient point électriques, ou qui ne l'étoient que de l'électricité vitrée. Tous ces faits se déduisent nécessairement des principes que nous avons posés,

& aucun d'eux ne souffre la moindre difficulté dans l'explication.

Voyons maintenant quelques exemples des corps qui ont l'espece d'électricité que nous avons appellée *vitrée.* J'ai pris deux ou trois aiguillées de laine, & après les avoir chauffées, je les ai passées à plusieurs reprises dans la main garnie d'un morceau d'étoffe de laine, elles sont devenuës électriques, ce qui se reconnoît à ce qu'elles s'approchent de la main; j'y ai ensuite présenté un morceau de verre frotté, qui les a repoussées, & au contraire, elles ont été attirées par l'ambre & la gomme copal. Une grande plume que j'ai chauffée & frottée de même, a fait le même effet en la tenant suspenduë par une de ses barbes les plus déliées.

J'ai chauffé legérement un manchon de petit-gris, & ayant passé brusquement la main dessus, à plusieurs reprises, les poils sont devenus électriques, ils ont été attirés par l'ambre, & repoussés par le verre; mais rien ne fait un effet plus sensible que le poil du dos d'un chat vivant. On sçait qu'il devient fort électrique en passant la main dessus; si on en approche alors un morceau d'ambre frotté, il en est vivement attiré, & on le voit s'élever vers l'ambre en très-grande quantité; si, au contraire, on en approche le tube, il est repoussé & couché sur le corps de l'animal.

On seroit tenté de croire par ce petit nombre d'exemples que toutes les matiéres animales ont l'électricité vitrée, & les matiéres végétales la résineuse, mais je ne crois pas cette loi si générale, & nous venons de voir que la soye, qui ne peut être rangée que dans la classe des matiéres animales, est celle de toutes qui est la plus susceptible de l'électricité résineuse; je me contenterai pour le présent d'avoir établi cette distinction qui ne me paroît pas pouvoir être contestée, & d'avoir rapporté des exemples de l'une & de l'autre électricité, je vais maintenant faire quelques observations qui sont nécessaires pour réussir parfaitement dans ces expériences, & pour ne laisser aucun sujet de doute sur un principe qui me paroît

aussi solidement prouvé, que le peut être une vérité sur laquelle les Mathématiques n'ont point de prise.

Pour connoître bien exactement l'espece d'électricité d'un corps, il ne suffit pas d'exciter en lui une vertu médiocre, car alors il se trouveroit à peu-près dans le même cas que si on le présentoit au corps électrique sans l'avoir auparavant rendu électrique lui-même, c'est-à-dire, qu'il seroit attiré presque indifféremment par les uns & par les autres ; il est vrai pourtant que s'il a l'électricité vitrée, il sera plus vivement attiré par les électriques résineux, mais cette différence est peu sensible. De-là vient qu'il se trouvera peut-être des corps en qui la vertu électrique sera si foible, qu'il sera très-difficile de déterminer de quelle espece est leur électricité; il faut en ce cas-là avoir recours aux moyens les plus propres à exciter leur électricité le plus vivement qu'il est possible: si, par exemple, on passe dans les doigts un ruban de laine, ou un écheveau de laine, on ne lui donnera qu'une électricité médiocre, mais si on ne prend que trois ou quatre brins de la même laine, & qu'on la passe brusquement dans du papier, de la toile ou de la laine, on lui en donnera une beaucoup plus considérable, & on verra pour lors qu'elle est fortement attirée par l'ambre, & repoussée par le verre. Ce que je dis ici de la laine se doit entendre de toutes les autres matiéres, & l'on doit toûjours avoir pour principe qu'il faut que le corps dont on veut connoître l'électricité, en ait assés pour s'approcher de lui-même des corps qui n'en ont point, si l'on veut porter un jugement certain sur l'espece de son électricité.

On pourroit croire que le même corps frotté avec des corps différents pourroit acquérir une différente électricité, mais j'ai éprouvé qu'elle est toûjours la même, & qu'elle ne différe que par son plus ou moins de force; j'ai frotté de la soye avec la main qui n'a d'elle-même aucune électricité, & ensuite avec d'autre soye qui est de tous les corps de cette espece celui qui en a le plus, celle que j'avois frottée de la

sorte,

ſorte, a eu dans l'un & l'autre cas l'électricité réſineuſe; la laine & la plume auſſi frottées de ces deux différentes maniéres, ont eu l'électricité vitrée, & tant les uns que les autres n'ont différé que par le plus ou le moins d'électricité qu'ils ont contracté. Il y a encore un moyen bien ſimple pour connoître le genre d'électricité d'un corps dans lequel cette vertu eſt très-foible, c'eſt de ſe ſervir d'une aiguille de métal, longue de ſix pouces ou environ, & ſuſpenduë comme une aiguille aimantée; cette aiguille doit avoir à l'un de ſes bouts une boule de métal creuſe, & quelque autre corps à l'autre pour qu'elle ſoit en équilibre. On rendra enſuite cette boule électrique par l'approche d'un morceau d'ambre, & ſuivant que les corps qu'on lui préſentera l'attireront ou la repouſſeront, on jugera de la nature de leur électricité. J'ai demandé que la boule fût creuſe, afin qu'elle eût plus de volume pour contracter une plus forte électricité, & que n'ayant pas beaucoup de peſanteur, elle fût miſe en mouvement plus facilement par les corps les moins électriques. Cette maniére de chercher à connoître la nature de l'électricité d'un corps ſe préſente très-naturellement après ce que nous venons de dire; cependant lorſque je l'ai voulu éprouver, j'y ai trouvé de très-grandes difficultés qui d'abord me paroiſſoient former des obſtacles à mon ſyſteme, mais qui dans la ſuite n'ont fait que le confirmer, & me prouver que lorſque je ne réuſſiſſois pas, cela ne venoit que de ce que je ne m'étois pas attaché aſſés ſcrupuleuſement à toutes les conſéquences, & pour ainſi dire, à toutes les branches de l'hypotheſe des deux électricités. J'épargnerai cependant au lecteur un détail ennuyeux & rebutant d'expériences manquées ou imparfaites, & je dirai ſeulement que pour réuſſir, il faut ſe ſervir d'une aiguille de verre poſée ſur un pivot de verre très-long, que cette aiguille porte à l'un de ſes bouts une boule de métal creuſe, & à l'autre un contre-poids de verre, qu'il faut bien ſécher toutes ces piéces, & qu'alors il faut communiquer l'électricité à la boule de métal avec le tube, ou quelqu'autre

matiére analogue, la boule ſera alors attirée par les corps dont l'électricité eſt réſineuſe, & repouſſée par ceux qui ont l'électricité vitrée.

Si, au contraire, on veut donner à la boule l'électricité réſineuſe, il faut que l'aiguille, le poids & le contre-poids ſoient de cire d'Eſpagne, ou de quelqu'autre matiére ſemblable; & alors on réuſſira parfaitement. On juge bien que toutes ces attentions ne ſe préſentent pas d'abord à l'eſprit, & qu'on n'y vient qu'après bien des expériences manquées, car elles ſont toutes ſi néceſſaires, que l'obmiſſion de quelques-unes en diminuë conſidérablement, ou même en empêche abſolument le ſuccès; on voit que ces délicateſſes, loin d'attaquer le principe que nous avons établi, ne font que le confirmer de plus en plus, & le mettre dans un nouveau jour. Je n'entrerai pas dans un plus grand détail, & ce que j'en ai dit doit ſuffire, pour que chacun trouve aiſément le moyen de ſurmonter les petites difficultés qui ſe rencontreront dans la pratique de ces expériences. Venons maintenant aux changements qui arrivent dans les tourbillons électriques par le mêlange & la combinaiſon de ces électricités de différente eſpece, & l'on verra que tout s'y paſſe de la maniére que l'on doit conjecturer, en ſuppoſant les principes que nous avons établis.

Lorſque, par le moyen du tube de verre, on a repouſſé & élevé en l'air une feuille d'or, ſi on approche de ce tube une boule de criſtal renduë électrique, un ſecond tube, ou toute autre matiére qui a une électricité pareille, celle du tube ſe trouve fortifiée d'autant, & ſon tourbillon devient plus étendu, en ſorte que la feuille s'éleve & en demeure plus éloignée qu'elle ne l'étoit; ſi, au contraire, on approche du tube un bâton de cire d'Eſpagne, un morceau d'ambre ou de copal, l'électricité du tube s'y va appliquer en partie, par conſéquent l'étenduë de ſon tourbillon diminuë, & la feuille s'approche de lui; elle s'en éloigne enſuite lorſqu'on éloigne du tube le bâton de cire d'Eſpagne. Il arrive alors la même choſe que nous

avons vû arriver lorſqu'on promene la main d'un bout à l'autre du tube, tandis que la feuille eſt ſuſpenduë en l'air au-deſſus; il y a néantmoins une différence, c'eſt que le bâton de cire d'Eſpagne, ou tout autre corps dont l'électricité eſt réſineuſe, n'eſt pas auſſi propre à détourner le tourbillon du tube que l'eſt un morceau de bois, la main, ou quelqu'autre corps qui n'a point d'électricité naturelle, ou du moins qui n'eſt pas actuellement électrique.

Cette expérience eſt conforme à tout ce que nous avons obſervé dans les Mémoires précédents, qui eſt que les corps les moins électriques par eux-mêmes, ſont ceux qui ſont le plus vivement attirés, & les plus propres à contracter une électricité étrangére.

Il arrive préciſément la même choſe que nous venons de voir, aux corps dont l'électricité eſt réſineuſe; ſi l'on fait repouſſer une feuille par un morceau de copal, & qu'alors on en approche un morceau de cire d'Eſpagne, de copal, ou d'ambre, la vertu du premier eſt augmentée, & ſon tourbillon devient plus étendu; ſi, au contraire, on en approche le tube, le tourbillon diminuë, & la feuille ſe rapproche; ces faits ſont ſi naturels, & l'explication s'en déduit d'une maniére ſi ſimple, des principes que nous avons poſés, qu'il ſeroit inutile de s'y arrêter plus long-temps.

Il réſulte donc de ce Mémoire deux vérités nouvelles ſur cette matiére, & deux principes dont on n'avoit pas eu juſqu'à préſent le moindre ſoupçon; le premier, que les corps électriques commencent par attirer tous les corps, & qu'ils ne les repouſſent que lorſqu'ils les ont rendus électriques par la communication d'une partie de leur tourbillon; & le ſecond, qu'il y a deux électricités réellement diſtinctes, & très-différentes l'une de l'autre. Que ne devons-nous point attendre d'un champ auſſi vaſte qui s'ouvre dans la Phyſique? & combien ne nous peut-il point fournir d'expériences ſingulières qui nous découvriront peut-être de nouvelles propriétés de la matiére? Si nous parvenons un jour à la connoiſſance

des causes de l'électricité, ce ne peut être certainement qu'en l'examinant ainsi par parties, & la décomposant, pour ainsi dire; car ç'eût été tenter une chose impossible, que d'en rechercher la cause avant que d'avoir découvert la quantité de phénomenes dont nous avons rendu compte dans les Mémoires précédents, & qu'il a été nécessaire de distinguer les uns des autres, attendu leurs contradictions apparentes; & après un examen exact, nous avons vû qu'ils dérivoient tous d'un petit nombre de principes simples & invariables, qui commencent à donner quelque éclaircissement sur une matiére qui, du premier coup d'oeil, paroissoit très-confuse & très-embrouillée.

JOURNAL D'OBSERVATIONS DES AURORES BORÉALES,

Qui ont été vûës à Paris, ou aux environs, dans le cours des années 1732 & 1733.

Avec plusieurs Observations de la Lumiére Zodiacale, dans les mêmes années.

Par M. DE MAIRAN.

LE Livre que j'ai donné au public sur l'Aurore Boréale, bien loin de me dispenser d'observer à l'avenir ce Phénoméne, devient pour moi un engagement d'y être attentif; puisque je n'ai point prétendu avoir épuisé cette matiére, & qu'en plusieurs rencontres j'aurois eu besoin d'un beaucoup plus grand nombre d'observations, que celles que j'avois pu recueillir, & que j'ai employées dans mon ouvrage, quoiqu'elles soient au nombre de plus de deux cens. Ces observations se terminent à l'année 1731 inclusivement : c'est donc de ce terme, ou du commencement de 1732 que partira le journal de celles que je vais indiquer présentement, jusqu'à la fin de 1733. Je ne compte point y avoir renfermé toutes les Aurores Boréales qui ont paru dans cet intervalle de temps; quelques-unes m'auront échappé sans doute, en tout ou en partie, faute d'avoir été à portée de les appercevoir, & parce qu'en effet je n'ai pas pris à tâche de ne rien omettre sur ce sujet, mais seulement d'y veiller autant que quelques circonstances, & la disposition de mon logement au vieux Louvre, peuvent me le permettre. Ce que j'ai vû, ou que j'aurai vû dans la suite, joint à tout ce que j'espere trouver dans les Observations Météorologiques, & dans les Mémoires des diverses Académies de l'Europe, ne laissera pas

23 Decemb. 1733.

de former un tout assés complet, & de fournir un jour de quoi perfectionner ou éclaircir cette Théorie. Car je compte suivre le plan que je me suis fait là-dessus, & rassembler toûjours pour cela la plus grande quantité de matériaux qu'il me sera possible.

On s'attendroit peut-être à trouver ici, avec les observations de l'Aurore Boréale, une suite plus exacte & plus détaillée que celle qu'on y verra, des apparitions de la Lumiére Zodiacale. Mais je dois demander encore plus d'indulgence à cet égard que sur les Aurores Boréales. Comme les observations de cette Lumiére sont pénibles par l'assujettissement qu'elles traînent après elles à certaines heures du soir & du matin, après la fin ou avant le commencement du crépuscule, & que d'ailleurs je pense avoir déja recueilli, ou observé moi-même dans ce genre, tout ce qui m'étoit nécessaire pour la correspondance que j'avois à établir entre les deux Phénomenes, j'avouë que je me suis un peu relâché sur cet article, principalement sur les observations du matin, & que je m'en rapporterai souvent là-dessus aux personnes à qui d'autres engagements, & une situation de lieu plus avantageuse, facilitent ces observations.

Année 1732.

En *Janvier.* Je n'ai vû dans ce mois qu'une petite Aurore Boréale le 28. Elle s'est manifestée par un brouillard fumeux vers le Nord, en forme de segment de cercle irrégulier & mal terminé, mais surmonté d'une clarté blancheâtre, qui ne pouvoit avoir d'autre cause que l'Aurore Boréale; ce qui a duré depuis environ 9 heures jusqu'à 11. Il avoit fait tout le jour un temps de dégel, & un vent de Sud.

Mais la Lumiére Zodiacale a paru souvent, & toutes les fois que le ciel a été découvert après le crépuscule du soir. Elle s'étoit montrée quelques jours avant le 16; mais je n'ai commencé de la bien observer que ce jour-là, où elle étoit très-claire, quoique beaucoup moins blanche que la voye de lait, plus uniforme, & pour ainsi dire, plus compacte.

Elle tiroit auprès de l'horison sur la couleur rouge-jaunâtre. On avoit bien de la peine à discerner les Etoiles à travers, même assés près de sa pointe, comme, par exemple, l'Etoile ι de la queuë de la *Baleine,* de la 3me grandeur.

Elle a presque toûjours occupé environ 25 degrés d'amplitude sur l'horison, ou un peu au-dessus, parce que je n'en pouvois voir la base. A 6 heures ½ du soir, sa longueur ou sa pointe s'étendoit jusqu'aux Etoiles de la tête de la *Baleine,* passant sur les Etoiles du *Verseau,* sur la jambe antérieure duquel étoit sa plus grande clarté, & allant aboutir par sa pointe entre l'Etoile β de la *Baleine,* & la Planete de Saturne, assés proche de celle-ci. A $7^h \frac{1}{2}$ elle m'a paru s'étendre encore plus loin, & aller presque jusqu'au dessous de la tête du *Bélier,* ce qui, à partir du lieu du Soleil, donne environ 90 degrés de longueur. A 9^h sa pointe paroissoit encore, & toute cette partie occidentale du ciel est demeurée beaucoup plus claire que le reste, jusqu'à 11^h, où j'ai cessé de l'observer.

Le 17, la Lumiére Zodiacale paroît à peu-près comme le jour précédent.

Le 19, le temps s'étant éclairci vers les $7^h \frac{1}{4}$, la Lumiére Zodiacale paroît, couchée le long d'un nuage qui touche l'horison, & qui se termine par sa base vers le Nord, selon la position décrite ci-dessus le 16; mais beaucoup moins étenduë par sa pointe. La clarté qui bordoit le nuage dont je viens de parler, avoit toutes les apparences de l'arc lumineux de l'Aurore Boréale sur le segment fumeux, & je ne voudrois pas assûrer, que cet autre Phénomene ne se mêlât ce jour-là avec celui de la Lumiére Zodiacale, comme il arrive souvent depuis quelques années, sur-tout ayant encore vû jusqu'à 11^h toute cette partie du ciel retenir une impression de clarté. Un peu avant 9^h j'avois distingué la pointe de la Lumiére Zodiacale que je ne voyois pas auparavant. Ce qui me persuade, comme je l'ai remarqué en plusieurs autres occasions, que la partie la plus dense de cette Lumiére, & qui étoit alors sous l'horison, ternit ou efface quelquefois sa Lumiére moins dense qui est vers la pointe.

Le 24, la Lumiére Zodiacale paroît à $6^h \frac{1}{2}$ assés éclatante, mais mal terminée; à en juger par ce qu'on voyoit, elle pouvoit avoir 55 ou 56 degrés de longueur, sur une vingtaine de largeur sur l'horison.

Le 26, je la revois à 7^h, rougeâtre & mal terminée, sa pointe alloit 10 ou 12° au de-là de la Planete de Saturne, & pouvoit donner en tout depuis le Soleil 70° de longueur.

En *Février*. Le 2, ayant regardé le Ciel à 8^h du soir, j'y ai vû la Lune entourée d'une *Halo* ou cercle blancheâtre, du nombre de ceux qui ont environ 45° de diametre, dans lequel, y compris ses bords, les Etoiles paroissoient très-bien, le temps étant d'ailleurs fort clair. A $8^h \frac{3}{4}$, *l'Halo* étoit fort affoiblie; mais il y avoit au couchant, & au-dessous de la Lune, de grandes traînées de nuages, rares, blancs & transparents, qui venoient du Nord, & qui m'ont fait penser aux jets, & aux colomnes de l'Aurore Boréale. En effet, ayant tourné mes regards vers le Nord, j'y ai vû un nuage blanc, sous la forme ordinaire de ce que j'appelle le *segment obscur & fumeux*, qui a coûtume d'accompagner ce Phénomene, mais qui paroît blanc quelquefois, lorsqu'il est éclairé par les rayons de la Lune. Il y avoit aussi vers le Levant de semblables traînées partant du Nord, ou y allant aboutir. De sorte que je ne doute point que ce ne fût une Aurore Boréale, seulement un peu déguisée, & fort diminuée par la lumiére de la Lune qui approchoit de son premier quartier, & qui étoit à 40 ou 45° au-dessus de l'horison. A 9 & jusques vers les 10^h, le nuage blancheâtre du Nord s'étoit plus élevé & plus étendu, sur-tout du côté de l'Orient, après quoi toutes ces apparences ont diminué, ou se sont enfin dissipées.

Le Barometre avoit été tout ce jour-là à 28 pouces moins une demi-ligne, ou un quart de ligne, & le temps assés froid, avec le vent au Nord.

Le 4, la Lune ayant près de 9 jours, & le temps s'étant éclairci vers les 7^h du soir, après avoir été couvert dans la plus grande partie de la journée, vent Ouest tirant vers le Sud,

Sud, le Barometre à 27 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, j'ai remarqué du côté du levant, Eſt-Nord-Eſt, un grand arc d'une lumiére foible, & aſſés tranſparente pour laiſſer voir toutes les Etoiles auxquelles il répondoit : il les obſcurciſſoit cependant un peu à ſon bord méridional; il s'étendoit juſqu'à l'Oueſt; il renfermoit les deux plus claires Etoiles du *Bélier*, α, β, près de ſon ſommet, à droite en regardant vers le Sud; ce ſommet déclinoit à gauche un peu vers le Nord; on voyoit au-deſſous vers le Sud-Eſt la conſtellation d'Orion, mais un peu ternie. Cette eſpece de Zone parut un moment ſurmontée vers le Nord, d'une autre qui lui étoit concentrique, & qui étoit plus foible. Le reſte du Ciel étoit ſemé de grandes bandes ou piéces de matiére tranſparente, qui ſembloient aboutir au Nord, comme à un foyer ou point de concours. Toutes ces apparences furent de peu de durée; mais il reſtoit toûjours de légéres traces de la même matiére dirigées du Nord au Sud. A 9^h il n'en reſtoit preſque plus, le Ciel étoit par-tout fort clair, excepté dans la partie ſeptentrionale, qui s'étoit chargée d'un brouillard fumeux. A $9^h \frac{1}{2}$, l'Arc a reparu, mais un peu plus bas vers le Midi qu'à 7^h, il n'a duré que quelques minutes.

Je ne me ſuis attaché à obſerver ce Phénomene & à le décrire, que parce que j'ai cru qu'il tenoit à l'Aurore Boréale, ainſi que quelques autres qui lui reſſemblent, & dont j'ai parlé dans mon Traité. Et en effet, j'appris quelques jours après de M. *Godin,* qu'il avoit obſervé ce jour-là même à $7^h \frac{1}{2}$ une petite Aurore Boréale, ou plûtôt Auſtrale, à arc & à rayons, qui étoit élevée d'environ 10 degrés ſur l'horiſon vers le Midi, qui s'étendoit d'une vingtaine en amplitude de part & d'autre, mais dont la corde déclinoit par ſon milieu de 4 degrés vers l'Occident, comme je l'ai recueilli de la figure & de la note qu'il m'en a donnée.

Le 5, on a vû des bandes ſemblables à celles du 4, mais beaucoup plus interrompuës, ſans doute par la grande clarté de la Lune.

Le 15, le vent ayant été toute la journée au Sud, temps

doux, lâche & humide, le Barometre à 27 pouces 11 lign. la Lumiére Zodiacale a paru vers les 7^h du soir, à travers quelques nuages. Sa pointe alloit jusqu'auprès des *Pléiades*, c'est-à-dire, à plus de 90°. A la droite, en tirant vers le Nord, par rapport au spectateur tourné vers le couchant, elle paroissoit se confondre avec un commencement d'Aurore Boréale, de celles qui sont peu brillantes, & qui se mêlent avec une espece de fumée, ou peut-être en apparence, avec les vrais nuages qui occupent la partie inférieure de notre Atmosphere.

A $8^h \frac{1}{2}$, tout le Ciel est couvert de floccons de matiére blancheâtre plus éclairés vers le couchant d'hiver que partout ailleurs. Mais le lieu de ce plus de clarté varioit d'un moment à l'autre. Le Nord étant toûjours fort chargé d'un brouillard fumeux.

A $9^h \frac{1}{2}$, le temps a paru s'épaissir, & à 10^h on ne voyoit presque plus les Etoiles.

A 11^h, le nuage auparavant gris & fumeux, du côté du Nord, étoit devenu clair & blancheâtre, sans doute par la clarté de la Lune qui devoit être levée à 10^h, & qui rendoit cette derniére apparence fort équivoque.

Le double Phénomene de la Lumiére Zodiacale, & de ces sortes d'Aurores Boréales qui l'accompagnent dans cette saison, a été fort ordinaire cette année, de même que les précédentes; ainsi je me contenterai d'indiquer que le 17, le 19, les 21, 22, 23, 26 & 28 du même mois de Février, il y a eu des apparences à peu-près pareilles à celles du 15.

Le 29, il y avoit à $11^h \frac{1}{2}$, un commencement d'Aurore Boréale dont j'ai été averti, & qui effectivement, s'est trouvée très-décidée à minuit ou minuit & demi; elle étoit *tranquille*.

En *Mars*. Le 2, la Lune approchant de son premier quartier, j'ai remarqué vers les 11^h du soir, de ces grandes traînées blanches & transparentes, qui vont du Nord au Sud, avec le brouillard fumeux du côté du Nord. Le 10, les traînées ou bandes sont encore mieux marquées, au nombre de 4, 5, ou 6, quoique la Lune soit presque dans son

plein, le Nord toûjours chargé du brouillard blanchâtre. Ce que je rapporte, non pour mettre absolument tous ces Phénomenes au nombre des Aurores Boréales, mais pour qu'on puisse un jour s'en assûrer, par des observations correspondantes qui auront été faites en des païs éloignés, & où la Lune ne jette pas la même incertitude sur ce point.

Le 15, le vent étant Nord-Nord-Ouest, & le Barometre à 28 pouces, le temps beau, quoique mêlé de quelques nuages, la Lumiére Zodiacale se faisoit distinguer, & étoit très-brillante dès 7^h du soir, c'est-à-dire, une demi-heure avant la fin du crépuscule; elle paroissoit au-dessus d'un gros nuage qui en occupoit la partie inférieure.

Le 23, il y a eu une de ces Aurores Boréales *Informes*, qui se confondent d'abord avec la Lumiére Zodiacale, qui semble en faire partie. Elle duroit encore à $11^h \frac{1}{2}$, comme je le juge par ces nuages fumeux répandus par tout le Ciel, & principalement vers le Nord, sombres & grisâtres par la partie inférieure, blancs & lumineux par la supérieure.

Le 26 & le 28, il y a eu de semblables indices, ou vestiges d'Aurore Boréale, mais moins marqués.

En *Avril.* Le 3, il y a eu une Aurore Boréale assés bien marquée, vers les 8 heures; à 9^h elle l'étoit moins, mais on voyoit un grand Arc ou Zone dans le Ciel, qui passoit fort près du Zénit, de l'Ouest au Nord-Est, cet Arc m'a paru double dans quelques moments, & toûjours foible; sans doute à cause du clair de la Lune, qui étoit dans son premier quartier.

Je ne dois pas passer sous silence, que deux fois dans ce mois, sçavoir, le 13 & le 20, je n'ai pû découvrir vers l'Occident aucun vestige de la Lumiére Zodiacale, par le temps du monde qui sembloit y être le plus favorable, & à l'heure, comme à la saison où cette Lumiére est le plus visible. Et ce qui est encore digne de remarque, c'est qu'elle s'est montrée le lendemain de chacun de ces jours, le 14 sur-tout, très-brillante, & très-étenduë, malgré la Planete de Venus, qui en occupoit à peu-près le milieu; mais elle étoit fort mal terminée, & d'autant plus mal, qu'il se joignit bien-tôt à

ſon bord ſeptentrional un peu d'Aurore Boréale, & de ces floccons de matiére, moitié fumeux, moitié cotoneux, qui l'annoncent, ou qui l'accompagnent.

Le 16, le 17 & le 18, malgré le temps pluvieux, & la pluye même, qu'il a fait toutes les ſoirées, jai vû, par repriſes, des marques très-ſenſibles des mêmes Phénomenes de l'Aurore Boréale, principalement auprès de l'horiſon, du côté de l'hémiſphere ſeptentrional ; mais je n'ai apperçû des traces de la Lumiére Zodiacale que le 18.

Le 25, l'Aurore Boréale a paru ſans équivoque, & avec une petite pluye, qui tomboit par repriſes, & qui avoit commencé à $8^h \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$; à $10^h \frac{1}{2}$, c'étoit un grand ſegment obſcur, fumeux & nuageux, mais ſenſiblement circulaire, bordé d'un blanc verdâtre. J'en ai jugé la hauteur vers le ſommet, d'environ 50 à 55 degrés, & ſa déclinaiſon occidentale de 12 à 15. Quant à ſon amplitude, je n'ai pu la prendre, tant parce que je n'étois pas en un lieu propre à voir l'horiſon, que parce que le Phénomene m'a paru devoir être fort mal terminé par ſa baſe, qui continuoit de s'étendre indiſtinctement à droite & à gauche, par une clarté blancheâtre. Les Etoiles paroiſſoient preſque par tout en ce moment, avec un mêlange de fumée qui les obſcurciſſoit ou les terniſſoit de temps à autre. Quelques minutes après, le Ciel s'eſt beaucoup obſcurci, il s'eſt dégagé dans la ſuite, & cela pluſieurs fois, ſelon les viciſſitudes qui regnent dans ce Phénomene, depuis deux ou trois mois.

Le 26 & le 27, l'Aurore Boréale a continué de paroître à peu-près dans les mêmes circonſtances, fort étenduë, mais fort baſſe, & du nombre de celles qu'on appelle *horiſontales*.

En *Mai*. Le 14, le 20 & le 23, il y a eu des Aurores Boréales, que je n'ai apperçûës que vers les 11^h, ou minuit, ſoit que j'euſſe négligé de regarder le Ciel auparavant, ſoit que le temps ſombre, ou la pluye, comme à celle du 14, les eût empêché de paroître avant cette heure-là ; elles n'ont rien eu de remarquable, quoique je préſume que cette derniére, celle du 14, doit avoir été très-grande, & avoir paru telle

dans les endroits où les circonſtances du temps n'y ont pas été contraires.

Le 12, le 19, le 25 & le 26, il n'y a eu que des ſignes, des apparences indéciſes d'Aurore Boréale, mais que je crois devoir remarquer par la raiſon que j'en ai dite ci-deſſus.

En *Juin*. Je n'ai vû qu'une ſeule Aurore Boréale dans ce mois, le 26, mais grande, à jets, & à vibrations de lumiére, j'en fus averti à 11^h. Elle étoit déja toute formée, fort étenduë ſur l'horiſon, mais fort baſſe, par rapport à ſon étenduë. Le nombre de rayons qui ſortoient d'une baſe fumeuſe & obſcure étoit ſi grand, que le total reſſembloit quelquefois à une criniére hériſſée. Elle alloit depuis les extrémités du Sud-Oueſt, en paſſant par le Nord, juqu'à l'Eſt, ne laiſſant qu'une petite portion de l'horiſon vers le Sud & le Sud-Eſt, ſans lumiére, ou ſans fumée. Elle étoit fort occidentale, & c'étoit auſſi vers l'Occident qu'étoient les plus grands, & la plus grande quantité de rayons ou de colomnes. On y remarquoit en même-temps de gros bouillons, ou des ondes, qui me firent penſer à un guéret chargé d'épis agités par le vent. A 11$^h\frac{1}{4}$, elle étoit diminuée, à 11$^h\frac{1}{2}$ encore davantage, & bien-tôt après tout l'incendie ſembloit s'éteindre, mais à minuit elle reprit de nouvelles forces, qui furent cependant de peu de durée.

Il y eut un moment vers les 11^h, où un rayon, le plus grand de tous, s'éleva dans la même direction préciſément que la ligne ſur laquelle étoient les Planetes de Jupiter & de Mars, en les raſant vers la droite ou le Nord, & les laiſſant à gauche vers le Midi, à la diſtance d'environ un degré.

Il y eut auſſi aſſés long-temps vers le Nord un nuage briſé en pluſieurs endroits, ou pommelé, & noir comme de l'encre. Il tenoit la place du ſegment obſcur ordinaire, & il ne monta jamais qu'à 15 ou 20 degrés au-deſſus de l'horiſon.

Toute la clarté de cette Aurore Boréale étoit aſſés opaque, & un peu verdâtre.

En *Juillet*. Le 12, étant à la campagne*, vers les 9$^h\frac{3}{4}$, un peu avant le lever de la Lune, j'ai remarqué un nuage

* *A Meudon.*

obſcur du côté du Nord, avec beaucoup de clarté par-deſſus, que je crois être une Aurore Boréale *Tranquille*, laquelle a diſparu vers les 11^h, au clair de la Lune, qui étoit pleine quatre jours auparavant.

Le 17, le 29 & le 30, il n'y a eu que de ſimples ſoupçons d'Aurore Boréale.

En *Août*. Le 12, le 14, le 15, le 16 & le 19, apparences d'Aurore Boréale. Celle du 19 m'a ſemblé un peu plus décidée, & je crois qu'on la peut compter pour telle.

Le 21, à 8^h du ſoir, il y avoit dans le Ciel de grandes traînées en côte de melon, dont les deux extrémités alloient aboutir au Nord-Eſt d'un côté, & au Sud-Oueſt de l'autre, & dont la tranſparence, & la durée, m'ont rendu attentif ſur l'Aurore Boréale, qui cependant n'a point paru.

Le 22 nous fournit une Aurore Boréale remarquable. Elle s'eſt manifeſtée dès les 8$^h \frac{1}{2}$, ou 8$^h \frac{3}{4}$, par une lumiére aſſés vive du côté du Nord-Nord-Oueſt, interrompuë & entrecoupée auprès de l'horiſon par pluſieurs nuages fort obſcurs. Je ne pus juger ſi c'étoient en effet de vrais nuages, ou des parties fumeuſes du Phénomene, parce que je ne voyois point d'Etoiles à travers.

A 9, 9$\frac{1}{2}$ & 10 heures, c'étoit encore à peu-près la même apparence, une Aurore Boréale tranquille, parſemée de parties obſcures près de l'horiſon; mais ſa clarté avoit conſidérablement augmenté de denſité, quoique ſa hauteur fût preſque la même.

Enfin à 10 heures $\frac{1}{2}$, toutes les parties obſcures ſe trouverent réunies ſur l'horiſon en forme de ſegment, comme il arrive d'ordinaire, & bordées d'une bande de lumiére fort vive, blanche, un peu verdâtre, tirant ſur le celadon. Le milieu ou le ſommet de l'arc obſcur me parut répondre ſous les deux Etoiles de la ſeconde grandeur de la poitrine de la *grande Ourſe* (α & β), & décliner au couchant d'environ 20 degrés. Sa hauteur étoit de 10 à 11 degrés, à peu-près égale à la diſtance de l'Etoile α à l'Etoile δ de la même conſtellation, & ſon amplitude d'environ 100 degrés, ce que je

jugeai encore, parce qu'il se terminoit vers l'Occident, un peu au de-là du vertical qui passoit par l'Etoile du Bouvier *(Arcturus)*.

Comme je recueillois ces dimensions, je vis ébrécher le bord du segment obscur vers l'Occident, & il en sortit bientôt un jet de lumiére d'environ 2 degrés de largeur, qui monta à 25 ou 30 degrés vers le Zénit. Celui-ci n'étoit pas fini, qu'il en naquit promptement & successivement trois autres, selon la longueur de l'arc, en allant vers le levant, & à distances à peu-près égales; ils étoient fouétés à leur extrémité d'une teinte de rouge très-légere. Il y en eut encore quelques-uns pendant trois ou quatre minutes; mais le Phénomene ne parut plus faire dans la suite que diminuer & s'affoiblir, de sorte qu'à 11 heures, où je cessai de l'observer, le segment obscur n'avoit guere que 3 ou 4 degrés de hauteur, & 70 ou 80 de longueur. Tout étoit donc tranquille, & sembloit tirer sur sa fin; mais j'ai sçû qu'on l'avoit vûë encore après minuit. M.rs *Cassini* & *Maraldi* m'ont dit aussi avoir vû la Lumiére au Midi, vers les 8 $\frac{1}{2}$ ou 9 heures, avec une colomne ou bande Zodiacale qui passoit par les Etoiles du *Cheval*. Le temps avoit été assés beau toute la journée, mais un peu variable, avec un vent d'Ouest.

Le 30, j'ai appris de M. *du Fay* qu'il y avoit eu ce jour-là, vers le minuit, une Aurore Boréale, qui consistoit en une grande clarté vers le Nord, & une colomne ou bande colorée de la largeur de deux ou trois fois le disque du Soleil; elle s'élevoit du couchant vers le Zénit, & passoit au de-là vers le levant. Elle étoit tout-à-fait séparée de la Lumiére du Nord.

En *Septembre*. M. *Buache*, de cette Académie, m'a donné la figure & la note d'une Aurore Boréale à jets de lumiére qu'il a observée le 1 de ce mois à 10 heures, je ne m'étois pas avisé d'y regarder, le Ciel étant couvert de gros nuages à 7, 8 & 9 heures du soir, avec une grande pluye, & des tonnerres. Le vent étoit Nord, & le Barometre avoit été dans la journée à 28 pouces. La Lune étoit sur l'horison, & avoit 12 jours.

Le 5, l'Aurore Boréale reparoît. Ce même jour m'étant trouvé, par hazard, ſur pied à 4 heures du matin, j'ai été regarder le levant, le Ciel étant beau & ſerein, pour voir ſi la Lumiére Zodiacale paroiſſoit, & je l'y ai vûë grande, brillante, & fort denſe vers ſa baſe, mais très-mal terminée. C'eſt ſans doute à cauſe de cette même denſité qui en effaçoit les extrémités, & auſſi parce que le crépuſcule devoit avoir déja une demi-heure.

Le 10, l'Aurore Boréale commence à paroître foiblement vers les 8 ½ ou 9 heures du ſoir, mais elle eſt bien-tôt effacée par le lever de la Lune.

Le 11, elle eſt plus marquée, & l'on y apperçoit quelques rayons vers les 11 heures ½.

Le 16, je remarque la même bande du levant au couchant, dont il a été parlé déja pluſieurs fois ci-deſſus, & à laquelle il s'en eſt joint pluſieurs autres à peu-près ſous la forme du 21 *Août*. Ce qui a duré, avec divers changements, depuis 6 heures ½ du ſoir juſqu'à près de 9 heures. La premiére de ces bandes m'a toûjours paru moins changeante que les autres. Elle avoit, ce me ſemble auſſi, un petit mouvement vers le Nord, où l'on voyoit en même temps au deſſous de la *grande Ourſe,* depuis la derniére Etoile de ſa queuë, juſqu'à ſa *poitrine* incluſivement, un amas de fumée légere; cette fumée s'eſt rangée en arc aſſés bien formé vers les 9 heures ½; cet arc a duré près d'une heure, & il pouvoit avoir à ſon ſommet 9 à 10 degrés de hauteur ſur l'horiſon. Il m'a paru enfin ſe confondre avec les vapeurs de l'horiſon.

Ces derniéres obſervations, depuis le 7 de Septembre, de même que toutes celles qui ſuivent, juſqu'au commencement de Novembre, ont été faites à la campagne, & à un Ciel très-découvert.*

Le 19, le 20 & le 21, l'Aurore Boréale a paru. L'Apparition du 21 a eu ceci de remarquable, que la Lumiére du Nord, & qui bordoit l'horiſon, étoit interrompuë par cinq petits nuages fumeux, en forme de colomnes de 10 à 12 degrés de longueur, ſur 4 à 5 de largeur; ils étoient élevés par

* *Pour la plûpart à Breuillepont, Diœceſe d'Evreux, entre Pacy & Ivry.*

par leur bout inférieur, de 5 à 6 degrés sur l'horison, au-dessous duquel ils concouroient, & étoient divergents comme vers un centre. Je les ai apperçûs un peu après 8^h ; ils se sont soûtenus à la même place, & sans varier sensiblement de grandeur, une demi-heure ou trois quarts d'heure : après quoi ils se sont comme fondus peu à peu dans la Lumiére septentrionale, qui étoit encore assés forte à 11^h. Le temps avoit été sombre & pluvieux dans la journée, mais il étoit devenu très-beau & très-serein à 8 heures.

Le 26, petite Aurore Boréale avec quelques rayons, après une pluye qui a duré tout le jour.

Le 27, autre petite Aurore Boréale, de peu de durée, mais que je ne crois pas équivoque.

En *Octobre*. Comme ce mois a été celui de l'année où il y a eu le plus d'Aurores Boréales, & les mieux marquées, ainsi qu'il l'est communément, j'abrégerai encore ici plus que partout ailleurs les descriptions que j'en ai retenuës, & je me contenterai d'indiquer ou de désigner les apparitions de ce Phénomene qui n'auront rien eu de particulier.

Le 1, le 2 & le 3, il y a eu des marques d'Aurore Boréale par le segment fumeux, & bien terminé en Arc, vers le Nord, tout le reste du Ciel étant fort clair ; mais la Lune qui approchoit de son plein, lequel devoit arriver le 4, a rendu ces marques moins apparentes, & a presque entiérement effacé la lumiére de ces Phénomenes.

Le 5, l'Aurore Boréale, à jets, & à vibrations de lumiére, est remarquable, en ce qu'elle paroît dès les $6^h \frac{1}{2}$ du soir, une heure avant la fin du Crépuscule, & la Lune étant sur l'horison quasi pleine. Le Ciel étoit clair & serein, & l'avoit été toute la journée, avec le plus beau coucher de Soleil, le plus pur, & le plus dégagé de nuages & de vapeurs, que j'en aye vû de l'année. D'abord la Lune étant peu élevée sur l'horison, c'étoit le Crépuscule qui nuisoit davantage ; mais celui-ci diminuant toûjours, & la Lune montant de plus en plus, elle l'a bien-tôt emporté, & elle a éteint enfin la lumiére de l'Aurore Boréale, dont il ne restoit presque plus de vestige

à $9^h \frac{1}{2}$. J'ai conſidéré avec plaiſir cette eſpece de combat, & cette alternative entre la grandeur ou la force du Phénomene, & la clarté de la Lune. Cependant le ſegment obſcur bordé de blanc a toûjours ſubſiſté, du moins ſubſiſtoit-il encore à $11^h \frac{1}{2}$, & à minuit, mais les jets de lumiére qui étoient d'abord fort grands, & qui paſſoient au de-là du Zénit ont diminué promptement, les ondulations & les vibrations de lumiére ont été encore plus courtes, & n'ont pas duré un demi-quart d'heure. Le plus beau moment avoit été à $6^h 55'$. Ces grands Phénomenes ſont ordinairement accompagnés de diverſes couleurs fort vives, mais il n'y avoit preſque jamais que du blanc dans celui-ci, avec un peu de celadon aux trouées du ſegment fumeux d'où s'élevoient les jets, & un couleur de roſe encore plus léger, & plus lavé à l'extrémité de ces jets. J'ai jugé la hauteur du ſommet du limbe éclairé, qui bordoit le ſegment obſcur, de 25 à 26 degrés ſur l'horiſon, parce que la portion qui répondoit ſous l'Etoile Polaire partageoit ſenſiblement l'Arc de l'Azimuth ou du Méridien, compris entre cette étoile & l'horiſon en deux parties égales. L'Amplitude en a été toûjours fort incertaine, de 100 ou 110 degrés. Cet Arc & ce ſegment ont été longtemps invariables, mais de 10 heures juſqu'à $11 \frac{1}{2}$, *ils ont* baiſſé de 7 à 8 degrés. La déclinaiſon occidentale qui étoit au commencement de 10 à 12°, s'étoit auſſi réduite alors à environ 7 degrés. Je paſſe ſous ſilence quelques autres accidents de ce Phénomene, dont j'ai mes regiſtres chargés dans un plus grand détail.

Le 6, Aurore Boréale à jets de lumiére, plus courte & moins conſidérable que la précédente.

Le 14, Aurore Boréale, qui ne ſe montre que par repriſes, à cauſe du temps couvert & pluvieux.

Le 15 & le 16, elle eſt plus viſible. J'ai remarqué dans la derniére à $8^h \frac{3}{4}$, deux ou trois petits éclairs fort vifs, & fort iſolés qui ſont partis du ſegment fumeux, au-deſſous de l'Etoile γ de la *grande Ourſe*, & qui m'ont paru cependant tenir beaucoup plus des éclairs ordinaires ou Météores, que

de ceux que j'ai obſervés quelquefois dans l'Aurore Boréale.

Le 17, à $8^{h}\frac{3}{4}$, l'Aurore Boréale paroît, petite, *Tranquille*, mais très-bien formée au-deſſus du ſegment obſcur.

Le 18, malgré le temps affreux qu'il a fait toute la journée, & qui dure encore le ſoir, pluye, vent de Tempête Sud-Sud-Oueſt, & le Ciel très-couvert, l'Aurore Boréale ne laiſſe pas de ſe montrer, à $9^{h}\frac{1}{2}$ du ſoir, par des nuages blancheâtres, & même par quelques rayons. Je crois qu'elle ſeroit très-grande ſans ces obſtacles.

Le 20, elle ſe montre encore dans des circonſtances de temps peu favorables; mais elle eſt moins marquée que la précédente.

Le 22, c'eſt une Aurore Boréale tranquille, ſans ſegment obſcur, mais dont la lumiére eſt entre-coupée de floccons de nuage fumeux aſſés particuliers. J'en ai retenu la Figure.

Le 23, le Phénomene paroît encore.

Le 24, il ſe montre avec un peu de pluye.

Le 25 & le 26, il eſt marqué par la clarté ſeptentrionale, mais la Lune qui eſt forte le diſſipe en partie.

En *Novembre*. J'apprends qu'il y a eu le 4 ou le 5, & le 9, des Aurores Boréales qui ont été vûës après minuit.

Le 12, je n'ai vû que des ſignes équivoques du Phénomene; mais j'apprends par une Lettre de M. *Horrebow* écrite de Coppenhague, que le Phénomene y a paru ce jour-là avec des circonſtances dignes de remarque, & qu'il a fort bien décrites.

En *Décembre*. Je n'ai lieu de croire que l'Aurore Boréale ait paru ici dans ce mois que le 4 & le 13, encore la Lune qui étoit forte m'a-t-elle empêché de m'en bien aſſûrer.

Année 1733.

En *Janvier*. Je n'ai vû des apparences de l'Aurore Boréale que le 19, j'ai trouvé même qu'elles ſe confondoient avec celles de la Lumiére Zodiacale, & avec de ces grandes traînées diſpoſées en côte de melon, qui vont du Sud-Oueſt au Nord-Eſt, à peu-près comme le 21 Août dernier.

En *Février*. L'Aurore Boréale paroît le 14 & le 16; mais fumeuſe & informe. Le 14 ce fut peu de temps après la Lumiére Zodiacale, qui étoit à $7^h \frac{3}{4}$ très-brillante, & aſſés bien terminée : elle occupoit 25 à 30 degrés ſur l'horiſon, elle paſſoit par ſa pointe au-deſſus des Etoiles de la tête du *Bélier*, des *Pleïades*, & atteignoit quaſi juſqu'à l'*œil du Taureau* : ce qui lui donne une centaine de degrés de longueur par rapport au lieu actuel du Soleil. Le temps étoit beau, après avoir été ſombre & couvert juſqu'à 4 ou 5^h, & après pluſieurs jours de pluye. Le Barometre à 27 pouc. 11 lignes.

En *Mars*. Le 8, la Lumiére Zodiacale paroît, & elle eſt, à mon avis, ſuivie d'une Aurore Boréale indéciſe, & mal terminée.

Le 9 & le 13, les mêmes phénomenes, la Lumiére Zodiacale ſuivie de l'Aurore Boréale.

En *Avril*. Le 2, Aurore Boréale vers le Nord & Nord-Oueſt, baſſe & irréguliére.

Le 4, la Lumiére Zodiacale paroît vers les $8^h \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{4}$; elle s'étend juſqu'aux Etoiles des *Gemeaux*, c'eſt-à-dire, environ 90 degrés. L'Aurore Boréale ſe mêle avec elle, & dure juſques vers les 11^h informe.

Les 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12 & 13, Aurores Boréales informes, & preſque toutes mêlées avec la Lumiére Zodiacale. Je ne compte véritablement que celles du 8, du 9 & du 12, à cauſe de pluſieurs circonſtances dont je ſupprime ici le détail.

Le 18, l'Aurore Boréale eſt plus décidée, & mieux marquée.

En *Mai*. Le 6 & le 9, j'ai apperçû à 11^h, une grande clarté vers le Nord & Nord-Oueſt, qui ne pouvoit avoir d'autre cauſe que l'Aurore Boréale.

Le 14, j'apprends qu'on a vû ce jour-là autour du Soleil pluſieurs arcs blancheâtres.

Le 16, j'ai été averti à $11^h \frac{1}{2}$ que l'Aurole Boréale paroiſſoit, & je l'ai trouvée en effet très-viſible, & très-bien formée, avec des jets de lumiére verdâtres; mais elle étoit

peu élevée, &, à mon avis, ſur ſes fins. Cependant M. *du Fay* l'a encore remarquée vers le minuit, avec un concours de bandes ou de rayons vers le Sud. La Lune qui avoit été ſur l'horiſon juſqu'à plus de $10^h \frac{1}{2}$ a été cauſe, ſans doute, que cette Aurore Boréale n'a pas été plûtôt remarquée.

En *Juin.* Le 20, à minuit, le Ciel étant par-tout ailleurs clair & ſerein, il y a vers le Nord un ſegment de cercle obſcur bordé de lumiére, qui ne peut être, ce me ſemble, attribué qu'à l'Aurore Boréale.

En *Juillet.* Le 7, Aurore Boréale bien marquée, à jets de lumiére.

Le 8, le 9 & le 10, Aurores Boréales informes, vagues & indéterminées; celle du 9 eſt la plus marquée.

Le 13 & le 14, je vois ſur l'horiſon, vers le couchant, après l'heure du crépuſcule du ſoir, une lumiére rougeâtre, étenduë ſur l'horiſon, mal terminée, & préciſément à la place où doit ſe trouver la Lumiére Zodiacale dans cette ſaiſon.

Le 15, vers les 11 heures, le Nord eſt chargé d'une vapeur fumeuſe éclairée au deſſus, qui tient beaucoup de l'Aurore Boréale.

Le 21, j'apprends de M. *Grandjean* que de 11^h à minuit il y a eu une Aurore Boréale à jets de lumiére.

Le 22, M. *de Maupertuis* m'a dit avoir vû de 11 à 12 heures une bande obſcure fort ſinguliére, étenduë ſur le Zodiaque, à travers laquelle on voyoit fort bien les Etoiles. Le reſte du Ciel étoit clair & ſerein, & il ne croit pas, non plus que quelques autres perſonnes qui étoient avec lui, que ce Phénomene fût cauſé par des nuages ordinaires.

En *Août.* Le 3, le temps ayant été beau tout le jour, quoique mêlé de quelques nuages de peu de durée, avec un beau coucher du Soleil, j'ai remarqué à 8 heures du ſoir vers l'Orient, d'aſſés grands pelotons de nuages bien arrondis, dont la partie ſupérieure étoit d'un blanc à éblouir, & beaucoup plus éclatant que celui de pluſieurs autres nuages pareils qui ſe trouvoient vers le couchant, & près du Zénit, quoique tous ceux-ci fuſſent expoſés à une lumiére du crépuſcule beaucoup

plus forte. Cette apparence m'a donné de l'attention pour le reste de la soirée, où de semblables nuages blancs par leur partie supérieure ont continué de paroître, & de maniére à me faire juger que le crépuscule n'en pouvoit être la cause, non plus que la Lune qui ne devoit se lever qu'après $11^h \frac{1}{4}$. Enfin à $10^h \frac{1}{2}$ j'ai vû le Nord couvert près de l'horison, du brouillard fumeux qui a coûtume d'annoncer l'Aurore Boréale ; toute la partie au dessus est devenuë peu de temps après lumineuse & rougeâtre ; ce qui a fait en tout une petite Aurore Boréale *Tranquille* & *Horisontale*.

Le 4 à 11 heures, plusieurs bandes claires qui concourent vers le couchant au dessous de l'Etoile du Bouvier.

Le 5, grandes dispositions à l'Aurore Boréale, d'où il ne résulte rien que de vague, & d'informe.

Le 6, mêmes apparences qu'hier, qui semblent se déterminer un peu plus vers le Nord, de $9^h \frac{1}{2}$ jusqu'à 11 heures, où j'ai cessé de les observer. Mais j'apprends par une Lettre de M. le Comte de *Plelo,* que l'Aurore Boréale a paru fort belle ce même soir à Coppenhague, après minuit.

Le 7, Aurore Boréale à jets de lumiére; elle ne s'est montrée que vers les 11 heures. Il sembloit à $11^h \frac{1}{2}$ qu'elle s'alloit éteindre; mais M. *Buache,* qui l'a observée, m'assûre qu'elle s'est renouvellée après minuit, & qu'elle a duré jusqu'à 2 heures. M. *de Maupertuis* a encore vû ce même soir de 9^h à $9 \frac{1}{2}$, une bande lumineuse qui s'étendoit sur le Zodiaque étoilé, & qui alloit de l'horison vers les constellations du *Scorpion,* du *Sagittaire,* & au de-là. Le lieu, l'heure, & la saison, rendent ce Phénomene douteux entre la Lumiére Zodiacale fort étenduë, & mal terminée, & les bandes Zodiacales dont il a été déja parlé plusieurs fois ci-dessus.

Le 8, grandes dispositions à l'Aurore Boréale, qui deviennent équivoques, par le temps peu favorable; éclairs qui se confondent avec la lumiére de l'horison, & qui ont été suivis de Tonnerre quelques heures après.

Le 9, mêmes dispositions, & mêmes obstacles de 9 heures jusqu'à 10 ; mais depuis 10 jusqu'à $10 \frac{1}{2}$ je ne crois pas qu'il

y ait d'équivoque, & l'Aurore Boréale paroît sensiblement.

Le 14, petite Aurore Boréale, bien marquée, qui a commencé à 9^h, & qui duroit encore à 11. Il y a eu quelques éclairs vers l'Orient qui m'ont paru douteux entre les effets de ce Phénomene, ou du Météore.

Le 17, il y a une Aurore Boréale qui ne se rend bien visible qu'après minuit, à cause de la Lune, & des circonstances du temps.

Le 28, la Lune paroît avec une *Halo* blancheâtre.

Le 29, l'Aurore Boréale paroît à plusieurs marques qui ne sont pas équivoques, malgré la pluye, & plusieurs autres circonstances peu favorables.

En *Septembre.* Il y a eu le 2, le 3, & dans quelques autres jours de ce mois, des signes du Phénomene, que je crois pouvoir appeller de la matiére Boréale répanduë dans l'Atmosphere.

Le 6, l'Aurore Boréale se montre par une grande lumiére vers le Nord depuis 9 heures jusqu'à minuit, sans rayons.

Le lendemain, ou peu de jours après, il y a eu une petite Aurore Boréale horisontale, où j'ai oublié d'écrire le quantiéme du mois.

Le 27, il paroît, de 8^h à 8 ½, une petite Aurore Boréale fort basse, qui est remarquable par la figure triangulaire, ou conique, que prend la matiére fumeuse du Nord auprès de l'horison, & par la maniére dont la clarté du Phénomene est couchée auprès de ses bords. J'en ai retenu la Figure. *A Breuillepont.*

En *Octobre.* Le 2 & le 3, Aurores Boréales *Tranquilles.*

Le 4, Aurore Boréale assés grande, bien terminée depuis 7^h ½ jusqu'à 8, mais qui s'est renduë fort confuse en augmentant ; au lieu de jets de lumiére, il y avoit des especes de colomnes fumeuses qui partoient du segment obscur, & qui formoient la patte d'oye. Si elles eussent été un peu plus serrées, & en plus grand nombre, elles auroient représenté les creneaux, ou la bande crénelée qui parut dans un moment de l'Aurore Boréale du 19 Octobre 1726. Le temps qui est devenu sombre, a aussi beaucoup contribué à rendre celle-ci

informe ; elle se montroit encore de temps en temps de 11h à minuit. Dans sa plus grande régularité, je veux dire de 7h ½ à 8 heures, le milieu de l'Arc atteignoit aux Etoiles de la *grande Ourse*, & pouvoit avoir 18 à 20 degrés de hauteur sur l'horison. Il ne déclinoit à l'Occident que de 3 ou 4°, ce qui est assés rare pour mériter d'être remarqué.

Le 5, le Phénomene reparoît comme hier, mais plus bas & plus étendu sur l'horison. Il a été accompagné d'une espece d'arc ou de segment qui a paru quelquefois vers l'Orient, tirant vers le Midi, & qui sembloit symmétriser avec l'Occident.

Les 7, 8 & 9, Aurores Boréales peu considérables, tant par elles-mêmes que par les circonstances du temps qui sont obstacle à leur apparition.

Le 10, Aurore Boréale très-remarquable. Je n'en ai jamais vû de mieux formée, & où le segment obscur & l'arc fussent plus réguliérement circulaires, & mieux tranchés. J'ai commencé d'en appercevoir les traces à 6h ½, le temps étant très-serein, & le crépuscule encore dans toute sa force. A 7h le segment & l'arc ou limbe lumineux étoient formés, comme je viens de dire, avec une netteté extraordinaire. J'ai soigneusement remarqué à quelles Etoiles répondoient toutes ses parties ; le sommet du segment obscur alloit à environ le milieu de la distance de l'horison à l'Etoile β de la *grande Ourse*, & pouvoit avoir 10 à 11 degrés de hauteur sur l'horison ; sa jambe occidentale n'alloit pas tout-à-fait à l'Azimuth du lieu où étoit alors l'Etoile *Arcturus*, ce que j'ai évalué à environ 72 ou 73 degrés d'amplitude depuis le Nord. La jambe orientale passoit au de-là de l'Etoile de la *Chevre*, & demeuroit en deçà de celles de la *tête de Méduse*, c'est-à-dire, à environ 50 degrés, à compter de même depuis le Nord ; ce qui donne 122 ou 123 degrés d'Amplitude totale, & environ 11 degrés de déclinaison vers l'Occident. Le limbe lumineux qui bordoit le segment obscur, lui étant par-tout sensiblement parallele ou concentrique, partageoit en deux parties égales, l'espace compris entre ce segment & l'Etoile β de la *grande Ourse*, de sorte que son sommet pouvoit avoir

15 à 16 degrés de hauteur. A $7^h \frac{1}{2}$ a paru un ſecond Arc lumineux, mais plus foible, rompu par ſon milieu, large de même de 5 à 6 degrés, & écarté du précédent à peu-près de toute ſa largeur. Il n'a guere duré qu'un quart d'heure; mais il a reparu dans la ſuite plus d'une fois, pour quelques inſtants. Le Phénomene a pris diverſes formes, depuis 8 heures juſqu'à près de minuit, dont j'ai retenu la note, mais dont je crois qu'il ſeroit inutile de rapporter ici le détail.

Les 15, 16, 28, 30 & 31, il y a de la lumiére vers le Nord, mais les circonſtances du temps, & du clair de la Lune, m'empêchent d'en rien dire de poſitif.

En *Novembre*. Le 7, Aurore Boréale qui eſt tout-à-fait déclarée à $10^h \frac{1}{2}$ ou 11^h, après avoir été un peu douteuſe depuis $6^h \frac{3}{4}$ juſques-là. La matiére qui la compoſe eſt plus opaque qu'à l'ordinaire; pluſieurs Etoiles en ſont obſcurcies. *A Paris.*

Le 8, apparences de l'Aurore Boréale, matiére claire & fumeuſe répanduë dans l'Atmoſphere.

Le 12, Aurore Boréale qui paroît à 10 & 11 heures, baſſe, mais aſſés bien terminée dans ſon ſegment obſcur & ſon Arc lumineux. J'avois remarqué un peu après le coucher du Soleil, que tout le Ciel étoit peint d'un rouge couleur de feu mêlé de verd celadon, dont l'effet étoit extrêmement beau; quelque temps après, & un peu avant la fin du crépuſcule, les grandes bandes à côte de melon du Nord-Oueſt au Sud-Eſt ſe trouverent répanduës preſque dans tout le Ciel, comme le 21 Août de l'année derniére, mais beaucoup moins réguliérement. La Lune en étoit ternie comme par un léger brouillard. Je rapporte toutes ces circonſtances, les Couronnes autour de la Lune, & quelques autres, non comme étant des ſignes du Phénomene, ou n'en étant pas; mais parce que ne ſçachant point en effet ce qu'il en faut penſer, je crois, en attendant, qu'il n'y a rien de mieux à faire que de les obſerver.

Le 13, Ciel pareil au précédent, ſuivi d'un veſtige de Lumiére Boréale près de l'horiſon.

Le 23, Aurore Boréale *Occidentale* qui ſe manifeſte par une grande clarté ſur l'horiſon, depuis le Sud-Oueſt juſqu'au

Nord-Nord-Oueſt, & au de-là. La Lune & le mauvais temps l'effacent bien-tôt, & ce temps dégénere en un vent de tempête Sud, ou Sud-Oueſt, qui dure une grande partie de la nuit.

Le 24, le Phénomene paroît comme hier, & ſe trouve effacé par la Lune, qui étoit dans ſon plein trois jours auparavant.

En *Décembre.* Le 8, depuis 7 heures juſqu'à $8^h \frac{1}{2}$, le Ciel eſt parſemé de quantité de nuages, parmi leſquels il y en a pluſieurs du caractere de ceux qui annoncent, ou qui ſuivent l'Aurore Boréale, clairs, blancs & verdâtres par leur partie ſupérieure; & il y en a plus de ceux-ci du côté du Nord, Nord-Oueſt & Nord-Eſt que par tout ailleurs. Les uns cachent les Etoiles, & les autres les laiſſent paroître. Enfin le Ciel ſe couvre entiérement juſques vers les $9^h \frac{1}{2}$, où il devient aſſés clair par repriſes dans un grand eſpace autour du Zénit, toute la partie d'auprès de l'horiſon demeurant obſcure. J'ai apperçû alors à toutes ces repriſes de clarté, & dans les intervalles changeants & ſucceſſifs où brilloient les Etoiles entre des pelotons de nuages, une grande piéce d'Arc ou de Zone blancheâtre tirant ſur le citrin, & qui par ſa conſtance & ſon immobilité m'a paru digne de remarque. Elle étoit un peu concave vers le Sud, & convexe vers le Nord. Elle paſſoit par la tête du *Taureau,* & venoit de-là vers celle du *Bélier,* entre les Etoiles de laquelle elle s'étendoit, juſqu'à celles de la queuë du *Poiſſon Boréal.* Elle ſe confondoit enſuite dans des brouillards qui montoient vers le Zénit, & qui l'ont enfin tout-à-fait dérobée à mes yeux un peu avant 10^h. Ayant mis un moment après le Globe céleſte dans la ſituation où étoit alors le Ciel, je trouve que cette bande pouvoit avoir à l'endroit le plus élevé, un peu vers l'Occident, près de la tête du *Bélier,* quelques 54 ou 55 degrés de hauteur ſur l'horiſon, par ſon bord inférieur, & 57 ou 58 par le ſupérieur, car j'ai jugé ſa largeur d'environ 3 degrés.

Le 9 & le 10, je vois, ce me ſemble, bien de la matiére Boréale répanduë dans l'Atmoſphere, mais les circonſtances du temps m'empêchent d'en rien conclure.

Le 27 & le 30, les marques du Phénomene ſont moins équivoques; le 30 ſur-tout il s'eſt montré par une lumiére rougeâtre fort vive du côté du Nord-Eſt, à la hauteur de 12 ou 15 degrés, laquelle faiſoit viſiblement partie d'un Arc Boréal, dont le reſte étoit caché par des brouillards.

Cette année 1733 a été moins féconde en grandes Aurores Boréales que la précédente 1732, & celle-ci beaucoup moins que 1731, laquelle a été très-remarquable dans ce genre, ſur-tout en Automne; comme on peut voir par les deſcriptions que j'en donnai alors, & qui ont été inſérées dans le volume des Mémoires de ladite année.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES A BEZIERS,

Depuis le commencement de 1725, juſqu'à la fin de 1733.

Communiquées à l'Académie

Par M. DE MAIRAN.

LEs Obſervations Météorologiques ſont des matériaux ſi néceſſaires à la Phyſique, qu'on ne ſçauroit trop les multiplier, ſur-tout lorſqu'elles ſont faites réciproquement en des lieux fort éloignés les uns des autres. Dans cette vûë, je propoſai en 1724 à M. *Bouillet*, Médecin, Secretaire de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Béziers, & dont le nom s'eſt fait connoître depuis long-temps dans le monde ſçavant, de donner ſes ſoins à ces ſortes d'obſervations, ou d'en charger quelqu'un de ſa Compagnie. C'eſt ce qui a été executé depuis 1725 incluſivement juſqu'en 1733; ſçavoir, les Obſervations du Chaud & du Froid, du poids de l'Air, ou des différentes hauteurs du Mercure dans le Barometre, par M. *Bouillet*, & celles de l'Eau de pluye par M. *Andoque* de la même Académie, & comme lui Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences. Ces derniéres Obſervations

n'ont été pouſſées que juſqu'à la fin de 1732, par des raiſons qu'il ſeroit inutile de rapporter : les autres vont, comme l'annonce le titre, juſqu'à la fin de 1733.

La ſituation du bas Languedoc, & de la Ville de Béziers, à l'une des extrémités méridionales de la France, peut fournir un terme de comparaiſon aſſés marqué, eu égard à Paris, qui n'eſt pas loin de ſes Provinces les plus ſeptentrionales. Cette comparaiſon ne ſçauroit manquer d'être utile, & de le devenir toûjours de plus en plus, pour la connoiſſance que nous devons tâcher d'acquérir de la température du Royaume dans ſes différentes parties. Il réſulte déja aſſés ſenſiblement de la quantité de pluye qui eſt tombée à Béziers pendant les huit années que nous donnons ici, qu'il pleut davantage à cette Ville qu'à Paris. Car en faiſant une ſomme totale des huit ſommes de la Table ſuivante, on trouve 129 pouces 7 lignes & $\frac{1}{2}$ d'eau, tandis qu'aux mêmes années, comme on le recueille de nos Mémoires, il n'en eſt tombé à Paris que 115 pouces 9 lignes. J'avouë que l'intervalle de huit années eſt trop court pour en tirer une conſéquence bien certaine ; mais du reſte il n'y auroit rien à cela d'extraordinaire, & ce ne ſeroit pas le ſeul exemple d'où l'on pourroit conclure qu'il pleut davantage dans les pays chauds que dans les pays froids ; peut-être par la même raiſon qu'en un même pays, à Paris par exemple, & dans la plûpart des contrées de la France, les plus grandes pluyes arrivent le plus ſouvent aux mois de Juillet & d'Août, qui ſont preſque toûjours les plus chauds de l'année.

A l'égard du chaud & du froid qu'il a fait à Béziers pendant les neuf années dont M. *Bouillet* m'a envoyé les Obſervations, je ne ſçaurois en faire la comparaiſon avec le chaud ou le froid de Paris, parce qu'elles ont été faites avec un Thermometre qui par ſa conſtruction & ſa graduation n'indique rien de fixe ni de connu. Mais j'eſpere remédier à ce défaut, tant pour le paſſé que pour l'avenir, en envoyant à M. *Bouillet* le Thermometre de M. *de Reaumur*, avec lequel il pourra confronter & qualifier les indications de celui dont il s'eſt ſervi.

Ses Obſervations du Barometre donnent, comme je m'en étois apperçu pendant le séjour que j'ai fait dans le même pays, les plus grandes hauteurs du Mercure toûjours plus petites de 1, 2, 3, & juſqu'à 4 lignes, qu'à Paris, & à peu-près les mêmes jours. Ces hauteurs ne paſſent pas 28 pouces 3 lignes juſqu'en 1733, où le Mercure fut à 28 pouces 4 lignes le 4 & le 5 Février. Le 5 du même mois, le 6, le 7 & le 8, il monta à Paris à 28 pouces 6 lignes, dans le temps de ces brouillards ſi extraordinaires qu'il fit cette année. Il avoit été 2 lignes plus haut en 1726, le 27 Décembre, ſçavoir à 28 pouces 8 lignes, n'ayant été en Languedoc, & le même jour, qu'à 28 pouces 3 lignes. L'on ſçait en général, que cette partie de notre Atmoſphere qui agit ſur le Barometre devient toûjours moins peſante à meſure que la latitude des lieux de l'obſervation eſt moindre, & qu'on approche davantage de l'Equateur. La ſomme des plus grandes hauteurs a été, pendant les neuf années dont il s'agit, à Béziers, 253 pouces 6 lign. $\frac{1}{2}$; à Paris 255 pouces 8 lign. $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire de 2 pouc. 2 lignes plus grande. Mais la ſomme des moindres hauteurs pendant ces mêmes années ayant été à Béziers à 244 pouc. 2 lign. n'a été ſurpaſſée par ſa ſemblable à Paris que de 2 lign. & par conſéquent la différence des plus grandes aux moindres hauteurs, ou la ſomme des variations du Barometre qui en réſulte, pendant les neuf ſuſdites années, étant à Paris de 11 pouc. 4 lign. $\frac{1}{2}$ ne ſe trouve à Béziers que de 9 pouc. 4 lign. $\frac{1}{2}$ conformément encore à ce que nous ſçavons d'ailleurs ſur ce ſujet, qu'en général, les variations du Barometre ſont renfermées dans des limites d'autant plus étroites, qu'on approche davantage de l'Equateur; comme on remarque auſſi que dans chaque pays elles ſont moindres en Eté & dans les temps chauds, qu'en Hiver & dans les temps froids.

J'ajoûte aux Obſervations dont je viens de parler, celle de l'Eclipſe de Lune du 20 Juin 1731, que j'avois oublié de remettre à l'Imprimerie en ſon temps. Elle a été faite dans la même Ville par les mêmes Obſervateurs, & auſſi par M. *de Clapiés*.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES

Depuis 1725 jusques

Pluye tombée en	1725.		1726.		1727.	
	pouces.	lignes.	pouces.	lignes.	pouces.	lignes.
JANVIER	0	1 ¾	1	10 ½	2	11 ½
FÉVRIER	1	0 ½	0	0 ¾	3	2 ½
MARS	4	11 ½	0	3 ¼	2	2
AVRIL	2	0 ½	2	11 ½	0	0 ½
MAI	0	6 ¾	2	3	0	4
JUIN	0	3	2	9 ½	3	3 ¼
JUILLET	0	1 ½	0	5 ¼	0	5 ¾
AOUST	0	5 ¾	0	0 ¼	0	8
SEPTEMBRE	0	1 ¼	2	2 ¼	2	6
OCTOBRE	1	3	0	0	0	7 ¼
NOVEMBRE	5	8	2	11 ½	1	10
DÉCEMBRE	0	4 ½	0	3 ½	2	9 ½
TOTAL	17p	0l	16p	1l ¾	20p	10l ¼
Plus grand chaud	21 Septembre.		12 Août.		27 Juillet.	
Plus grand froid	4 Février.		17, 18, 20, 21 Jan.		1 Decembre.	
Hauteur du Barometre	28p 2l ½ [3 Mars.		28p 3l {26 & 27 Decemb.		28p 2l [Nov.	
Bassesse du Barometre	27p 4l {3 Avril & 29 Octobre.		27p 3l [25 Janv.		27p 0l [31 Jan.	

FAITES A BEZIERS.

& compris 1732.

1728.			1729.			1730.			1731.			1732.		
pouces.	lignes.		pouces.	lignes.		pouces.	lignes.		pouces.	lignes.		pouces.	lignes.	
0	1		2	3	3/4	3	10		0	8		2	8	
1	8	3/4	0	0		0	1	1/2	0	11	1/2	1	3	
1	4	3/4	1	3	3/4	0	3	3/4	1	2		0	3	
2	9	1/2	0	6	3/4	0	0		1	8	1/2	1	2	
1	0	1/2	0	2	1/2	1	5	1/2	0	11		4	5	
1	6	3/4	0	5		0	2		0	5		0	7	
0	2	1/4	0	1	1/2	0	0	1/4	0	4		0	6	
0	0		0	7		0	0		0	7		1	6	1/2
0	2		0	7	3/4	1	4	1/2	0	0		0	5	1/2
3	9		1	1	1/2	1	8	1/2	0	6		0	5	
4	6	1/2	0	8	3/4	0	0		4	2		4	7	1/2
4	8	1/4	1	5	1/2	0	11		2	9	1/2	2	2	1/2
1P	11l	1/4	9P	5l	3/4	9P	11l		14P	2l	1/2	20P	1l	
Août. Decembre.			5 Juillet. 17 Janvier.			10 & 14 Août. 16, 18 & 19 Dec.			10 Juillet. 5 Février.			3 & 4 Août. 6 Janvier.		
[souvent.			28P 1l [31 Dec.			28P 1l 1/2 [Nov.			28P 2l 1/2 { 4 & 5 Janv.			28P 2l [23 Fevr.		
11l [30 Dec.			27P 3l [12 Janv.			27P 1l { 11 & 12 Mars & 16 Oct.			26P 8l [8 Févr.			27P 4l { 22 & 23 Mars.		

A l'égard des Obſervations du Thermometre & du Barometre, je vais non-ſeulement adjoûter celles de 1733, mais ſpécifier encore un peu mieux celles des années précédentes, après avoir fait remarquer que je me ſuis toûjours ſervi du même Thermometre & du même Barometre, mais que ces Inſtruments n'ont pas été toûjours placés au même endroit, à cauſe que j'ai changé trois fois de logement pendant cet intervalle.

Je dois auſſi avertir que mon Thermometre, quoique fait à Paris par le S.r Deville, me paroît un peu trop ſenſible. Il s'accorde aſſés bien avec beaucoup d'autres avec leſquels je l'ai comparé, à marquer le temperé au 48me, 49me ou 50me degré; mais il s'en écarte beaucoup dès qu'il eſt deſcendu au deſſous du 40me, ou qu'il eſt monté au deſſus du 60me degré, ce qui vient, ſans doute, principalement de la capacité de la boule qui doit être trop grande par rapport au diametre & à la hauteur du tuyau, & peut-être auſſi, en partie, de la liqueur qui eſt plus pure que celle des autres Thermometres. Quoique cette remarque ait été communiquée avec les Obſervations de 1725, on a crû qu'il ne ſeroit pas inutile de la repéter ici.

1725. Le plus grand froid du commencement de cette année eſt arrivé le 4 Février, le Thermometre expoſé ſur une fenêtre étant deſcendu le matin au 20me degré; & celui de la fin de l'année eſt arrivé le 7 & le 30 Décembre, le Thermometre marquant 22 degrés. Le plus grand chaud eſt arrivé le 21 Septembre, le Thermometre étant monté à 92 degrés ſur une fenêtre non expoſée au Soleil vers les 3 à 4 heures du ſoir.

1726. Le plus grand froid eſt arrivé les 17, 18, 20 & 21 Janvier, le Thermometre étant deſcendu au 5me degré. Et le plus grand chaud le 12 d'Août, le Thermometre étant monté à 96 degrés $\frac{1}{2}$.

1727.

1727. Le plus grand froid le 6 Février, le Thermometre étant à 16 degrés; & le 1er Décembre, le Thermometre étant à 18 degrés. Le plus grand chaud le 27 Juillet, le Thermometre étant monté à 89 degrés.

1728. Le plus grand froid le 13 Février, le Thermometre étant à 16 degrés ½; & le 29 Décembre, le Thermometre à 12 degrés. Le plus grand chaud le 19 d'Août, le Thermometre étant monté à 99 degrés.

1729. Le plus grand froid de cette année est arrivé le 17 Janvier, la liqueur du Thermometre n'étant qu'à 1 degré ½ au-dessus de la boule. Et le plus grand chaud le 5 Juillet, la liqueur du Thermometre étant montée au-dessus du 100me degré, & ayant été obligé de le retirer de sa place, de crainte qu'il ne crevât.

1730. Le commencement de cette année n'a pas été froid, le Thermometre n'étant pas descendu au-dessous de 28 degrés; il n'étoit pas même descendu si bas à la fin de l'année précédente. Le plus grand chaud est arrivé depuis le 10 jusqu'au 14 Juillet, le Thermometre étant monté à 93 degrés. Et le plus grand froid est arrivé le 16 Décembre, le Thermometre étant descendu à 11 degrés; & les 14, 18 & 19 du même mois, le Thermometre étant à 12 degrés.

1731. Le plus grand froid est arrivé le 5 Février, le Thermometre étant descendu à 5 degrés; & les 9 & 15 Décembre, le Thermometre étant à 19 deg. Le plus grand chaud est arrivé le 10 Juillet, le Thermometre étant monté à 93 degrés.

1732. Le plus grand froid le 6 Janvier, le Thermometre étant descendu à 13 degrés; & le 15 Décembre,

le Thermometre étant à 15 degrés. Le plus grand chaud les 3 & 4 d'Août, le Thermometre étant monté à 94 degrés.

1733. Le plus grand froid de cette année est arrivé le 29 Janvier, le Thermometre étant descendu à 24 deg. Et le plus grand chaud le 10 Juillet, le Thermometre étant monté à 98 degrés.

Toutes les observations du froid ont été faites le matin, & celles du chaud vers les 3 à 4 heures du soir.

On a déja envoyé les observations du Barometre, mais on ne laissera pas de rapporter encore ici sa plus grande & sa moindre hauteur chaque année.

		Hauteur du Barometre.	
1725.	Le 3 Mars	28p	2l ½
	Le 3 Avril, & le 29 Octobre	27	4
1726.	Le 26 & le 27 Décembre	28	3
	Le 25 Janvier	27	3
1727.	Le 19, le 29 & le 30 Novembre, & le 1er Décembre	28	2
	Le 31 Janvier	27	0
1728.	Souvent pendant l'année	28	0
	Le 30 Décembre	26	11
1729.	Le 31 Décembre	28	1
	Le 12 Janvier	27	3
1730.	Le 24 & le 25 Novembre	28	1 ½
	Le 11 & le 12 Mars, & le 16 Octob.	27	1
1731.	Le 4 & le 5 Janvier	28	2 ½
	Le 8 Février	26	8
1732.	Le 23 Février	28	2
	Le 22 & le 23 Mars	27	4

1733.	Le 4 & le 5 Février	28ᵖ	4ˡ
	Le 24 & le 25 Mars	27	4

D'où il résulte que la plus grande hauteur du Barometre dans l'intervalle de ces 9 années n'a pas passé 28 pouces 4 lignes, & que sa moindre hauteur n'a pas été au-dessous de 26 pouces 8 lign. & qu'ainsi l'étenduë de ses variations n'est pas allée au de-là de 1 pouce 8 lignes.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 20 Juin 1731.

LE 19 Juin 1731 au soir, nous nous rendîmes, M. de Clapiés, M. Astier & moi à la Tour de l'Evêché, où j'avois eu soin de regler exactement notre Pendule; & la Lune qui, peu de temps après minuit, avoit paru embrumée, nous parut à la vûë simple, entiérement éclipsée à $1^h\ 10'$ du matin 20me Juin, tant la pénombre étoit forte; mais après $1^h\ 17'$ nous ne doutâmes plus, même avec la Lunete de 7 pieds, du commencement de l'Eclipse, de sorte qu'il fut déterminé à cet instant-là, quoique nous soupçonnassions quelques secondes d'erreur. Toutes les autres phases furent déterminées exactement avec la même Lunete de 7 pieds.

Temps vrai.			
A 1^h	$17'$	$0''$	Commencement de l'Eclipse.
	33	46	L'ombre couvre Helicon.
	34	40	——— rase Platon.
	35	22	——— couvre Platon.
	43	5	——— au bord d'Hermes.
	44	45	——— couvre Hermes.
2	22	13	Platon entiérement hors de l'ombre.
	40	57	Fin de l'Eclipse.

Si de la fin de l'Eclipse, on retranche $1^h\ 24'\ 26''$ qui est la durée de l'Eclipse, selon le calcul de la Connoissance des Temps, on aura le commencement de l'Eclipse à Béziers

à 1h 16′ 31″, une demi-minute plûtôt qu'il n'avoit été déterminé ci-dessus.

Pendant cette Eclipse, M. de Clapiés qui avoit fait porter à la Tour son Quart-de-cercle fait par Langlois, observa le passage des cornes & de l'ombre par les fils, comme il suit.

A 1h	52′	46″	Premiére corne à l'horisontal.
	53	17	Milieu de l'ombre à l'horisontal.
	53	26	Derniére corne à l'horisontal.
	55	23	Premiére corne à l'oblique.
	56	13	Milieu de l'ombre à l'oblique.
	56	24	Premiére corne au vertical.
	57	1	Derniére corne à l'oblique.
	57	16	Milieu de l'ombre au vertical.
	58	0	Derniére corne au vertical.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES PENDANT L'ANNE'E M. DCCXXXIII.

Par M. MARALDI.

Observations sur la quantité de Pluye.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier	0	11	En Juillet	0	6
Février	0	$9\frac{1}{6}$	Août	0	9
Mars	1	$7\frac{1}{6}$	Septembre ...	0	3
Avril	0	$4\frac{2}{3}$	Octobre	0	$2\frac{1}{6}$
Mai	2	3	Novembre ...	0	$4\frac{2}{3}$
Juin	1	6	Décembre	0	3
	7	$5\frac{2}{6}$		2	$3\frac{5}{6}$

9 Janvier 1734.

Donc la quantité de la pluye tombée en 1733 à l'Observatoire est de 9 pouces 9 lignes $\frac{1}{6}$, ce qui marque une année séche par rapport à 17 pouces $\frac{1}{2}$ qu'on a établis pour une année commune.

La pluye tombée dans les six derniers mois n'est que de 2 pouces 3 lignes $\frac{5}{6}$, qui n'est pas le tiers de celle qui est tombée dans les six premiers mois, qui a été de 7 pouces 5 lignes $\frac{2}{6}$, & n'est que de $\frac{5}{6}$ de ligne plus grande que celle qui est tombée pendant le seul mois de Mai.

Observations sur le Thermometre.

Le Thermometre a marqué le plus grand froid de l'année 1733 le 31 de Janvier & le premier jour de Février, car la liqueur du Thermometre ordinaire descendit dans ces deux jours à 26 parties $\frac{1}{2}$, & celle du Thermometre de M. de Reaumur à 998 $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire, à 1 $\frac{3}{4}$ parties au dessous de

la congélation artificielle de l'eau par un temps serein & un vent de Nord-Est, ce qui marque un froid très-modéré.

Ces mêmes Thermometres ont marqué la plus grande chaleur de l'Eté le 7, le 8 & le 9 de Juillet, car la liqueur du premier est montée à 71 parties au lever du Soleil, & à 77 après-midi, & celle du second a été à 1022 parties, c'est-à-dire à 22 parties au dessus de la congélation de l'eau au lever du Soleil, & à 1026 après-midi.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la plus grande élévation du Mercure à 28 pouces 6 lignes le 5, le 6, le 7 & le 8 de Février par ces grands brouillards qu'il a fait au commencement de ce mois, & il a marqué la moindre élévation à 27 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ le 30 de Mars, & le 2 d'Avril par un temps couvert & un vent de Sud-Ouest foible.

On a eu cette année de grands Vents de Sud & de Sud-Ouest, & particuliérement dans les mois de Janvier, Mars & Décembre.

Déclinaison de l'Aiguille aimantée.

J'ai observé plusieurs fois, au commencement de Décembre, avec une Aiguille de 4 pouces, la déclinaison de l'Aimant, de 15° 45' au Nord-Ouest.

MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Academie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Fevrier 1706.

MÉMOIRE

Où l'on donne les raiſons pourquoi les Chevaux ne vomiſſent point.

Par M. LAMORIER.

CETTE queſtion fut propoſée il y a long-temps dans une Aſſemblée de la Société Royale des Sciences, elle me parut difficile, & peu intéreſſante, & je ne me ſuis déterminé à la réſoudre que parce que j'ai conſidéré que la connoiſſance des cauſes qui empêchent les Chevaux de vomir, pouvoit contribuer à établir les cauſes qui concourent au vomiſſement dans l'Homme.

Les Maréchaux les plus employés, & ceux qui fréquentent les Chevaux, conviennent qu'ils ne vomiſſent jamais naturellement, & que juſqu'ici on n'a trouvé aucun Remede qui excite en eux un véritable vomiſſement de matiéres alimenteuſes. Il eſt vrai qu'ils jettent par les nazeaux & par la bouche beaucoup de glaires, ſoit dans quelques maladies qui les attaquent, comme dans la gourme & dans le morfondement, ſoit que l'on ait injecté dans les nazeaux ou dans la bouche quelque breuvage âcre & piquant; mais ces matiéres glai-

reuſes ne viennent point de l'eſtomac, M. Solleyſel qui n'a pas conſidéré combien les glandes de la membrane pituitaire qui tapiſſe tous les ſinus de la baſe du Crâne, combien les glandes ſalivaires & celles qui environnent le Larinx & le Pharinx peuvent fournir d'humidités, a fait venir cette matiére de la gourme & du morfondement tantôt des Rognons, tantôt de la Rate.

Le Vin émétique donné à une certaine doſe, devient ſudorifique; mais ſi on s'aviſe de le donner à plus grande doſe, il ſurvient un battement des flancs, une chaleur ardente, le Cheval devient quelquefois fourbu, & ſouvent il meurt ſans qu'on ait pû le faire vomir.

Pour rendre raiſon de ce fait, je crus d'abord que les Chevaux n'ayant point de Veſicule de fiel, la bile ne pouvoit pas acquerir cette amertume qu'elle acquiert dans l'Homme & dans les animaux qui ont une Veſicule, & qu'elle ne pouvoit pas piquotter l'eſtomac pour aider le vomiſſement; mais ayant refléchi que le Perroquet & d'autres animaux vomiſſent ſans avoir de Veſicule du fiel, & que d'ailleurs la force des Emétiques devoit ſuppléer au défaut de l'amertume de la bile, j'abandonnai cette cauſe.

Je m'imaginai enſuite que les fibres de l'eſtomac des Chevaux ne devoient pas avoir la même force & le même reſſort que les fibres de l'eſtomac de l'Homme & des animaux qui vomiſſent; mais ayant examiné ces fibres, je les ai trouvées très-fortes & très-épaiſſes, elles ſeroient donc capables d'une ſuffiſante contraction pour exciter le vomiſſement, ſi elles pouvoient être aidées du ſecours du diaphragme & des muſcles du bas-ventre comme dans l'Homme.

C'eſt dans le défaut de ces deux forces qui concourent enſemble, & dans la découverte d'une Valvule placée à l'orifice ſupérieur de l'eſtomac, que j'établis la cauſe du phénomene que je traite; elle paroît du moins démontrée, comme on le verra par les obſervations ſuivantes. Je n'ai pas jugé à propos de donner ici le méchaniſme du Vomiſſement, cette matiére a été ſuffiſamment traitée. J'ai crû auſſi qu'il étoit inutile de faire

faire deſſiner les parties que j'ai examinées; outre qu'on peut les voir aiſément ſur l'original, la plûpart ſont très-bien gravées dans les Tables de Ruiny. On peut les voir auſſi dans l'Anatomie générale du Cheval, traduite nouvellement de l'Anglois par M. de Garſault, Capitaine du Haras du Roy.

Ma premiére obſervation fut faite par hazard ſur un petit Cheval qui fut forcé à une montée. Curieux de voir la cauſe de ſa mort preſque ſubite, j'aſſiſtai à ſon ouverture. Nous trouvâmes le Diaphragme fendu en long comme ſi on l'avoit déchiré; cet accident que l'on voit très-ſouvent dans les Chevaux qui périſſent après des efforts, de même que beaucoup d'hernies diaphragmatiques, démontrent la foibleſſe de leur diaphragme.

La ſeconde obſervation fut faite ſur un Cheval dont les viſceres étoient parfaitement ſains; les fauſſes côtes forment un grand cercle fort allongé du côté du ſternum, ce qui rend la région épigaſtrique très-grande, le grand boyau [a] ou colon occupe preſque tout le bas-ventre, il couvre le foye, & il s'applique contre une grande partie du diaphragme; le ligament ombilical eſt coudé & preſque en équerre, la longueur de ce ligament eſt double de l'eſpace compris depuis le nombril juſqu'au cartilage xyphoïde; on ne découvre le foye [b] qu'après avoir porté le grand boyau vers le bas du ventre, on voit alors l'eſtomac dont la ſituation eſt très-profonde, ce qui me fit penſer que ce viſcere ne pouvoit pas recevoir les compreſſions des muſcles du bas-ventre. Mon idée fut confirmée par une troiſiéme obſervation faite ſur un Cheval où je trouvai l'eſtomac entiérement rempli d'aliments, qui n'avoit pourtant paru qu'après avoir fait ôter le grand boyau; ayant examiné enſuite la diſtance de l'eſtomac juſqu'aux muſcles du bas-ventre, je vis qu'il s'en falloit près d'un pied que ces muſcles puſſent faire quelque preſſion ſur ce viſcere.

[a] *V. Ruiny, Pl. 33. ou M. de Garſault, Pl. 3.*

[b] *V. Ruiny, Pl. 30.*

Il étoit queſtion d'examiner ſi dans l'orifice ſupérieur il n'y avoit pas quelque eſpece de ſoûpape ou de valvule qui pût empêcher le retour des aliments dans l'œſophage. Je tirai l'eſtomac, où je laiſſai le duodenum & deux ou trois pans

d'œſophage ; une compreſſion aſſés forte ne put rien faire ſortir par l'orifice ſupérieur, mais ayant vuidé par le duodenum une partie des aliments groſſiers, je mis de l'eau dans l'eſtomac pour détremper le reſte, & l'ayant comprimé ſur un plan horiſontal, l'eau ſortit par l'orifice ſupérieur en moindre quantité véritablement que par le pilore, mais ayant relevé le fond & abaiſſé les orifices, l'eau ſortit alors en plus grande quantité par l'œſophage que par le duodenum. Je fis enſuite ſouffler l'eſtomac par l'orifice inférieur, pour voir ſi l'air pourroit être retenu, mais dès que ſes membranes furent un peu diſtenduës, l'air s'échappa par l'œſophage. Enfin j'ouvris l'eſtomac pour voir le dedans de l'orifice ſupérieur ; j'y découvris une Valvule qui alloit de devant en arriére, & qui pouvoit couvrir preſque les deux tiers du diametre de l'orifice. Je fus curieux de voir la figure de cette valvule dans l'état ſec, je fis ſouffler pluſieurs eſtomacs, que je fis ſécher, après les avoir liés dans l'œſophage & dans le duodenum, la valvule fut dans tous fort ſenſible, elle avoit la figure d'un croiſſant, & elle ne couvroit qu'environ le tiers de l'orifice, parce que dans l'état ſec il eſt plus diſtendu que dans l'état frais. On peut comparer cette valvule à un des panneaux de la valvule du colon humain, à la différence que dans celle-ci les deux panneaux dont elle eſt compoſée étant joints enſemble, elle empêche l'air & l'eau d'entrer du colon dans l'ileon, ce que ne fait point la valvule de l'orifice ſupérieur de l'eſtomac du Cheval.

Je n'ai pû étendre la découverte de cette valvule que ſur l'eſtomac de l'Ane & du Mulet, où je l'ai obſervée à peu de différence près ; peut-être la trouveroit-on auſſi dans le reſte des ſolidipedes, ſçavoir dans le Monoceros, dans l'Onager & dans l'Eléphant.

Je comparai enſuite la ſituation de l'eſtomac des Chevaux avec ceux de l'Homme & des animaux qui vomiſſent, je ne répéterai pas le détail exact de la ſituation particuliére de l'eſtomac de l'Homme que nous a donné le celebre M. Winſlow dans ſon expoſition anatomique du Corps humain, n'ayant beſoin que de la ſituation générale de ce viſcere. L'eſtomac

de l'Homme[a] qui est entiérement vuide, ne paroît à la vérité qu'après avoir tiré le colon un peu en bas, ou bien après avoir relevé un peu le bord antérieur du foye, mais si l'estomac[b] est plein, il paroît, dès que le péritoine est ouvert, sans toucher ni au foye ni au colon.

Dans les Chiens, dans les Chats, qui vomissent aisément, l'estomac est placé beaucoup plus près des muscles du bas-ventre que dans l'Homme. Ces animaux n'ont presque point de gros boyau, le colon qui part du cæcum s'éloigne de l'estomac, & il se jette d'abord sur le derriére des intestins grêles pour former le rectum, de maniére que dans ces animaux toute la pression des muscles du bas-ventre se fait sur l'estomac.

On doit regarder l'action par laquelle les ruminants font revenir l'herbe à la bouche pour la remâcher, comme un vomissement intercalaire; aussi quand on voit ouvrir les Bœufs & les Moutons, la premiére chose qui se présente, c'est la pance ou l'herbier qui touche immédiatement les muscles du bas-ventre.

Nous conclurons de ces observations, 1.° Que l'on ne sçauroit douter que les Emétiques ne mettent les muscles du bas-ventre des Chevaux dans une violente contraction, ce qui est démontré par le battement des flancs.

2.° On ne peut pas dire que la longueur de l'œsophage soit la cause qui les empêche de vomir, puisque les Bœufs & les Chameaux l'ont encore plus long, cependant ils ruminent.

3.° La valvule de l'orifice supérieur peut bien empêcher les aliments grossiers & durs, de sortir par le vomissement, mais elle-seule ne sçauroit empêcher les aliments qui sont digérés; de sorte que si les Chevaux ne vomissent point les liquides, c'est parce que leur estomac est placé vers le derriére de la région épigastrique, c'est-à-dire, vers les reins, & qu'il ne peut pas recevoir les compressions des muscles du bas-ventre, sur-tout des muscles droits: d'ailleurs le diaphragme dont nous avons établi la foiblesse, ne peut pas pousser avec force l'estomac contre eux, mais la grande raison est que leur colon étant d'une grandeur prodigieuse, reçoit toute la contraction de ces muscles, & les empêche d'agir sur l'estomac.

[a] *V. Eustache, Tab. 9.*

[b] *V. Vesale, Tom. 1. Fig. 6. Liv. 5.*

4.° Le défaut de pression des muscles du bas-ventre sur l'estomac des Chevaux, confirme le sentiment de ceux qui ont démontré par de bonnes expériences, que le vomissement dans l'Homme, & dans beaucoup d'animaux dépendoit de la pression des muscles du bas-ventre & du diaphragme sur le ventricule.

5.° On pourroit se flatter de rendre raison pourquoi certaines personnes ne vomissent jamais, quelques Emétiques qu'elles prennent, & que l'on dit communément avoir un *estomac de Cheval*, tandis qu'il y en a d'autres qui vomissent quand ils veulent, & que l'on peut regarder comme des ruminants. La Nature auroit-elle placé dans les premiers une valvule dans l'orifice supérieur? Il est bien plus naturel de penser que leur estomac est placé vers le derriére de la région épigastrique, ou bien que leur colon étant plus grand que dans les autres Hommes, il empêche les muscles du bas-ventre d'agir sur l'estomac; tandis que dans les derniers, l'estomac doit être placé vers le devant de la région épigastrique, & leur colon doit être fort petit.

C'est une conjecture qui peut recevoir des éclaircissements par l'ouverture des cadavres de ceux qui n'ont jamais vomi, & de ceux qui ont, pour ainsi dire, ruminé.

Enfin, si l'on peut pénétrer les intentions que la Nature a euës en plaçant, & en conformant ainsi l'estomac des Chevaux, on peut dire que ces animaux sont destinés à des courses & à des efforts très-considérables, qui les exposeroient à vomir trop facilement les aliments déja digérés, & qui doivent réparer les grandes pertes qu'ils font dans leurs travaux si pénibles & si nécessaires.

J'ai fait dessiner la Valvule de l'orifice supérieur dans l'état sec, avec une portion de l'Estomac & de l'Oesophage. L'observation dans cet état pouvant devenir difficile par la difficulté qu'il y a de dessécher l'estomac du Cheval après avoir été soufflé, par rapport à son grand volume, je me suis servi très-commodément dans cette occasion de la dissolution du Sel que l'on tire de la terre après en avoir tiré le Salpêtre. Cette liqueur saline & nitreuse conserve & desséche parfaitement bien les piéces d'anatomie. J'ai fait part depuis quelque temps à la Société de la maniére de la faire & de s'en servir.

FIN.

Simonneau Sculp.